

الفرض الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعة

المستوى: ثانية رياضيات

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ : $g(x) = \frac{-x}{x-3}$ و (C_g) تمثيلها البياني في $\mathbb{M}^2(O; \vec{i}; \vec{j})$

- عين العددين الحقيقيين a و b حيث من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{3\}$: $g(x) = a + \frac{b}{x-3}$
- فكك الدالة g الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما
- استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجالين $]3; +\infty[$ و $]-\infty; 3[$
- بين أن النقطة $w(3; -1)$ مركز تناظر المنحنى (C_g)

الجزء الثاني : h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$ بـ : $h(x) = |g(|x|)|$ و (C_h) تمثيلها البياني في $\mathbb{M}^2(O; \vec{i}; \vec{j})$

- بين أن الدالة h زوجية
- اكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة
- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_g) ، ثم أنشئه

الجزء الثالث : m عدد حقيقي غير معدوم ، (P_m) المنحنى البياني للدالة f_m المعرفة على \mathbb{R} بـ :

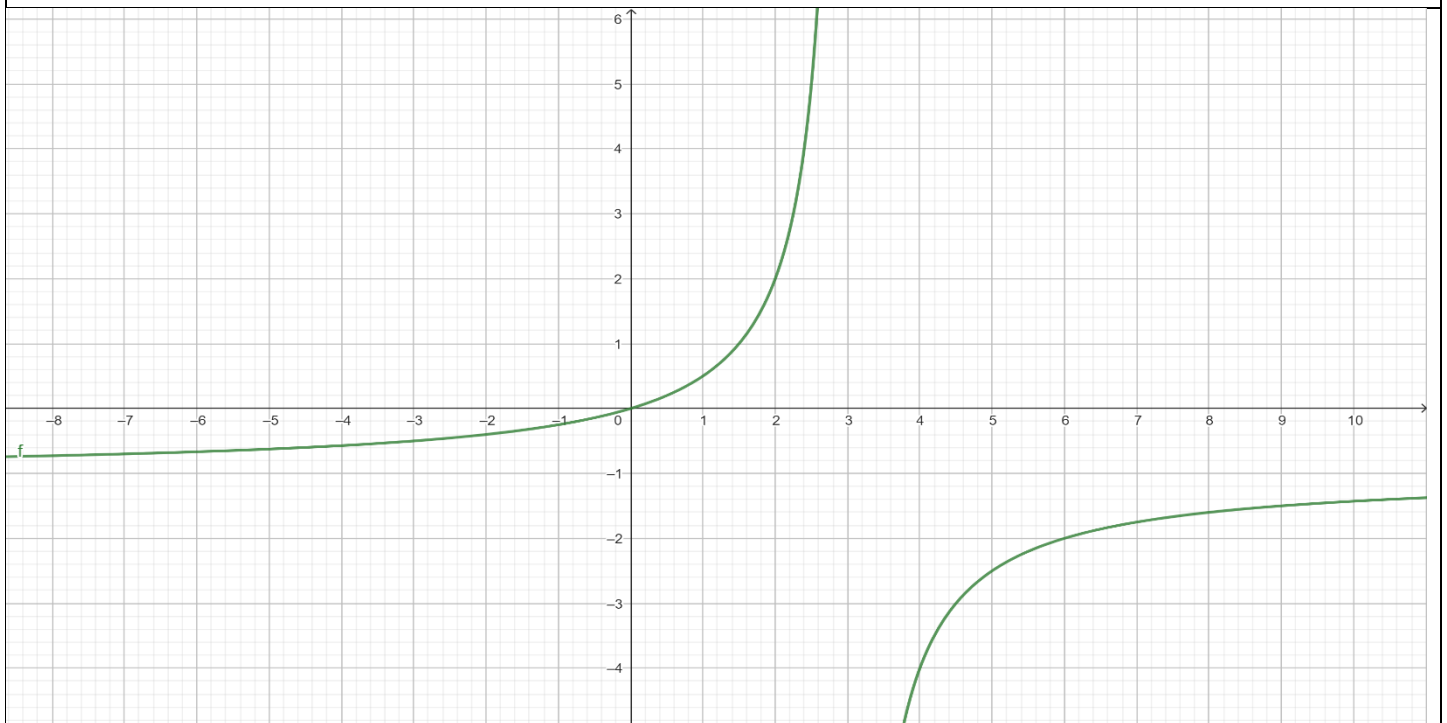
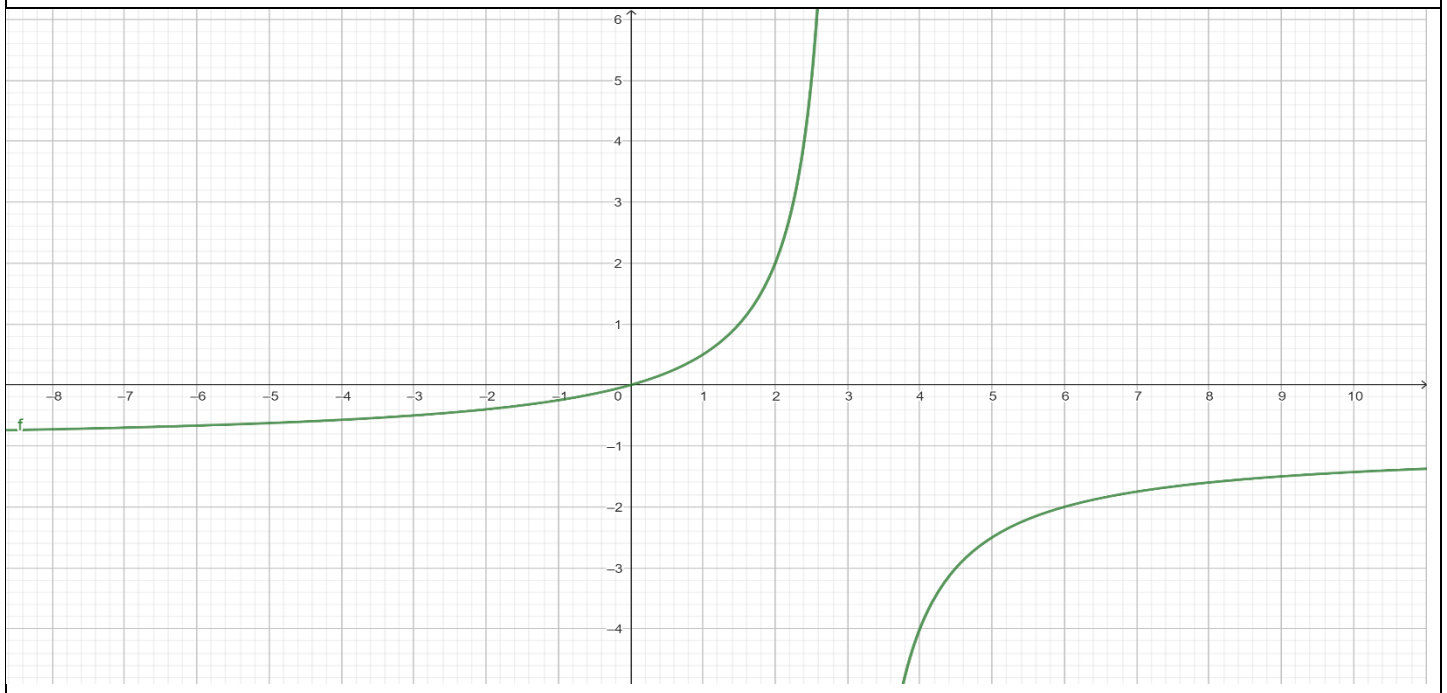
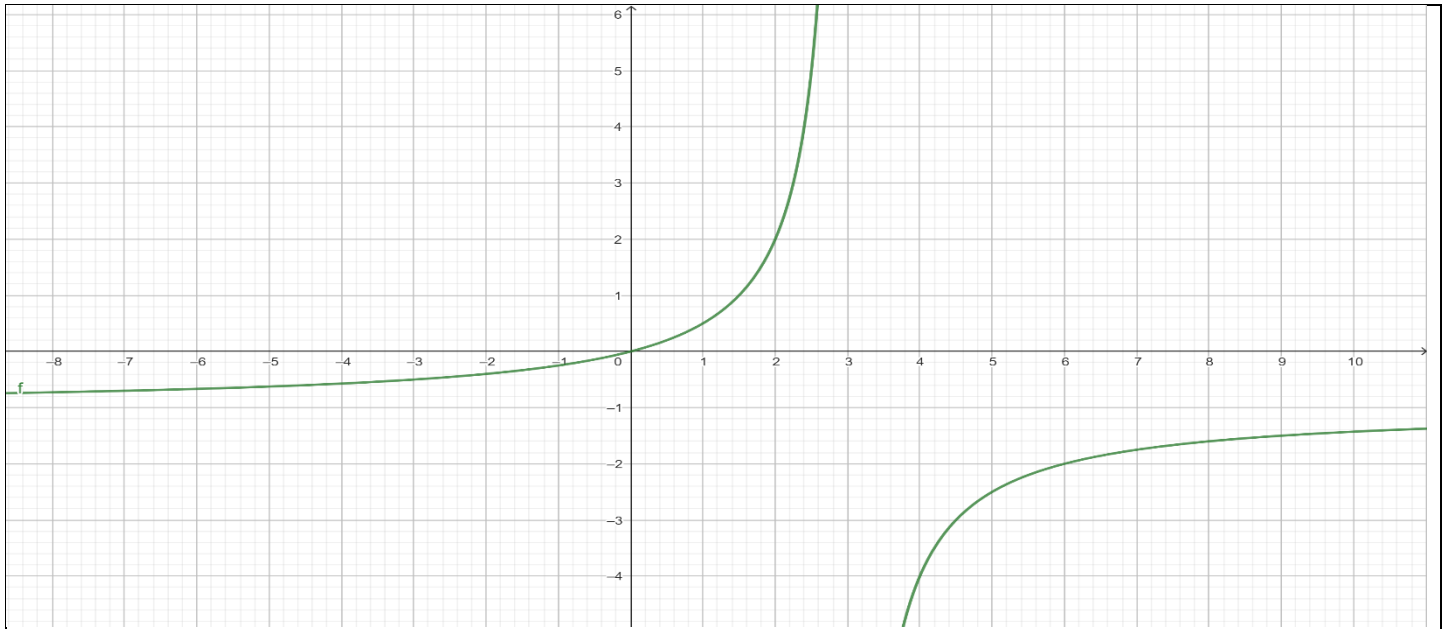
$$f_m(x) = mx^2 - 4mx + 4m + 2$$

