التمرين 01

التمرين الأول: لتكن العبارات التالية:

$$A = \frac{2}{3} + \frac{14}{3} \times \frac{3}{12}$$

$$B = 1 + \frac{7}{1} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{6}\right) \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{45 \times (10^2)}{3 \times 10^{-1}}$$

1) أكتب العبارات A و B على شكل عدد ناطق

2) أحسب العدد D و أكتبه كتابة علمية ثم كتابة عشرية

3) أحسب العدد C.

التمرين 02

التمرين الثاني: ليكن الثنائيات التالية:

- (135 ;105)
- (169 ;520)
- (437 ;1035)
- (360 ;264)
- (105 ;435)
- (432 ;264)
- (468 ;364)
- (352 ;682)
- (372 ;915)
- (45 ;285)

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر لكل من الثنائيات السابقة

2) إستنتج إختزال الكسور التالية:

$$\frac{105}{135} \quad \frac{264}{360} \quad \frac{364}{468} \quad \frac{520}{169} \quad \frac{435}{105}$$

$$\frac{682}{352} \quad \frac{1035}{437} \quad \frac{264}{432} \quad \frac{915}{372} \quad \frac{285}{45}$$

التمرين 03

التمرين الثالث:

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 494 و 143 مع كتابة مراحل الحساب.

2) أكتب $\frac{494}{143}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

3) أحسب العدد P حيث: $P = \frac{494}{143} + \frac{90}{11} \div \frac{1}{2}$.

التمرين 04

التمرين الرابع:

1) هل العددان 1078 و 322 أوليان فيما بينهما ؟ علل دون حساب.

2) أحسب $PGCD(1078; 322)$.

3) أحسب A حيث: $A = \frac{1078}{322} - 4 - \frac{23}{2}$.

التمرين 05

التمرين الخامس: ليكن C و N عددان حيث:

$$N = \frac{385}{198}$$

$$C = PGCD(198; 385) \times \frac{7}{9} - \frac{2}{2}$$

1) أحسب العدد C ثم أكتب $\frac{385}{198}$ بشكل كسر غير قابل للإختزال.

2) أحسب N واكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 06

شهادة التعليم المتوسط 2008 - تمرين 1:

1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215.

2) أكتب $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين 07

شهادة التعليم المتوسط 2016 - تمرين 2:

1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.

2) أكتب $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين 08

شهادة التعليم المتوسط 2015 - تمرين 3:

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406.

2) أكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

3) أحسب العدد P حيث: $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$.

التمرين 09

تمرين 4:

1) هل العددان 324 و 450 أوليان فيما بينهما ؟ وضح ذلك.

2) أحسب $PGCD(324; 450)$.

3) أحسب كلا من A و B ثم قارن بينهما حيث:

$$A = \frac{324}{450} \times \frac{2}{9}$$

$$B = \frac{324}{450} + \frac{3}{5} - \frac{4}{9}$$

التمرين 10

تمرين 5:

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.

2) أكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين 11

تمرين 6:

1) أوجد $PGCD(330; 120)$.

2) إختزل الكسر $\frac{120}{330}$.

3) أحسب A ثم إختزله إن أمكن حيث: $A = \frac{120}{330} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$.

التمرين 12

تمرين 7:

1) أوجد جميع قواسم الأعداد: 90؛ ثم 72؛ ثم 45.

2) إستخرج القواسم المشتركة للأعداد 90 و 72؛ 72 و 45؛ 90 و 45.

3) استنتج القاسم المشترك الأكبر للأعداد 90 و 72؛ 72 و 45؛ 90 و 45.

4) احسب القاسم المشترك الأكبر للأعداد 90 و 72 و 45 باستعمال خوارزمية إقليدس.

التمرين 13

تمرين 8:

1) هل العددان 640 و 360 أوليان فيما بينهما ؟ برر ذلك دون حساب.

2) عين ال $PGCD$ للعددين : 640 و 360.

3) اكتب الكسر $\frac{360}{640}$ على أبسط شكل ممكن حيث: $A = \frac{360}{640} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$.

التمرين 14

تمرين 9: ليكن x و y عددان طبيعيان حيث: $450x = 540y$.

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 450 و 540.

