الأستاذة: مباركي فاطمة ثانوية الشلالة-البيض
2026/2025
mebarki.math32@gmail.com

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: العدد المشتق "تذكير"	المدة: 01 ساعة

الكفاءة القبلية:

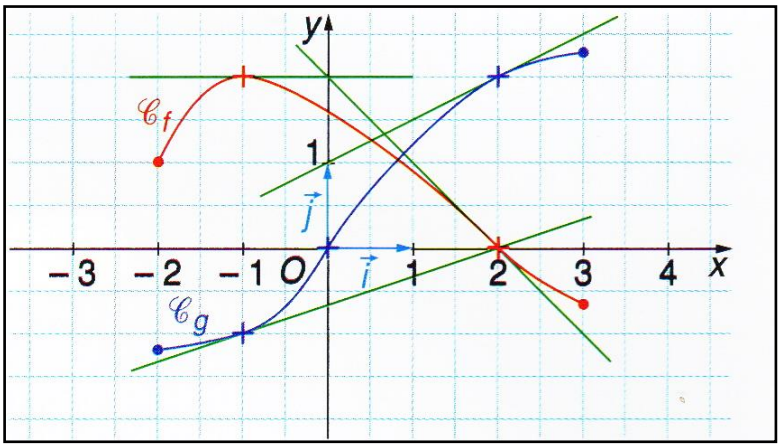
الكفاءة المستهدفة: العدد المشتق (معادلة المماس -التفسير البياني والقراءة البيانية)

مراحل الدرس	الـــــــــــــــدرس	ملاحظات

أنشـــــــــــــطة وتماريـــــــــــــن

نشاط 01 ص 62

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و(C_g) الممثلين لدالتين f و g معرفتين وقابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ وبعض مماساتهما.



1. أحسب الأعداد المشتقة التالية:

- $(f)'(-1)$ * $(g)'(-1)$ * $(f)'(2)$ * $(g)'(2)$ *
- $(f+g)'(-1)$ * $(fg)'(2)$ * $\left(\frac{3}{f}\right)'(-1)$ * $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ *

2. من أجل كل x من المجال $[0;2]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$

أحسب $h'(0)$ و$h'\left(\frac{3}{2}\right)$.

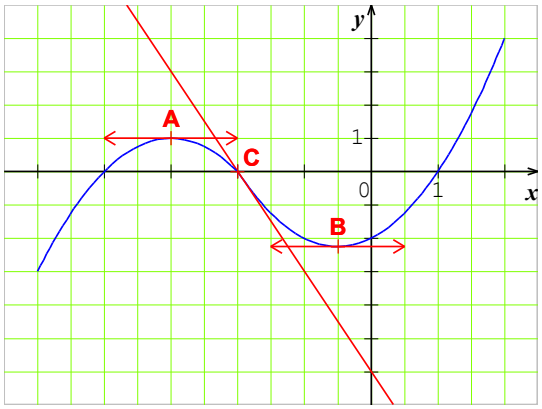
التذكير بالعدد المشتق حسابيا وبيانيا ومعادلة المماس

https://www.facebook.com/mebarki.fatima32

يمكن الاكتفاء بأحد التمرينين

التمرين 03 ص 74:

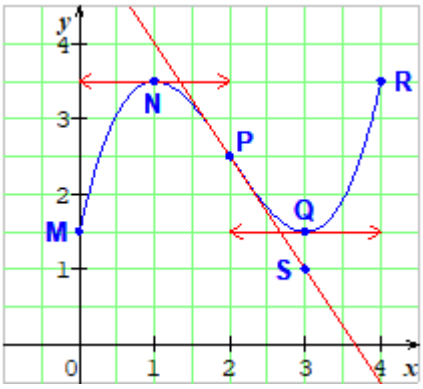
المنحني البياني التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها



