البطاقة التقنية رقم: 04

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
المادة: رياضيات
المدة: 01 سا

ميدان التعلم: تحليل
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
الموضوع: الأعداد الأولية

الكفاءات القبلية: مفاهيم عامة حول الأعداد والحساب.
الكفاءات المستهدفة: التعرف على أولية عدد أولي.
المراجع: المنهاج – التدرج السنوي - الكتاب المدرسي – الأنترنت (مواقع إلكترونية ومواقع التواصل الاجتماعي).

مراحل الدرس	عناصر الدرس	المدة	ملاحظات
الانطلاق	۞ نشاط ص 03 رقم 06	15د	
البناء	۞ 1. الأعداد الأولية		
	- تعريف	10د	
	- أمثلة	10د	
	۞ 2. اختبار أولية عدد طبيعي		
	- طريقة	10د	
	- أمثلة	15د	

مذكرة رقم: 04

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك وتكنولوجيا

الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب

المدة: 01 سا

الموضوع: الأعداد الأولية

عرض الدرس

نشاط: ص 03 رقم 06.

تعريف: نسمّي عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل، بالضبط، قاسمين مختلفين هما: 1 والعدد نفسه.

❶ عيّن من بين الأعداد الآتية الأعداد الأولية: 0، 1، 12، 29.

❷ ما هو أصغر عدد أولي؟

❸ عيّن قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 20.

❹ نريد تعيين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من أو المساوية 100، ولأجل ذلك نستعمل غربال إراطوستان كما يلي:

- اكتب في جدول قائمة الأعداد من 2 إلى 100 كما يلي:
- أحفظ 2 الذي هو عدد أولي ثمّ اشطب كلّ مضاعفاته.
  اشرح لماذا هذه الأعداد ليست أولية؟
- أحفظ 3 ثمّ أشطب مضاعفاته غير المشطوبة من قبل.
  أعد العمل مع 5 وهكذا.
- اشرح لماذا ننهي العمل مع 11 ومضاعفاته.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

مناقشة النشاط:

❶ **تعيين الأعداد الأولية من بين الأعداد المعطاة:**

من بين الأعداد المعطاة، العدد 29 أولي لأنه يقبل بالضبط قاسمين مختلفين هما 1 و29.

❷ **أصغر عدد أولي:** أصغر عدد أولي هو 2.

❸ **قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 20:**

الأعداد الأولية الأصغر من 20 هي: 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19.

❹ **تعيين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 100:**

- كتابة الأعداد الطبيعية 2 من 100 إلى في جدول:

	(2)	(3)	4	(5)	6	(7)	8	9	10
(11)	12	(13)	14	15	16	(17)	18	(19)	20
21	22	(23)	24	25	26	27	28	(29)	30
(31)	32	33	34	35	36	(37)	38	39	40
(41)	42	(43)	44	45	46	(47)	48	49	50
51	52	(53)	54	55	56	57	58	(59)	60
(61)	62	63	64	65	66	(67)	68	69	70
(71)	72	(73)	74	75	76	77	78	(79)	80
81	82	(83)	84	85	86	87	88	(89)	90
91	92	93	94	95	96	(97)	98	99	100

- نهي العمل مع 11 لأن كل مضاعفاته مشطوبة وكذلك بالنسبة إلى الأعداد الأكبر من 11.
- من الجدول السابق نجد أن الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي:

2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19، 23، 29، 31، 37، 41، 43، 47، 53، 59، 61، 67، 71، 73، 79، 83، 89، 97.

1. الأعداد الأولية:

تعريف:

العدد الطبيعي p أولي إذا وفقط إذا قبل القاسمين مختلفين فقط، هما 1 ونفسه.

أمثلة:

- كل من الأعداد 2، 3، 5، 7 هو عدد أولي.
- العدد 12 ليس أولي لأنه يقبل عدة قواسم هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.
- العدد 1 ليس عدد أولي لأنه يقبل قاسما واحدا فقط (وهو 1).
- العدد 0 ليس عدد أولي لأنه يقبل أكثر من قاسمين مختلفين (كل الأعداد الطبيعية قواسم لـ 0).

2. اختبار أولية عدد طبيعي:

طريقة:

للتعرف على أولية عدد طبيعي ما نتبع الخطوات التالية:

❶ نختبر قابلية قسمة العدد على كل من الأعداد الأولية حسب ترتيبها التصاعدي.