2) أكتب الكسر $\frac{y}{x}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين 15

تمرين 10:

1) أوجد $PGCD(1962; 1830)$ باستعمال خوارزمية إقليدس.

2) استنتج القواسم المشتركة للعددين الطبيعيين 1962 و 1830.

التمرين 16

التمرين الأول:

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 322 و 602.

2) هل العددان 322 و 602 أوليان فيما بينهما؟ برر جوابك.

3) أكتب الكسر $\frac{322}{602}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

4) أحسب M، حيث: $M = \frac{22}{43} + \frac{14}{3} \times \frac{322}{602}$.

التمرين 17

التمرين الثاني: ليكن C B, A ثلاثة أعداد بحيث:

$$A = 792$$

$$B = \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{8}\right) \div \frac{5}{6}$$

$$C = \frac{4.8 \times 10^4 \times 2.4 \times 10^{-8}}{1.8 \times 10^{-7}}$$

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر $(PGCD)$ للعددين 990 و 792، ثم أكتب الكسر $\frac{792}{990}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2) أحسب العدد B واكتبه على أبسط شكل ممكن.

3) أحسب العدد C واكتبه كتابة علمية.

التمرين 18

التمرين الثالث:

1) هل العددان 580 و 928 أوليان فيما بينهما ؟ برر جوابك دون حساب.

2) أحسب $PGCD(928; 580)$.

3) حل المعادلة: $\frac{928}{580} = \frac{x}{5} - \frac{x}{9} + \frac{x}{24}$.

التمرين 19

التمرين الرابع: ليكن C B, A ثلاثة أعداد حيث:

$$A = 0.00045 \times (10^2)^3$$

$$B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$C = PGCD(351; 247)$$

1) اكتب العدد A كتابة علمية.

2) بين بالحساب أن $B < 1$.

3) حل المعادلة $2C^2 - 28C + 26 = 0$.

التمرين 20

التمرين الخامس:

1) هل العددان 2024 و 600 أوليان فيما بينهما ؟ برر جوابك دون حساب.

2) اكتب الكسر $\frac{600}{2024}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3) أحسب z حيث $z = \frac{47}{75} + \frac{1}{2024} - \frac{600}{2024}$.

التمرين 21

التمرين السادس:

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B حيث: $A = 319, 203 = B$.

2) بين أن: $PGCD(A - B; A + B) = 2 \times PGCD(A; B)$.

التمرين 22

التمرين السابع: ليكن x و y عددان طبيعيان بحيث: $12963x - 3y = 3x + 645y$.

1) أوجد قيمة الكسر $\frac{x}{y}$ ثم اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2) اكتب الكسر $\frac{x}{y}$ كتابة عشرية ثم كتابة علمية.

التمرين 23

التمرين الثامن: ارض على شكل مثلث، أبعادها هي: 135 m, 183 m, 99 m. أراد صاحبها إحاطتها بسياج مشدود بأعمدة متساوية المسافة فيما بينها حيث يوجد عمود في كل ركن.

1) أوجد أكبر مسافة ممكنة بين كل عمودين متتاليين.

2) ماهو عدد الأعمدة التي يحتاجها صاحب الأرض.

التمرين 24

التمرين التاسع: طلب مقاول من حرفي في الزفزاف أن يحضر له صفيحة رخامية مستطيلة الشكل طولها 4.95 m وعرضها 3.15 m. ثم مكانته بتقسيمها إلى مربعات متماثلة ذات أكبر ضلع ممكن وبدون ضياع أي قطعة من الصفيحة.

1 ما هو طول ضلع كل قطعة مربعة؟

2 ماهو عدد القطع المربعة المحصل عليها.

التمرين 25

شهادة التعليم المتوسط 2024 - وضعية 1: تملك فتاة قطعة قماش مستطيلة الشكل عرضها 70 cm و طولها 378 cm. تريد تزيينها إلى مربعات متساوية أكبر ضلع ممكن من نفس اللون.

1 هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع 10 cm ؟ برر.

2 أوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث يكون طول ضلع كل مربع أكبر ما يمكن.

التمرين 26

شهادة التعليم المتوسط 02:

1 احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.

2 صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 1.40 m و 2.20 m جُزّئت إلى مربعات متساوية وبأكبر ضلع ممكن.