- بين أنه اذا كانت النقطة $M(x; y)$ تنتمي الى (C_g) و (P_m) فان x يحقق :
- $mx^3 - 7mx^2 + (16m + 3)x - 12m - 6 = 0$ (E)
- اثبت أن $x = 2$ يحقق المعادلة (E)
- عين الاعداد الحقيقية a_m ، b_m و c_m حيث :
- $mx^3 - 7mx^2 + (16m + 3)x - 12m - 6 = (x - 2)(a_mx^2 + b_mx + c_m)$
- استنتج قيم العدد m بحيث :
- 1. (C_g) و (P_m) يتقاطعان في نقطة واحدة
- 2. (C_g) و (P_m) يتقاطعان في ثلاث نقط

سؤال إضافي: a عدد حقيقي و f دالة معرفة على \mathbb{R} حيث:

$$\begin{cases} (f \circ f)(x) = 4x + 3 \\ (f \circ f \circ f)(x) = 8x + a \end{cases}$$

- اوجد العدد الحقيقي a حيث f دالة تالفية.

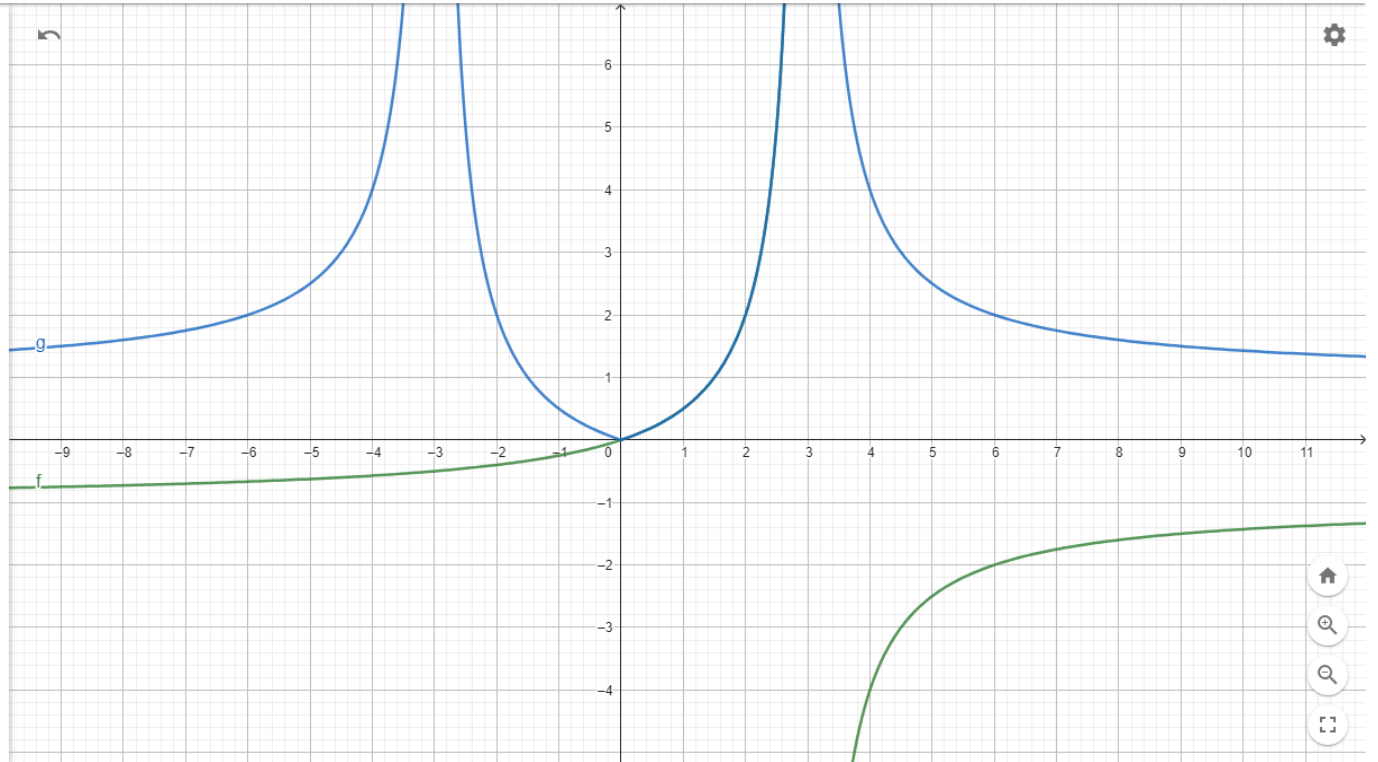


Algèbre

Outils

Tableau

Tableur



الجزء الأول: $D_g = \mathbb{R} - \{3\}$, $g(x) = \frac{x}{x-3}$

(1) نكتب العدد a و b حيث $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ $g(x) = a + \frac{b}{x-3}$

لدينا $g(x) = \frac{x}{x-3}$ يكافئ $g(x) = \frac{x+3-3}{x-3}$ يكافئ $g(x) = 1 - \frac{3}{x-3}$

ومن $a = -1$ و $b = 3$

(2) تفكيك الدالة g إلى مركب دالتين بسيطتين