❷ نتوقف عن عمليات القسمة عند أول باق معدوم أو عندما نصادف أول حاصل قسمة أصغر من المقسوم عليه.

❸ نستخلص: إذا صادفنا الباقي المعدوم يكون العدد غير أولي وإلا فهو أولي.

أمثلة:

- **اختبار أولية العدد 113:**

هل 113 يقبل القسمة على	2	3	5	7	11
الإجابة	لا	لا	لا	لا	لا
حاصل القسمة الصحيح	56	37	22	16	10

بما أنه عند قسمة 113 على العدد الأولي 11 نجد $10 \simeq 11 \div 113$ وعلما أن $10 < 11$ فإننا ننهي عمليات القسمة ونستخلص أن 113 عدد أولي.

- **اختبار أولية العدد 3773:**

هل 3773 يقبل القسمة على	2	3	5	7
الإجابة	لا	لا	لا	نعم
حاصل القسمة الصحيح	1886	1257	754	539

بما أن العدد 3773 يقبل القسمة على 7 فإنه ليس أولي.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	'36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

البطاقة التقنية رقم: 05

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
ميدان التعلم: تحليل
المادة: رياضيات
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
المدة: 02 سا و30د
الموضوع: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية

الكفاءات القبلية: مفاهيم عامة حول الأعداد والحساب – مفاهيم عامة حول الأعداد الأولية.
الكفاءات المستهدفة: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية واستعمالاته.
المراجع: المنهاج – التدرج السنوي - الكتاب المدرسي – الأنترنت (مواقع إلكترونية ومواقع التواصل الاجتماعي).

مراحل الدرس	عناصر الدرس	المدة	ملاحظات
الانطلاق	۞ نشاط	10د	
البناء	۞ 1. تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية		
	- تعريف	05د	
	- مبرهنة	05د	
	- أمثلة	10د	
	۞ 2. طريقة تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية		
	- طريقة	10د	
	- مثال	05د	
	۞ 3. استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية		
	أ. تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين		
	- طريقة	10د	
	- مثال	10د	
	ب. تعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر		طريقة تطبيق قواعد الحساب على القوى لاختزال الكسر، يتم التطرق إليها بعد دراسة خواص القوى الصحيحة
	- طريقة - مثال	15د	
	جـ. تعيين المضاعف المشترك الأصغر غير المعدوم لعددين طبيعيين		
	- طريقة - مثال	15د	
	د. معرفة عدد قواسم عدد طبيعي		
	- طريقة - مثال	15د	
	۞ 4. قابلية القسمة على 2، 3، 4، 5 و9		
	- قواعد	10د	
	- أمثلة	10د	
التقويم	۞ تمرين	20د	

مذكرة رقم: 05

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك وتكنولوجيا
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
المدة: 02 سا و30د
الموضوع: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية

عرض الدرس

نشاط:

اكتب الأعداد التالية على شكل جداء أعداد أولية: 10، 20 و48.

الحل:

كتابة الأعداد 10، 20 و48 على شكل جداء أعداد أولية:

لدينا: $10=2\times5$، $5=2^2\times5=2\times2\times5$ و $20=2\times10=2\times2\times11=2^2\times11$ و $48=2\times24=2\times2\times11$.

1. تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية:

تعريف: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية هو كتابته على شكل جداء عوامل أولية.

مبرهنة: كل عدد طبيعي غير أولي وأكبر من 1 يقبل تحليلا وحيدا إلى جداء عوامل أولية.

أمثلة:

- 2×5^2 هو تحليل إلى جداء عوامل أولية للعدد 50.
- $2^3\times3^2$ هو تحليل إلى جداء عوامل أولية للعدد 72.

2. طريقة تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية:

طريقة: لتحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية نتبع الخطوات التالية:

1. نقسم العدد على أصغر عدد أوليّ يكون قاسما له.
2. نقسم حاصل القسمة على أصغر عدد أوليّ يكون قاسما له.
3. نكرّر عمليات القسمة هذه حتى نصل إلى حاصل قسمة يساوي 1.
4. كتابة جداء قوى كلّ هذه القواسم هو تحليل العدد إلى جداء عوامل أولية.

مثال:

تحليل العدد 1155 إلى جداء عوامل أولية:

الطريقة العملية	التحليل الناتج
1155 | 3 385 | 5 77 | 7 11 | 11 1	$1155=3\times5\times7\times11$

3. استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية:

أ. تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

طريقة:

لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b والذي نرمز إليه بالرمز $PGCD(a;b)$ نتبع الخطوات التالية:

1. نحلل العددين a و b إلى جداء عوامل أولية.
2. نحسب جداء كل العوامل المشتركة مأخوذة مرة واحدة وبأصغر أس.