1. عين مجموعة تعريف الدالة f.
2. شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. عين بقراءة بيانية العدد المشتق للدالة f عند كل من $-\frac{1}{2}$، 3- و2- علما أن ترتيب النقطة B هو $-\frac{9}{4}$.
4. استنتج معادلات المماسات للمنحني (C_f) عند A، B وC.
5. هل توجد مماسات أخرى موازية للمماس عند النقطة C؟

التمرين68ص 82(الى السؤال 2 أ)

لتكن f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[0;4]$ وC_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



النقط M، N، P، Q و R تنتمي إلى (C). المنحنى (C) يقبل في كل من النقطتين N و Q مماس موازيا لحامل محور الفواصل المستقيم (Δ) هو المماس للمنحنى C في النقطة $P\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

ويشمل النقطة $S(3;1)$.

1. أ) عين $f'(1)$، $f'(2)$ و$f'(3)$

ب) عين معادلة للمستقيم Δ.

2. أ) عين باستعمال التمثيل البياني عدد حلول المعادلة $f(x)=3$ على المجال $[0;4]$

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: الدوال المشتقة "تذكير"	المدة: 01 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: الدوال المشتقة لدوال مرجعية و عمليات على الدوال المشتقة

مراحل الدرس	الـــــــــــــــدرس	ملاحظات
		تمهيد: تذكير التلاميذ بمشتقات دوال مألوفة وقواعد الاشتقاق (مجموع، جداء وحاصل قسمة دالتين) من خلال امثلة بسيطة ثم ترسيخ هذا التذكير بالتمارين

دراسة أمثلة

مثال 01: ت 15 ص 75

أحسب الدالة المشتقة للدالة f على المجال I في كل حالة:

1. $I=\mathbb{R}$ ، $f(x)=x^3-20x^2+150x$
2. $I=]2;+\infty[$ ، $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}$
3. $I=\mathbb{R}$ ، $f(x)=-2x^2(3x-4)$
4. $I=]-\infty;-3[$ ، $f(x)=2x+7-\dfrac{1}{2x+6}$

مثال 02: ت 11 ص 75

احسب $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f باستعمال العمليات على المشتقات.

(1 $f(x)=2x^2-5x+3$

(2 $f(x)=\dfrac{-3x^3+2x+1}{3}$

(3 $2f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-\dfrac{1}{x}$

(4 $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}+\sqrt{x}$

مثال03: ت 12 ص 75 (نفس السؤال السابق)

(1 $f(x)=(x-1)(x^2+2)-x$

(2 $f(x)=(5x^2-3x+1)(x^3-1)$

(3 $f(x)=\dfrac{x^4}{2}(1-x^2)$

مثال 04: ت 13 ص 75 (نفس السؤال السابق)

1) $f(x)=\dfrac{x-1}{2x}$

2) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-2}$

3) $f(x)=\dfrac{-3x^2+x-2}{x^2+1}$

4) $f(x)=-2x+1-\dfrac{1}{1-x}$

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: اتجاه التغير	المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: توظيف المشتقات في دراسة اتجاه تغير دالة

مراحل الدرس	الـــــــــــــــدرس	ملاحظات

دراسة أمثـــلة:

مثال 01: تمرين من 36 إلى تمرين 44 ص 78

ادرس اتجاه تغير الدالة f بعد حساب دالتها المشتقة f' ودراسة إشارتها.

1. f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-4x-5$
2. f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+4$
3. f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^4-3x^2+2$
4. f معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$
5. f معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{3}{x-2}$
6. f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x+1}{x^2+3}$
7. f معرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}$

تمهيد:
التذكير بالعلاقة بين إشارة المشتقة ودراسة اتجاه تغير دالة

مثال 02: ت 28 ص77

مثال03: ت29ص77

مثال 04: من التمرين 18 إلى 20 ص 77

اكتب معادلة للمنحني الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها a

1. $f(x)=-3x^3+x-4$ ، $a=0$

2. $f(x)=\dfrac{4x-3}{x+1}$ ، $a=-2$

3. $f(x)=\dfrac{1}{2}x+2-\dfrac{1}{x-1}$ ، $a=3$

مثال 05: ت 25 ص 76

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x^3+5x^2+6x+9$ المنحني (C) الممثل للدالة f.