أ ماهو طول ضلع كل مربع؟

ب ماهو عدد المربعات الناتجة؟

التمرين 27

شهادة التعليم المتوسط 2022 - وضعية 04: خصص فلاح قطعة أرض لإنتاج البطاطا والجزر، فكان المحصول: 1188 صندوقا من البطاطا و 528 صندوقا من الجزر.

1 أحب مساعدة دور العجزة ومراكز الإيواء وذوي الإعاقات الخاصة. يريد هذا الفلاح أن يجمع الصناديق في تشكيلات متماثلة من حيث النوع والعدد (أي كل تشكيلة تحتوي على نفس عدد صناديق من البطاطا ونفس عدد صناديق من الجزر).

أ ما هو أكبر عدد من التشكيلات التي يمكن تكوينها؟

ب ما هو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة؟

التمرين 28

شهادة التعليم المتوسط - وضعية 05:

1 هل العددان 540 و 300 أوليان فيما بينهما، برر.

2 اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 540 و 300.

3 نريد أن نفرش قاعة مستطيلة الشكل طولها 5.40 m و عرضها 3 m بزربية مستطيلة الشكل و كلها متماثلة.

أ هل طول كل زربية حتى يكون عدد الزرابي المستعملة أصغر ما يمكن.

ب عين حينئذ عدد الزرابي المستعملة.

التمرين 29

وضعية 06: يصنع بائع زهور لبيع 75 زهرة نرجس و 90 زهرة قرنفل. يستعمل هذه الزهور ليشكل أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة من حيث عدد النرجس و القرنفل.

1 باستغلال كل الزهور، هل يمكنه تشكيل 5 باقات متماثلة؟ برر.

2 ما هو أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة التي يمكن تشكيلها باستعمال كل الزهور؟

3 ما هو عدد زهور النرجس و زهور القرنفل في كل باقة؟

التمرين 30

وضعية 07: أحمد صاحب محل تجاري يهوى جمع النقود بجوزته. لديه 640 قطعة نقدية من فئة 50 DA و 360 قطعة نقدية من فئة 100 DA. يريد أن يضعها في علب، ما هو أكبر عدد من العلب يمكن استخدامها بحيث يكون في كل علبة نفس عدد القطع من فئة 100 DA و نفس عدد القطع من فئة 50 DA.

1 ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن استخدامها؟

2 ما هو عدد قطع الـ 50 DA و الـ 100 DA في كل علبة؟

3 ما هو المبلغ الكلي الذي تحتويه كل علبة؟

التمرين 31

دروس الفصل الأول - التمرين 05:

1 عين $PGCD(108;135)$.

2 مجموعة أقلام تتكون من 108 قلم أزرق و 135 قلم أحمر. تريد وضع تلك الأقلام في علب بحيث:

- كل علبة تضم نفس العدد من الأقلام الزرقاء.
- كل علبة تضم نفس العدد من الأقلام الحمراء.
- نستعمل كل الأقلام الزرقاء وكل الأقلام الحمراء.

أ ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها.

ب ما هو عدد الأقلام الزرقاء و عدد الأقلام الحمراء في كل علبة؟

التمرين 32

التمرين 06:

1 احسب القاسم المشترك الأكبر ($pgcd$) للعددين 880 و 1100.

2 بناء يريد تبليط قاعة مستطيلة الشكل طولها 11 m و عرضها 8.8 m لأجل ذلك جلب له المالك بلاطات متماثلة و مربعة الشكل.

أ ما هو أكبر طول ضلع ممكن للبلاطات المستعملة.

ب ما هو عدد البلاطات التي يمكن استعمالها؟

التمرين 33

التمرين 07:

1 هل العددان 480 و 620 أوليان فيما بينهما؟ علل دون إجراء الحساب.

2 احسب $PGCD(620;480)$.

3 اكتب الكسر $\frac{480}{620}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

4 أحسب A حيث $A=\frac{480}{620}\times\frac{3}{4}+\frac{13}{4}-\frac{2}{4}$.

التمرين 34

التمرين 08: تريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة و أن تكون المسافة التي تفصل الأشجار متساوية.