- العدد 2025 يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه $(9=5+2+0+2)$ مضاعف لـ 3.
- العدد 2024 يقبل القسمة على 4 لأن العدد المكون من أحاده وعشراته (24) مضاعف لـ 4.
- العدد 1945 يقبل القسمة على 5 لأن رقم أحاده 5.
- العدد 1962 يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه $(18=2+6+9+1)$ مضاعف لـ 9.

تمرين:

A، B و C ثلاث أعداد طبيعية حيث: $A=540$، $B=1125$ و $C=103$.

❶ هل العدد C أولي؟ برر إجابتك.

❷ أ. حلل العددين A و B إلى جداء عوامل أولية. ثم استنتج عدد قواسم العدد B.

ب. عين $PGCD(A;B)$ و $PPCM(A;B)$ ثم تحقق أن: $PGCD(A;B)\times PPCM(A;B)=A\times B$.

جـ. أكتب الكسر $\frac{B}{A}$ على الشكل غير القابل للاختزال.

د. عين العدد العشري من بين العددين $\frac{B}{A}$ و $\frac{A}{B}$.

الحل:

❶ **أولية العدد 103:**

نعم، 103 عدد أولي.

التحليل:

هل 103 يقبل القسمة على	2	3	5	7	11
الإجابة	لا	لا	لا	لا	لا
حاصل القسمة الصحيح	51	34	20	14	9

بما أنه عند قسمة 103 على العدد الأولي 11 نجد $9\simeq 11\div 103$ وعلما أن $9<11$ فإننا ننهي عمليات القسمة ونستخلص أن 103 عدد أولي.

❷ **أ. تحليل العددين A و B إلى جداء عوامل أولية:**

تحليل العدد A		تحليل العدد B	
الطريقة العملية	التحليل الناتج	الطريقة العملية	التحليل الناتج
540 | 2 270 | 2 135 | 3 45 | 3 15 | 3 5 | 5 1	$A=540=2^2\times 3^3\times 5$	1125 | 3 375 | 3 125 | 5 25 | 5 5 | 5 1	$B=1125=3^2\times 5^3$

عدد قواسم العدد B:

لدينا: $B=1125=3^2\times 5^3$ ومنه: عدد قواسم العدد B هو $12=(1+3)(1+2)$.

ب. **القاسم المشترك الأكبر:** $PGCD(A;B)=3^2\times 5=45$.

المضاعف المشترك الأصغر غير المعدوم: $PPCM(A;B)=2^2\times 3^3\times 5^3=13500$

التحقق: لدينا: $PGCD(A;B)\times PPCM(A;B)=45\times 13500=607500$ و $A\times B=540\times 1125=607500$

ومنه: $PGCD(A;B)\times PPCM(A;B)=A\times B$

مثال:

تعيين $PGCD(300;840)$:

لدينا: $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ و $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$.

ومنه: $PGCD(300;840) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

ب. تعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر:

طريقة:

لتعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر نتبع الخطوات التالية:

❶ نحلل كل من بسطه ومقامه إلى جداء عوامل أولية.

❷ نحسب القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه.

❸ نقسم كل من بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما.

مثال:

لدينا: $PGCD(300;840) = 60$ ومنه: $\frac{300}{840} = \frac{300 \div 60}{840 \div 60} = \frac{5}{14}$.

ج. تعيين المضاعف المشترك الأصغر غير المعدوم لعددين طبيعيين:

طريقة:

لتعيين المضاعف المشترك الأصغر غير المعدوم لعددين طبيعيين a و b والذي نرمز إليه بالرمز $PPCM(a;b)$ نتبع الخطوات التالية:

❶ نحلل العددين a و b إلى جداء عوامل أولية.

❷ نحسب جداء كل العوامل المشتركة وغير المشتركة مأخوذة مرة واحدة وبأكبر أس.

مثال:

تعيين $PPCM(300;840)$:

لدينا: $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ و $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ ومنه: $PPCM(300;840) = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7 = 4200$

د. معرفة عدد قواسم عدد طبيعي:

طريقة:

لمعرفة عدد قواسم عدد طبيعي غير معدوم نتبع ما يلي:

❶ نحلل العدد إلى جداء عوامل أولية.