1. عين f' مشتقة الدالة f.
2. هل توجد مماسات للمنحني (C) موازية للمستقيم الذي معادلته $y=6x$ ؟ عين معادلات لها في حالة الوجود.

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: القيم الحدية المحلية	المدة: 02 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة:المشتقات و القيم الحدية المحلية (تطبيقات من الميدان الاقتصادي)

مراحل الدرس	الـــــــــــــــدرس	ملاحظات

تذكير:

في الاقتصاد لدينا اصطلاحا مؤسسة تنتج q وحدة إنتاجية حيث نرمز لدالة الكلفة الإجمالية بـــــــــــــــ $C(q)$ ومشتقة دالة الكلفة الإجمالية $C'(q)$ تمثل الكلفة الهامشية ونرمز لها بالرمز $C_m(q)$

إضافة:

- دالة الكلفة المتوسطة هـــي: $C_M(q)=\frac{C(q)}{q}$
- الكلفة الثابتة هي التي نحصل عليها بتعويض $q=0$ في دالة الكلفة الإجمالية أي $C(0)$

أنشطـــــة وتمـــــارين

ت 71 ص83

الكلفة الإجمالية لصنع كمية q من منتوج معطاة بـ: $C(q)=\frac{1}{3}q^3-6q^2+40q$ من أجل $q\in[0;12]$ حيث q يمثل عدد آلاف الوحدات المصنوعة و $C(q)$ كلفة الصنع مقدرة بآلاف الدنانير. المنحنى (Γ) الممثل لدالة الكلفة الإجمالية معطى كالآتي:

1) نذكر أن الكلفة المتوسطة للإنتاج $C_M(q)$ معطاة بالعلاقة $C_M(q)=\frac{C(q)}{q}$ مع $q\neq 0$

أ) عبر بدلالة q عن الكلفة المتوسطة للإنتاج.

ب) احسب العدد q_0 للوحدات التي تصنع حتى تكون الكلفة المتوسطة للإنتاج صغرى.

2) نسمي الكلفة الهامشية للإنتاج $C_m(q)$ حيث $C_m(q)=C'(q)$

أ) عبر بدلالة q عن الكلفة الهامشية للإنتاج.

ب) تحقق أنه من اجل q_0 الكلفة الهامشية تساوي الكلفة المتوسطة.

3) عين معادلة للمماس T للمنحنى (Γ) عند النقطة A التي فاصلتها 9 ثم ارسمه في الشكل.

4) نفرض أن المؤسسة تبيع كل الإنتاج. من أجل $q\in[0;12]$، الفائدة بآلاف الدنانير من أجل الإنتاج والبيع لـ q آلاف وحدة معطاة بالعلاقة: $B(q)=-\frac{1}{3}q^3+2q^2+21q$

أ) احسب عدد الوحدات المنتجة حتى تكون المؤسسة رابحة.

ب) عين عدد الوحدات التي تنتج حتى تكون الفائدة قصوى؟

ت 47 ص 78

مؤسسة تصنع منتجا q (q مقدر بالآلاف)، الكلفة الإجمالية لصنع q وحدة من هذا المنتج معطاة بالدالة: $C(q)=0,75q^3-7,5q^2-11q+400$ حيث $q\in[1;12]$ و $C(q)$ مقدر بمئات الدنانير

1) احسب $C'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة C على المجال $[1;12]$.

2) عين عدد الوحدات المنتجة (مقربة إلى $0,1$) الذي يعطي كلفة صغرى، وأعط قيمة هذه الكلفة.