1 ما هي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين إذا علمت أن الأبعاد الثلاثة للحديقة 42 m و 70 m و 98 m.

2 ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة.

التمرين 35

وضعية رقم 1: نظمت إدارة المتوسطة رحلة سياحية لفائدة التلاميذ المتمدرسين بها إلى مدينة تيمقاد الأثرية. عدد المسجلين الذكور 56 تلميذا و عدد الإناث 48. أراد المنظمون تشكيل مجموع من التلاميذ متماثلة من حيث عدد الذكور و عدد الإناث.

1 جد أكبر عدد ممكن من المجموعات التي يمكن تشكيلها.

2 جد عدد الذكور و عدد الإناث في كل مجموعة.

التمرين 36

وضعية رقم 2: يريد فلاح وضع سياج حول حقله المستطيل الشكل طوله 276 m وعرضه 192 m. لذلك قرر وضع أعمدة بحيث يكون نفس البعد بين كل عمودين متتاليين حول الحقل مع وضع عمود في كل ركن. يريد هذا الفلاح إستعمال أصغر عدد ممكن من الأعمدة.

1 ماهي المسافة بين كل عمودين متتاليين؟

2 ماهو عدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها الفلاح؟

التمرين 37

وضعية رقم 3: صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 2.2 m و 1.4 m. جُزّئت إلى مربعات متساوية و بأكبر ضلع ممكن دون ضياع.

1 ماهو طول ضلع كل مربع.

2 ماهو عدد المربعات الناتجة.

التمرين 38

وضعية رقم 4: تملك خياطة قطعة قماش مستطيلة الشكل عرضها 270 m و طولها 378 m. يريد تجزئة هذه القطعة إلى مربعات متقابسة دون ضياع.

1 هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع 10 m؟ 18 m؟

2 أوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث طول ضلع كل مربع أكبر ما يمكن.

الحل 01

1) كتابة العبارات A و B على شكل عدد ناطق:

$$A = \frac{2}{3} + \frac{14}{3} \times \frac{3}{12}$$
$$= \frac{2}{3} + \frac{14 \times 3}{3 \times 12}$$
$$= \frac{2}{3} + \frac{14}{12}$$
$$= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{14}{12}$$
$$= \frac{8}{12} + \frac{14}{12}$$
$$= \frac{22}{12}$$
$$= \frac{11}{6}$$

$$B = 1 + \frac{7}{1} \times \frac{3}{5}$$
$$= 1 + \frac{7 \times 3}{1 \times 5}$$
$$= 1 + \frac{21}{5}$$
$$= \frac{5}{5} + \frac{21}{5}$$
$$= \frac{26}{5}$$

2) حساب العدد D وكتابته كتابة علمية وعشرية:

$$D = \frac{45 \times (10^2)}{3 \times 10^{-1}}$$
$$= \frac{45 \times 100}{3 \times 0.1}$$
$$= \frac{4500}{0.3}$$
$$= 15000$$

الكتابة العلمية: 1.5×10^4

العشرية: 15000

3) حساب C:

$$C = \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{6}\right) \times \frac{3}{5}$$
$$= \left(\frac{5 \times 3}{2 \times 3} + \frac{7}{6}\right) \times \frac{3}{5}$$
$$= \left(\frac{15}{6} + \frac{7}{6}\right) \times \frac{3}{5}$$
$$= \frac{22}{6} \times \frac{3}{5}$$
$$= \frac{11}{3} \times \frac{3}{5}$$
$$= \frac{11}{5}$$

الحل 02

1) حساب القاسم المشترك الأكبر لكل ثنائية:

$135 = 1 \times 105 + 30$
$105 = 3 \times 30 + 15$: $PGCD(105; 135)$ −
$30 = 2 \times 15 + 0$
$PGCD(105; 135) = 15$

$360 = 1 \times 264 + 96$
$264 = 2 \times 96 + 72$
$96 = 1 \times 72 + 24$: $PGCD(264; 360)$ −
$72 = 3 \times 24 + 0$
$PGCD(264; 360) = 24$

$468 = 1 \times 364 + 104$
$364 = 3 \times 104 + 52$: $PGCD(364; 468)$ −
$104 = 2 \times 52 + 0$
$PGCD(364; 468) = 52$