❷ نضيف 1 إلى كل أس في التحليل ثم نحسب جداء الأعداد المتحصل عليها.

مثال:

لدينا: $300 = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$ ومنه: عدد قواسم العدد 300 هو $(2+1)(1+1)(2+1) = 18$.

4. قابلية القسمة على 2، 3، 4، 5 و9:

قواعد:

ليكن a عدد طبيعي.

❶ يكون a قابلا للقسمة على 2 إذا وفقط إذا كان رقم أحاده زوجيا.

❷ يكون a قابلا للقسمة على 3 إذا وفقط إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا لـ 3.

❸ يكون a قابلا للقسمة على 4 إذا وفقط إذا كان العدد المكون من أحاده وعشراته مضاعفا لـ 4.

❹ يكون a قابلا للقسمة على 5 إذا وفقط إذا كان رقم أحاده 0 أو 5.

❺ يكون a قابلا للقسمة على 9 إذا وفقط إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا لـ 9.

أمثلة:

◆ العدد 1446 يقبل القسمة على 2 لأن رقم أحاده (4) زوجي.

البطاقة التقنية رقم: 06

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
ميدان التعلم: تحليل
المادة: رياضيات
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
المدة: 01 سا
الموضوع: الحساب على القوى

الكفاءات القبلية: مفاهيم عامة حول الأعداد والحساب.
الكفاءات المستهدفة: التحكم في الحساب على القوى الصحيحة.
المراجع: المنهاج – التدرج السنوي - الكتاب المدرسي – الأنترنت (مواقع إلكترونية ومواقع التواصل الاجتماعي).

مراحل الدرس	عناصر الدرس	المدة	ملاحظات
الانطلاق	۞ نشاط	10د	
البناء	۞ القوى الصحيحة		
	- تعريف	05د	
	- اصطلاح		
	- خواص	05د	
	- حالات خاصة	05د	
	- أمثلة	05د	
التقويم	۞ تمرين 01: ص 20 رقم 28	15د	
	۞ تمرين 02: (مقترح)	15د	

مذكرة رقم: 06

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك وتكنولوجيا

الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب

المدة: 01 سا

الموضوع: الحساب على القوى

عرض الدرس

نشاط:

❶ احسب ما يلي: $2\times2\times2$، 2^4، $2\times2\times2\times2$ و 2^3. ماذا تلاحظ؟

❷ احسب ما يلي: $3^2\times5^2$، $(5\times3)^2$، $4^{2\times3}$، $(4^2)^3$، $\frac{4^3}{4^2}$، 4^{3-2}، $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ و $\frac{3^2}{2^2}$. ماذا تلاحظ؟

❸ احسب ما يلي: $(-1)^2$، $(-1)^3$، $(-1)^4$ و $(-1)^5$. ماذا تلاحظ؟

القوى الصحيحة:

تعريف:

a عدد حقيقي كيفي و n عدد طبيعي غير معدوم.

نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a، العدد a^n حيث: $a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{\text{n عاملا}}$

من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم، $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

اصطلاح:

من أجل كلّ عدد حقيقي a غير معدوم، $a^0=1$.

خواص:

a و b عددان حقيقيان غير معدومين، m و n عددان صحيحان نسبيان.

◆ $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ◆ $(a^m)^n=a^{mn}$ ◆ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ ◆ $(a\times b)^m=a^m\times b^m$ ◆ $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$

حالات خاصة:

◆ من أجل كلّ عدد حقيقي a غير معدوم وكلّ عدد طبيعي n غير معدوم: $a^n\times a^{-n}=a^0=1$.

◆ من أجل كلّ عدد طبيعي n:

› إذا كان n زوجيا، فإنّ $(-1)^n=1$.

› إذا كان n فرديا، فإنّ $(-1)^n=-1$.

أمثلة:

◆ $5^{-2}=\frac{1}{5^2}$ ◆ $3^7=\frac{1}{3^{-7}}$ ◆ $2^9\times2^{-4}=2^{9+(-4)}=2^5$ ◆ $(3^2)^5=3^{2\times5}=3^{10}$

◆ $\frac{7^3}{7^{-5}}=7^{3-(-5)}=7^8$ ◆ $(4\times6)^5=4^5\times6^5$ ◆ $\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1^5}{3^5}=\frac{1}{3^5}$ ◆ $(-5)^4=5^4$ ◆ $(-5)^3=-5^3$

تمرين 01: ص 20 رقم 28.