$x \xrightarrow{u} x-3, \quad \xrightarrow{v} -1 - \frac{3}{x-3}$

$y = v \circ u$

حيث $u(x) = x-3$ و $v(x) = -1 - \frac{3}{x}$

(3) اتجاه تغيير الدالة g على المجال $]3, +\infty[$ و $] -\infty, 3[$

الـ x الدالة u دالة تافهة متزايدة كلما $x \in]3, +\infty[$ ولدينا $x \in]3, +\infty[$ معناه $x > 3$

معناه $0 < x-3$ أي $u(x) \in]0, +\infty[$ أي $u(x) \in]0, +\infty[\cap]3, +\infty[$

ولدينا الدالة v اتجاه تغييرها عكس اتجاه تغيير الدالة u معكوب على المجال $]0, +\infty[$

أي الدالة v متزايدة كلما $x \in]0, +\infty[$

وبالتالي الدالة g متزايدة كلما $x \in]3, +\infty[$

الـ x الدالة u متزايدة كلما $x \in]-\infty, 3[$ ولدينا $x \in]-\infty, 3[$ معناه $x < 3$

معناه $0 < x-3$ أي $u(x) \in]-\infty, 0[$ أي $u(x) \in]-\infty, 0[\cap]3, +\infty[$

ولدينا الدالة v اتجاه تغييرها عكس اتجاه تغيير الدالة u معكوب على المجال $]-\infty, 0[$

أي الدالة v متزايدة كلما $x \in]-\infty, 0[$

وبالتالي الدالة g متزايدة كلما $x \in]-\infty, 3[$

(4) نبيان أن النقطة $W(3, -1)$ مركز تناظر الكسوف (c).