$520 = 3 \times 169 + 13$
$169 = 13 \times 13 + 0$: $PGCD(520; 169)$ −
$PGCD(520; 169) = 13$

$435 = 4 \times 105 + 15$
$105 = 7 \times 15 + 0$: $PGCD(435; 105)$ −
$PGCD(435; 105) = 15$

$682 = 1 \times 352 + 330$
$352 = 1 \times 330 + 22$: $PGCD(682; 352)$ −
$330 = 15 \times 22 + 0$
$PGCD(682; 352) = 22$

$1035 = 2 \times 437 + 161$
$437 = 2 \times 161 + 115$
$161 = 1 \times 115 + 46$: $PGCD(1035; 437)$ −
$115 = 2 \times 46 + 23$
$46 = 2 \times 23 + 0$
$PGCD(1035; 437) = 23$

$432 = 1 \times 264 + 168$
$264 = 1 \times 168 + 96$
$168 = 1 \times 96 + 72$: $PGCD(264; 432)$ −
$96 = 1 \times 72 + 24$
$72 = 3 \times 24 + 0$

الإستاذ بوسعادة حفيظ للرياضيات

$PGCD(264;432) = 24$

$915 = 2 \times 372 + 171$
$372 = 2 \times 171 + 30$
$171 = 5 \times 30 + 21$
$30 = 1 \times 21 + 9$
$21 = 2 \times 9 + 3$
$9 = 3 \times 3 + 0$

- $PGCD(915;372)$:

$PGCD(915;372) = 3$

$285 = 6 \times 45 + 15$
$45 = 3 \times 15 + 0$

- $PGCD(285;45)$:

$PGCD(285;45) = 15$

2 إستنتاج إختزال الكسور:

- $\frac{105}{135} = \frac{105\div15}{135\div15} = \frac{7}{9}$
- $\frac{264}{360} = \frac{264\div24}{360\div24} = \frac{11}{15}$
- $\frac{364}{468} = \frac{364\div52}{468\div52} = \frac{7}{9}$
- $\frac{520}{169} = \frac{520\div13}{169\div13} = \frac{40}{13}$
- $\frac{435}{105} = \frac{435\div15}{105\div15} = \frac{29}{7}$
- $\frac{682}{352} = \frac{682\div22}{352\div22} = \frac{31}{16}$
- $\frac{1035}{437} = \frac{1035\div23}{437\div23} = \frac{45}{19}$
- $\frac{264}{432} = \frac{264\div24}{432\div24} = \frac{11}{18}$
- $\frac{915}{372} = \frac{915\div3}{372\div3} = \frac{305}{124}$
- $\frac{285}{45} = \frac{285\div15}{45\div15} = \frac{19}{3}$

الحل 03

1 حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين **494** و **143**:

$494 = 3 \times 143 + 65$

- مراحل الحساب (خوارزمية إقليدس):

$143 = 2 \times 65 + 13$
$65 = 5 \times 13 + 0$

إذن $PGCD(494;143) = 13$

2 كتابة $\frac{494}{143}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{494}{143} = \frac{494\div13}{143\div13} = \frac{38}{11}$

1 حساب العدد C وكتابة $\frac{385}{198}$ بشكل كسر غير قابل للإختزال: لنحسب

3 حساب العدد **P**: $P = \frac{494}{143} + \frac{90}{11} \div \frac{1}{2}$

$= \frac{38}{11} + \frac{90}{11} \times \frac{2}{1}$
$= \frac{38}{11} + \frac{180}{11}$
$= \frac{38+180}{11}$
$= \frac{218}{11}$

الحل 04

1 هل العددان **1078** و **322** أوليان فيما بينهما ؟ لنحسب

$1078 = 3 \times 322 + 112$
$322 = 2 \times 112 + 98$
$112 = 1 \times 98 + 14$
$98 = 7 \times 14 + 0$

- $PGCD(1078;322)$:

$PGCD(1078;322) = 14$. بما أن القاسم المشترك الأكبر هو $14 \neq 1$، فالعددان .

2 $PGCD(1078;322) = 14$.

3 أحسب A حيث: $A = \frac{1078}{322} - 4 - \frac{23}{2}$.