احسب $A=\frac{(-2)^5\times(-6)^3\times(-3)^8}{(15)^2\times(-12)^3}$

الحل:

حساب A:

البطاقة التقنية رقم: 07

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
ميدان التعلم: تحليل
المادة: رياضيات
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
المدة: 01 سا و30د
الموضوع: الجذور التربيعية

الكفاءات القبلية: مفاهيم عامة حول الأعداد والحساب.
الكفاءات المستهدفة: التحكم في الحساب على الجذور التربيعية – تحويل نسبة مقامها جذور إلى نسبة مقامها عدد ناطق.
المراجع: المنهاج – التدرج السنوي - الكتاب المدرسي – الأنترنت (مواقع إلكترونية ومواقع التواصل الاجتماعي).

مراحل الدرس	عناصر الدرس	المدة	ملاحظات
الانطلاق	۞ نشاط	15د	
البناء	۞ 1. الجذور التربيعية		
	- تعريف	05د	
	- أمثلة	05د	
	- ملاحظات	05د	
	- خواص	05د	
	- أمثلة	05د	
	- ملاحظات	05د	
	- أمثلة	05د	
	۞ 2. تحويل نسبة مقامها جذور إلى نسبة مقامها عدد ناطق		
	- طريقة	10د	
التقويم	۞ تمرين 01: ص 20 رقم 34	10د	
	۞ تمرين 02: ص 20 رقم 40	10د	
	۞ تمرين 03: ص 20 رقم 41	10د	

لدينا: $A=\dfrac{(-2)^5\times(-6)^3\times(-3)^8}{(15)^2\times(-12)^3}=-\dfrac{(2)^5\times(6)^3\times(3)^8}{(15)^2\times(12)^3}=-\dfrac{(2)^5\times(2\times3)^3\times(3)^8}{(3\times5)^2\times(2^2\times3)^3}$

$=-\dfrac{(2)^5\times(2)^3\times(3)^3\times(3)^8}{(3)^2\times(5)^2\times(2^2)^3\times(3)^3}=-\dfrac{2^{8-6}\times3^{11-5}}{5^2}=-\dfrac{2^2\times3^6}{5^2}=-\dfrac{2916}{25}$

ومنه: $\boxed{A=-\dfrac{2916}{25}}$

تمرين 02:

a و b عددان حقيقيان حيث $a=70$ و $b=756$.

❶ حلل a و b إلى جداء عوامل أولية ثم احسب $PGCD(a;b)$.

❷ اكتب $\dfrac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال بطريقتين مختلفتين.

مذكرة رقم: 04

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك آداب

الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب

المدة: 01 سا و30د

الموضوع: القاسم المشترك الأكبر

عرض الدرس

نشاط:

❶ عين قائمة قواسم كل من العددين 88 و110.

❷ استنتج مجموعة القواسم المشتركة للعددين 88 و110.

❸ استنتج أكبر عدد في مجموعة القواسم المشتركة للعددين 88 و110.

1. القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

تعريف:

القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b هو أكبر القواسم المشتركة لهذين العددين ونرمز إليه بالرمز $PGCD(a;b)$.

مثال:

من النشاط السابق، لدينا أكبر عدد في مجموعة القواسم المشتركة للعددين 88 و110 هو 22.