ت 47 ص 78

مؤسسة تصنع منتجا q (q مقدر بالآلاف)، الكلفة الإجمالية لصنع q وحدة من هذا المنتج معطاة بالدالة: $C(q)=0,75q^3-7,5q^2-11q+400$ حيث $q\in[1;12]$

و $C(q)$ مقدر بمئات الدنانير

1) احسب $C'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة C على المجال $[1;12]$.

2) عين عدد الوحدات المنتجة (مقربة إلى $0,1$) الذي يعطي كلفة صغرى، وأعط قيمة هذه الكلفة.

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: مشتق مركب دالتين	المدة: 01 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: مشتق مركب دالتين

مراحل الدرس	الـــــــــــــدرس	ملاحظات

اشتقاق دالة مركب دالتين

التذكير بترابط الدوال المرجعية وتعريف تركيب دالتين

مبرهنة (دون برهان):

إذا قبلت الدالة u الاشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$ وقبلت الدالة v الاشتقاق على $u(I)$ فإن الدالة $v\circ u$ تقبل الاشتقاق على I ولدينا: $(v\circ u)'(x)=v'[u(x)]\times u'(x)$

مثـــــــال:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ $f(x)=2(x^2+1)^3-3$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة: $f'(x)=6(x^2+1)^2\times 2x=12x(x^2+1)^2$

تمـــــــــــــــرين:

أحسب الدالة المشتقة للدالة f حيث:

1. $f(x)=(3x-2)^2$
2. $f(x)=(1+x)^3$
3. $f(x)=\dfrac{1}{(1+x)^2}$

تمـــــــــــــرين:

الدالة f حيث: $f(x)=x^3$

أحسب $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$ حيث g الدالة المعرفة بالحالات المقترحة التالية:

$g(x)=f(x-3)$ ؛ $g(x)=f(2x+5)$ ؛ $g(x)=f(-3x+2)$

الثالثة تسيير واقتصاد	المحور: الاشتقاقية والاستمرارية الموضوع: الاستمرارية	المدة: 01 ساعة

الكفاءة القبلية:

الكفاءة المستهدفة: مفهوم دالة مستمرة على مجال- فهم خاصية القيم المتوسطة وتطبيقها في البحث عن عدد الحلول

مراحل الدرس	الـــــــــــــــدرس	ملاحظات

نشاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;3]$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = -2x + 1 & ; x \in [-1;1[\\ f(x) = x - 1 & ; x \in [1;3] \end{cases}$$

1. أحسب $f(-0,4)$، $f(1)$، $f(1,7)$.
2. أرسم في معلم التمثيل البياني للدالة f. هل يمكن رسم منحنى الدالة f دون رفع القلم على المجال $[-1;3]$؟

المفهوم الحدسي للاستمرارية

f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ وليكن (C) منحنيها البياني في معلم $(O;I,J)$.

نقول عن f أنها مستمرة على I إذا استطعنا رسم منحنيها (C) بدون رفع القلم وفق خط مستمر.

مثال01: ت 01 ص 48

مثال02: ت 02 ص 48

خواص (تقبل دون برهان)

نقبل بأن كل الدوال المحصل عليها بالعمليات على دوال مألوفة مستمرة على كل من المجالات التي تكون معرفة عليها.

نتائج:

- الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.
- الدوال كثيرات الحدود مستمرة على $\mathbb{R}$.
- الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثيري حدود) مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها

مبـــــــــــرهنة القيم المتوسطة

نشاط 02 ص 32

مبرهنـــــــــة: (تقبل دون برهان)

f دالة معرفة ومستمرة على مجال $[a;b]$.
من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و$f(b)$، يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث $f(c)=k$.

مثال 01: ت 09 ص 49

مثال02: ت 14 ص 49

الدوال المستمرة والرتيبة تماما على مجال $[a;b]$

مبرهنة:

إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة تماما على مجال $[a;b]$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و$f(b)$، المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[a;b]$.

مثال: ت 11 ص 49

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;3]$ بـ: $f(x)=x^3-5x^2+3x+4$
1) احسب $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f.
2) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;2]$.