$A = \frac{1078 \div 14}{322 \div 14} - 4 - \frac{23}{2}$
$= \frac{77}{23} - 4 - \frac{23}{2}$
$= \frac{77}{23} - \frac{4 \times 23}{23} - \frac{23}{2}$
$= \frac{77}{23} - \frac{92}{23} - \frac{23}{2}$
$= \frac{-15}{23} - \frac{23}{2}$
$= \frac{-15 \times 2}{23 \times 2} - \frac{23 \times 23}{2 \times 23}$
$= \frac{-30}{46} - \frac{529}{46}$
$= \frac{-559}{46}$

الحل 05

$385 = 1 \times 198 + 187$

$198 = 1 \times 187 + 11$:$PGCD(198;385)$

$187 = 17 \times 11 + 0$

$PGCD(198;385) = 11$.

إذن، $C = PGCD(198;385) \times \frac{7}{9} - \frac{2}{2}$

$= 11 \times \frac{7}{9} - 1$

$= \frac{77}{9} - \frac{9}{9}$

$= \frac{68}{9}$

(2) كتابة $\frac{385}{198}$ بشكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{385}{198} = \frac{385 \div 11}{198 \div 11} = \frac{35}{18}$.

(2) أحسب N واكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال: لدينا $N = \frac{385}{198}$ باستخدام $PGCD(385;198) = 11$:
$N = \frac{385 \div 11}{198 \div 11} = \frac{35}{18}$.

الحل 06

(1) إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215:

$1215 = 1 \times 945 + 270$

$945 = 3 \times 270 + 135$

$270 = 2 \times 135 + 0$

$PGCD(945;1215) = 135$.

(2) كتابة $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{945}{1215} = \frac{945 \div 135}{1215 \div 135} = \frac{7}{9}$.

الحل 07

(1) إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832:

$1053 = 1 \times 832 + 221$

$832 = 3 \times 221 + 169$

$221 = 1 \times 169 + 52$

$169 = 3 \times 52 + 13$

$52 = 4 \times 13 + 0$

$PGCD(1053;832) = 13$.

(2) كتابة $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$.

الحل 08

(1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406:

$696 = 1 \times 406 + 290$

$406 = 1 \times 290 + 116$

$290 = 2 \times 116 + 58$

$116 = 2 \times 58 + 0$

$PGCD(696;406) = 58$.

(2) كتابة $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{696}{406} = \frac{696 \div 58}{406 \div 58} = \frac{12}{7}$.

(3) حساب العدد P:

$P = \frac{696}{406} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$

$= \frac{12}{7} - \frac{21}{10}$

$= \frac{12 \times 10}{7 \times 10} - \frac{21 \times 7}{10 \times 7}$

$= \frac{120}{70} - \frac{147}{70}$

$= \frac{120 - 147}{70}$

$= -\frac{27}{70}$

الحل 09

(1) هل العددان 324 و 450 أوليان فيما بينهما ؟ وضح ذلك.
العددان 324 و 450 زوجيان (ينتهيان بـ 4 و 0 على التوالي) إذن يقبلان القسمة على 2، بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1 (وهو 2 على الأقل)، فإنهما .

$450 = 1 \times 324 + 126$

$324 = 2 \times 126 + 72$

(2) حساب $PGCD(324;450)$:

$126 = 1 \times 72 + 54$

$72 = 1 \times 54 + 18$

$54 = 3 \times 18 + 0$

$PGCD(324;450) = 18$.

3) حساب كلا من A و B ثم المقارنة بينهما:

$$A = \frac{324}{450} \times \frac{2}{9}$$
$$= \frac{18 \times 18}{18 \times 25} \times \frac{2}{9}$$
$$= \frac{18}{25} \times \frac{2}{9}$$
$$= \frac{18 \times 2}{25 \times 9}$$
$$= \frac{36}{225}$$
$$= \frac{4}{25}$$

(بعد القسمة على 9)

$$B = \frac{324}{450} + \frac{3}{5} - \frac{4}{9}$$
$$= \frac{18}{25} + \frac{3 \times 5}{5 \times 5} - \frac{4}{9}$$
$$= \frac{18}{25} + \frac{15}{25} - \frac{4}{9}$$
$$= \frac{33}{25} - \frac{4}{9}$$
$$= \frac{33 \times 9}{25 \times 9} - \frac{4 \times 25}{9 \times 25}$$
$$= \frac{297}{225} - \frac{100}{225}$$
$$= \frac{197}{225}$$

المقارنة: $A = \frac{4}{25} = \frac{36}{225}$ و $B = \frac{197}{225}$ بما أن $36 < 197$,
إذن $A < B$.