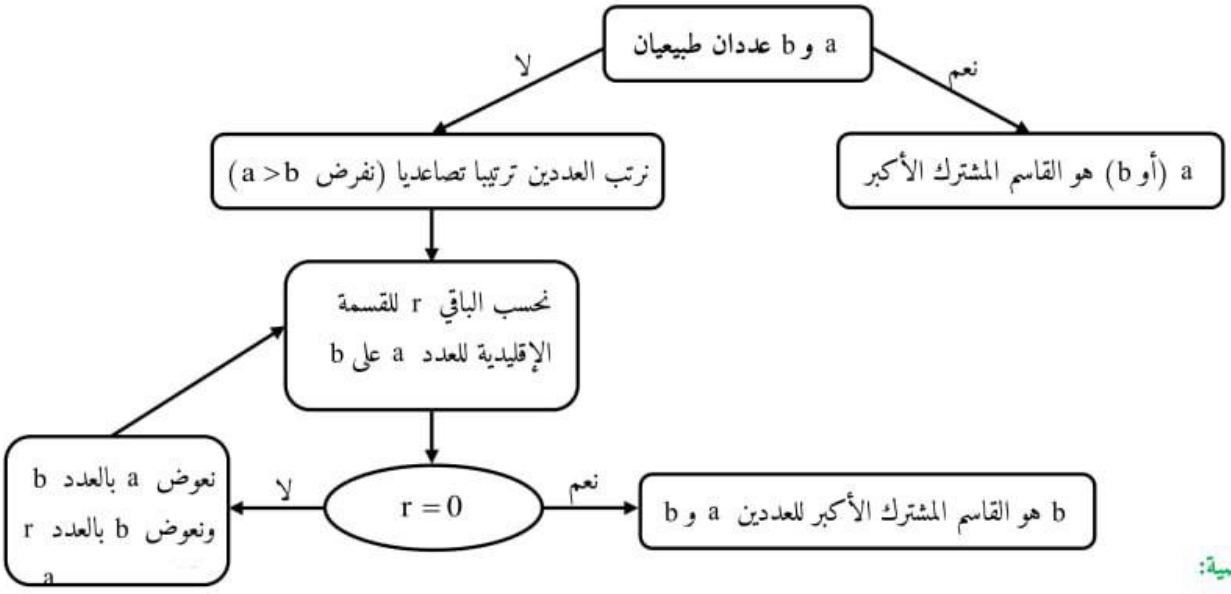
ومنه 22 القاسم المشترك الأكبر 88 و110.

2. تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

أ. باستعمال خوارزمية إقليدس:

طريقة:

لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b نتبع المخطط الآتي:



خاصية:

القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b هو آخر باقي قسمة غير معدوم في عملية القسمة المتتابعة (خوارزمية إقليدس).

مثال: تعيين $PGCD(300;840)$:

لدينا: $840 = 300 \times 2 + 240$

و: $300 = 240 \times 1 + 60$

و: $240 = 60 \times 4 + 0$

نلاحظ أن 60 هو آخر باقي غير معدوم في الخوارزمية، ومنه: $PGCD(300;840) = 60$.

◆ لدينا: $\left(2\sqrt{5}+3\right)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+3^2+2\times 2\sqrt{5}\times 3=20+9+6\sqrt{5}=29+6\sqrt{5}$

◆ لدينا: $\left(1-5\sqrt{2}\right)^2=1^2+\left(5\sqrt{2}\right)^2-2\times 1\times 5\sqrt{2}=1+50-10\sqrt{2}=51-10\sqrt{2}$

◆ لدينا: $\left(7-\sqrt{3}\right)\left(7+\sqrt{3}\right)=7^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=49-3=46$

◆ لدينا: $\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)\times 2\sqrt{2}=\left(1+\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}-4-2\sqrt{12}$

تمرين03 : ص 20 رقم 41.

اكتب الأعداد التالية بمقامات ناطقة: $\frac{5}{2\sqrt{10}}$ ، $\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{5}}$ ، $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$ ، $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

الحل:

كتابة الأعداد $\frac{5}{2\sqrt{10}}$ ، $\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{5}}$ ، $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$ ، $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ **على شكل مقامات ناطقة:**

◆ لدينا: $\frac{5}{2\sqrt{10}}=\frac{5\times\left(\sqrt{10}\right)}{\left(2\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{10}\right)}=\frac{5\sqrt{10}}{2\times 10}=\frac{\sqrt{10}}{4}$

◆ لدينا: $\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{5}\right)}{\left(3\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}\right)}=\frac{\sqrt{7\times 5}}{3\times 5}=\frac{\sqrt{35}}{15}$

◆ لدينا: $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}=\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-2\right)}{\left(\sqrt{2}+2\right)\left(\sqrt{2}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}\right)\times 2+1\times\sqrt{2}-1\times 2}{\left(\sqrt{2}\right)^2-2^2}=\frac{2-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}{2-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

◆ لدينا: $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times 2\times\sqrt{3}}{4-3}=\frac{4+3-4\sqrt{3}}{1}=7-4\sqrt{3}$

خواص:

- من أجل a موجب: $\sqrt{a} \geq 0$ و $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.
- من أجل a و b موجبان: $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
- من أجل $a \geq 0$ و $b > 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

أمثلة:

- $\left(\sqrt{17}\right)^2 = 17$.
- $\sqrt{16 \times 9} = \sqrt{16} \times \sqrt{9} = 4 \times 3 = 12$.
- $\sqrt{\frac{144}{16}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{16}} = \frac{12}{4} = 3$.