لدينا $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ أي $x \neq 3$ $x+3 \neq -x+3$ $x \neq -x+3$

ولدينا $g(b-x) + g(x) = \frac{3}{3-x} - 1 + 1 - \frac{3}{x-3} = -2 = 2(-1)$

ومن النقطة $W(3, -1)$ مركز تناظر الكسوف (c)

الجزء الثاني:

$$m^2x^3 - 7mx^2 + (16m+3)x - 12m - 6 = 0$$

(E) اشكك أن $n=2$ يتحقق

بتعويض $n=2$ نجد

$$m(2^3) - 7m(2^2) + (16m+3)(2) - 12m - 6 = 0$$

$$8m - 28m + 32m + 6 - 12m - 6 = 0$$

(3) دلت الأعداد الحقيقية a, b, c

حيث (E) تكافئ $(a_m x^2 + b_m x + c_m)(x-2)$

بأسهل طريقتة هو:

	m	$-7m$	$16m+3$	$-12m-6$
2	0	$2m$	$-10m$	$12m+6$
	m	$-5m$	$6m+3$	0

$$a_m = 6m+3 \text{ و } b_m = m$$

$$c_m = -5m$$

أي: (E) تكافئ

$$(x-2)(mx^2 - 5mx + 6m+3)$$

استنتاج في m

(P_m) و (C_g) يتقاطعان في نقطة واحدة

معناه (Δ) محيز العبار $mx^2 - 5mx + 6m+3$

أقل من الصفر

(P_m) و (C_g) يتقاطعان في نقطتين

معناه Δ أكبر من الصفر

$$\Delta = m(m-12)$$

$$m \neq 0 \text{ أي } m=12$$

m	$-\infty$	0	12	$+\infty$
Δ	$+$	$+$	$-$	$+$

(P_m) و (C_g) يتقاطعان في نقطة $m \in]0, 12[$

(P_m) و (C_g) يتقاطعان $m \in]-\infty, 0[\cup]12, +\infty[$

في 3 نقاط

$$h(n) = |g(n)| \quad D_h = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$$

(1) نبدأ مع h دالة زوجية

لأننا مع $n \in D_h$ فإن $-n \in D_h$

$$h(-n) = |g(-n)| = |g(n)| = h(n)$$

وهذه الدالة h زوجية

(2) كتابة عبارة $h(n)$ ذو الصيغة الكسرية

$$h(n) = \begin{cases} g(n); g(n) > 0 & \begin{cases} n \in [0, 3[\cup]3, +\infty[\\ g(n) \in]0, 3[\cup]3, +\infty[\end{cases} \\ -g(n); g(n) < 0 & \begin{cases} n \in]-\infty, -3[\cup]-3, 0[\\ -g(n) \in]0, 3[\cup]3, +\infty[\end{cases} \end{cases}$$

د شرح إنشاء (C_h) انظر لافلتا (C_g)

* على المكاف $[0, 3[$ (C_h) يتطابق (C_g)

على المكاف $]3, +\infty[$ و (C_h) و (C_g) متماثلان

بالنسبة لمحور الفواصل

* على المكاف $]3, +\infty[$ و $]0, 3[$ ونعني

الدالة h زوجية فإن منحناها متماثلان

بالنسبة لمحور الترتيب

الجزء الثالث $m \in \mathbb{R}$

$$f_m(n) = m^2n^2 - 4mn + 4m + 2$$

$$f_m(n) = g(n) \quad n \in D_g$$

معناه $m \in]0, 12[$

$$f_m(n) = g(n) \quad n \in D_g$$

$$m^2n^2 - 4mn + 4m + 2 = \frac{n}{n-3}$$

$$(n-3)[m^2n^2 - 4mn + 4m + 2] + n = 0$$

$$m^2n^3 - 4m^2n^2 + (4m+2)n - 3m^2n^2 + 12mn - 12m - 6 + n = 0$$