الحل 10

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832:

$$1053 = 1 \times 832 + 221$$
$$832 = 3 \times 221 + 169$$
$$221 = 1 \times 169 + 52$$
$$169 = 3 \times 52 + 13$$
$$52 = 4 \times 13 + 0$$

$PGCD(1053; 832) = 13$.

2) أكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال:
$\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$.

الحل 11

$$330 = 2 \times 120 + 90$$

1) أوجد $PGCD(330; 120)$:

$$120 = 1 \times 90 + 30$$
$$90 = 3 \times 30 + 0$$

$PGCD(330; 120) = 30$.

2) إختزل الكسر $\frac{120}{330}$: $\frac{120}{330} = \frac{120 \div 30}{330 \div 30} = \frac{4}{11}$.

3) أحسب A ثم إختزله إن أمكن:

$$A = \frac{120}{330} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$$
$$= \frac{4}{11} + \frac{14}{30}$$
$$= \frac{4}{11} + \frac{7}{15}$$
$$= \frac{4 \times 15}{11 \times 15} + \frac{7 \times 11}{15 \times 11}$$
$$= \frac{60}{165} + \frac{77}{165}$$
$$= \frac{137}{165}$$

الكسر $\frac{137}{165}$ هو كسر غير قابل للإختزال لأن 137 عدد أولي ولا يقسم 165.

الحل 12

1) قواسم الأعداد:

- قواسم 90: {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}
- قواسم 72: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72}
- قواسم 45: {1, 3, 5, 9, 15, 45}

2) القواسم المشتركة:

- القواسم المشتركة لـ 90 و 72: {1, 2, 3, 6, 9, 18}
- القواسم المشتركة لـ 72 و 45: {1, 3, 9}
- القواسم المشتركة لـ 90 و 45: {1, 3, 5, 9, 15, 45}

3) استنتاج القاسم المشترك الأكبر:

$PGCD(90; 72) = 18$
$PGCD(72; 45) = 9$
$PGCD(90; 45) = 45$

4) حساب القاسم المشترك الأكبر للأعداد 90 و 72 و 45 باستعمال خوارزمية إقليدس: $PGCD(90;72)=18$.

الآن نحسب $PGCD(18;45)$:

$45=2\times 18+9$

$18=2\times 9+0$

$PGCD(90;72;45)=9$.

2) أكتب الكسر $\frac{y}{x}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: من المعادلة $450x=540y$ نستنتج أن $\frac{y}{x}=\frac{450}{540}$. لإختزال الكسر نقسم البسط والمقام على PGCD: $\frac{450}{540}=\frac{450\div 90}{540\div 90}=\frac{5}{6}$، إذن $\frac{y}{x}=\frac{5}{6}$.

الحل 13

1) هل العددان 640 و 360 أوليان فيما بينهما ؟ العددان 640 و 360 كلاهما ينتهي بالصفر، إذن يقبلان القسمة على 10. بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1 (وهو 10 على الأقل)، فإنهما .

2) تعيين الـ $PGCD$ للعددين : 640 و 360:

$640=1\times 360+280$

$360=1\times 280+80$

$280=3\times 80+40$

$80=2\times 40+0$

$PGCD(640;360)=40$.

3) اكتب الكسر $\frac{360}{640}$ على أبسط شكل ممكن حيث: $A=\frac{360}{640}\times$ $\frac{9}{16}$ ؛ $\frac{360}{640}=\frac{360\div 40}{640\div 40}$. أولاً نختزل الكسر $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$.

ثم نحسب A:

$$A=\frac{9}{16}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{27}{64}+\frac{2}{10}$$
$$=\frac{27}{64}+\frac{1}{5}$$
$$=\frac{27\times 5}{64\times 5}+\frac{1\times 64}{5\times 64}$$
$$=\frac{135}{320}+\frac{64}{320}$$
$$=\frac{199}{320}$$

الحل 14

لدينا $450x=540y$.