ملاحظة:

- من أجل كل a و b عددين حقيقيين موجبين، فإن من أجل a و b موجبان $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$. حيث تتحقق هذه المساواة إذا كان أحد العددين a و b معدوما.
- إذا كان a عدد حقيقي موجب، فإن $\sqrt{a^2} = a$. وإذا كان a عدد حقيقي سالب فإن $\sqrt{a^2} = -a$.

أمثلة:

- $\sqrt{16+25} \neq \sqrt{16} + \sqrt{25}$ لأن: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ أما $\sqrt{16} + \sqrt{25} = 4 + 5 = 9$.
- $\sqrt{(-8)^2} = -(-8) = 8$

2. تحويل نسبة مقامها جذور إلى نسبة مقامها عدد ناطق:

طريقة:

- إذا كان المقام من الشكل $\sqrt{a}$ أو $b\sqrt{a}$، نضرب كلا من البسط والمقام في $\sqrt{a}$.
- إذا كان المقام من الشكل $a+\sqrt{b}$ أو $a-\sqrt{b}$، نضرب كلا من البسط والمقام في $a-\sqrt{b}$ أو $a+\sqrt{b}$ على الترتيب.
- إذا كان المقام من الشكل $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ أو $\sqrt{a}-\sqrt{b}$، نضرب كلا من البسط والمقام في $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ أو $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ على الترتيب.

تمرين01 : ص 20 رقم 34.

اكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن: $\sqrt{200}$، $\sqrt{6} \times \sqrt{48}$، $\sqrt{\frac{75}{27}}$، $\sqrt{3^2+4^2}$.

الحل:

كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن:

- لدينا: $\sqrt{200} = \sqrt{2^3 \times 5^2} = \sqrt{2^3} \times \sqrt{5^2} = 2\sqrt{2} \times 5 = 10\sqrt{5}$
- لدينا: $\sqrt{6} \times \sqrt{48} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{2^4 \times 3} = \sqrt{2^5 \times 3^2} = 2 \times 2 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
- لدينا: $\sqrt{\frac{75}{27}} = \sqrt{\frac{3 \times 5^2}{3^3}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3}$
- لدينا: $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

تمرين02 : ص 20 رقم 40.

انشر ثم اختزل ما يلي: $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ ، $\left(2\sqrt{5}+3\right)^2$، $\left(1-5\sqrt{2}\right)^2$، $\left(7-\sqrt{3}\right)\left(7+\sqrt{3}\right)$، $\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right) \times 2\sqrt{2}$.

الحل:

النشر والاختزال:

- لدينا: $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 = 1^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 \times 1 \times \sqrt{2} = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$

مذكرة رقم: 07

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك وتكنولوجيا

الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب

المدة: 01 سا و30د

الموضوع: الحساب على الجذور التربيعية

عرض الدرس

نشاط:

❶ اكتب على شكل قوة الأعداد التالية: 9، 25 و64.

❷ أوجد العدد الحقيقي الموجب x حيث: $x^2 = 49$.

❸ احسب ما يلي: $\sqrt{25\times 4}$، $\sqrt{25}\times\sqrt{4}$، $\sqrt{\frac{36}{4}}$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$. ماذا تلاحظ؟

❹ احسب $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ و $\sqrt{16+9}$. ماذا تلاحظ؟

مناقشة النشاط:

❶ **كتابة على شكل قوة الأعداد التالية:** 9، 25 و64:

لدينا: $9=3^2=(-3)^2$، $25=5^2=(-5)^2$ و $64=8^2=(-8)^2$.

❷ **ايجاد العدد الحقيقي الموجب x حيث:** $x^2 = 49$:

نعلم أن $7^2 = 49$ ومنه $x^2 = 49$ يعني $x = 7$.

❸ **حساب ما يلي:** $\sqrt{25\times 4}$، $\sqrt{25}\times\sqrt{4}$، $\sqrt{\frac{36}{4}}$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$:

لدينا: $\sqrt{25\times 4}=\sqrt{100}=10$، $\sqrt{25}\times\sqrt{4}=5\times 2=10$، $\sqrt{\frac{36}{4}}=\sqrt{9}=3$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}=\frac{6}{2}=3$.

الملاحظة:

نلاحظ أن: $\sqrt{25\times 4}=\sqrt{25}\times\sqrt{4}$ و $\sqrt{\frac{36}{4}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$.

❹ **حساب** $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ و $\sqrt{16+9}$:

لدينا: $\sqrt{9}+\sqrt{16}=4+3=7$ و $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$.

الملاحظة: نلاحظ أن: $\sqrt{16+9}\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}$.

1. الجذور التربيعية:

تعريف:

a عدد حقيقي موجب.

نسمّي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمز إليه $\sqrt{a}$.

أمثلة:

- الجذر التربيعي للعدد 4 هو 2 لان $4=2^2$ و $2\geq 0$. ونكتب $\sqrt{4}=2$.
- $\sqrt{169}=13$
- $\sqrt{0.81}=0.9$

ملاحظات:

- لا يمكن حساب الجذر التربيعي لعدد سالب. **مثلا:** لا يمكن حساب $\sqrt{(-16)}$.
- لا يمكن أن يكون الجذر التربيعي عدد سالب. **مثلا:** لا نستطيع القول أن (-7) جذر تربيعي للعدد 49 رغم أنه يحقق $49=(-7)^2$.

البطاقة التقنية رقم: 04

الأستاذ: راحيس عمر

المستوى: 01 جذع مشترك آداب
ميدان التعلم: تحليل
المادة: رياضيات
الوحدة التعلمية: الأعداد والحساب
المدة: 01 سا و30د
الموضوع: القاسم المشترك الأكبر

الكفاءات القبلية: مفاهيم عامة حول مجموعة الأعداد.
الكفاءات المستهدفة: حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين باستعمال خوارزمية إقليدس والتحليل إلى جداء عوامل أولية.
المراجع: المنهاج – التدرج السنوي - الكتاب المدرسي – الأنترنت (مواقع إلكترونية ومواقع التواصل الاجتماعي).

مراحل الدرس	عناصر الدرس	المدة	ملاحظات
الانطلاق	۞ نشاط	15د	
البناء	۞ 1. القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين		
	- تعريف	05د	
	- مثال	05د	
	۞ 2. تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين	05د	
	أ. باستعمال خوارزمية إقليدس		
	- طريقة	10د	يمكن أخذ مثال مباشرة لحساب القاسم المشترك الأكبر باستعمال خوارزمية إقليدس
	- خاصية		
	- مثال	10د	
	ب. باستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية		
	- طريقة	05د	
	- مثال	10د	
	۞ 3. تعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر		
	- طريقة	05د	
	- مثال	05د	
التقويم	۞ تطبيق	15د	

ب. باستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية:

طريقة:

لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b نتبع الخطوات التالية:

❶ نحلل العددين a و b إلى جداء عوامل أولية.

❷ نحسب جداء كل العوامل المشتركة مأخوذة مرة واحدة وبأصغر أس.

مثال:

تعيين $PGCD(300;840)$:

لدينا: $300=2^2\times3\times5^2$ و $840=2^3\times3\times5\times7$.

ومنه: $PGCD(300;840)=2^2\times3\times5=60$

3. تعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر:

طريقة:

لتعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر نتبع الخطوات التالية:

❶ نحسب القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه.

❷ نقسم كل من بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما.

مثال:

لدينا: $PGCD(300;840)=60$ ومنه: $\frac{300}{840}=\frac{300\div60}{840\div60}=\frac{5}{14}$.

تمرين:

❶ عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 336 و138. (بطريقتين مختلفتين)

❷ اكتب $\frac{138}{336}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال. (بطريقتين مختلفتين)

الحل:

❶ **تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 336 و138:**

◆ **الطريقة 01: (خوارزمية إقليدس)**

لدينا: $336=138\times2+60$

و: $138=60\times1+18$

و: $60=18\times3+6$

و: $18=6\times3+0$

نلاحظ أن 6 هو آخر باقي غير معدوم في الخوارزمية، ومنه: $PGCD(336;138)=6$.

◆ **الطريقة 02: (التحليل إلى جداء عوامل أولية)**

لدينا: $336=2^4\times3\times7$ و $138=2\times3\times23$.

ومنه: $PGCD(336;138)=2\times3=6$

❷ **كتابة $\frac{138}{336}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:**

◆ **الطريقة 01: (استعمال القاسم المشترك الأكبر)**

لدينا: $\frac{138}{336}=\frac{138\div6}{336\div6}=\frac{23}{56}$

◆ **الطريقة 02: (استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية)**

لدينا: $\frac{138}{336}=\frac{2\times3\times23}{2^4\times3\times7}=\frac{23}{2^3\times7}=\frac{23}{8\times7}=\frac{23}{56}$