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 450 و 540:

$540=1\times 450+90$

$450=5\times 90+0$

$PGCD(450;540)=90$.

الحل 15

1) أوجد $PGCD(1962;1830)$ باستعمال خوارزمية إقليدس:

$1962=1\times 1830+132$

$1830=13\times 132+114$

$132=1\times 114+18$

$114=6\times 18+6$

$18=3\times 6+0$

$PGCD(1962;1830)=6$.

2) استنتج القواسم المشتركة للعددين الطبيعيين 1962 و 1830: القواسم المشتركة لعددين هي قواسم قاسمهما المشترك الأكبر. قواسم 6 هي: $PGCD(1962;1830)=\{1,2,3,6\}$.

الحل 16

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 322 و 602:

$602=1\times 322+280$

$322=1\times 280+42$

$280=6\times 42+28$

$42=1\times 28+14$

$28=2\times 14+0$

$PGCD(322;602)=14$.

2) هل العددان 322 و 602 أوليان فيما بينهما؟ بما أن $PGCD(322;602)=14\neq 1$، فالعددان .

3) كتابة الكسر $\frac{322}{602}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{322}{602}=\frac{322\div 14}{602\div 14}=\frac{23}{43}$.

الأستاذ بوسعادة حفيظ للرياضيات

4 أحسب M، حيث: $M = \frac{22}{43} + \frac{14}{3} \times \frac{322}{602}$

$$M = \frac{22}{43} + \frac{14}{3} \times \frac{23}{43}$$
$$= \frac{22}{43} + \frac{14 \times 23}{3 \times 43}$$
$$= \frac{22}{43} + \frac{322}{129}$$
$$= \frac{22 \times 3}{43 \times 3} + \frac{322}{129}$$
$$= \frac{66}{129} + \frac{322}{129}$$
$$= \frac{66 + 322}{129}$$
$$= \frac{388}{129}$$

3 حساب العدد C وكتابته كتابة علمية:

$$C = \frac{4.8 \times 10^4 \times 2.4 \times 10^{-8}}{1.8 \times 10^{-7}}$$
$$= \frac{(4.8 \times 2.4) \times (10^4 \times 10^{-8})}{1.8 \times 10^{-7}}$$
$$= \frac{11.52 \times 10^{4-8}}{1.8 \times 10^{-7}}$$
$$= \frac{11.52}{1.8} \times \frac{10^{-4}}{10^{-7}}$$
$$= 6.4 \times 10^{-4-(-7)}$$
$$= 6.4 \times 10^{-4+7}$$
$$= 6.4 \times 10^3$$

الحل 17

1 حساب القاسم المشترك الأكبر ($PGCD$) للعددين 990 و 792، ثم أكتب الكسر $\frac{792}{990}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$990 = 1 \times 792 + 198$$
$$792 = 4 \times 198 + 0$$

$PGCD(990; 792) = 198$. كتابة الكسر $\frac{792}{990}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{792 \div 198}{990 \div 198} = \frac{4}{5}$.

2 حساب العدد B وكتابته على أبسط شكل ممكن:

$$B = \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{8}\right) \div \frac{5}{6}$$
$$= \left(\frac{3 \times 8}{5 \times 8} - \frac{5 \times 5}{8 \times 5}\right) \div \frac{5}{6}$$
$$= \left(\frac{24}{40} - \frac{25}{40}\right) \div \frac{5}{6}$$
$$= \frac{-1}{40} \div \frac{5}{6}$$
$$= \frac{-1}{40} \times \frac{6}{5}$$
$$= \frac{-6}{200}$$
$$= \frac{-3}{100}$$

الحل 18

1 هل العددان 580 و 928 أوليان فيما بينهما ؟ برر جوابك دون حساب. العددان 580 و 928 عددان زوجيان (ينتهيان بـ 0 و 8 على التوالي)، إذن يقبلان القسمة على 2. بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1 (وهو 2 على الأقل)، فإنهما .

2 أحسب $PGCD(928; 580)$:

$$928 = 1 \times 580 + 348$$
$$580 = 1 \times 348 + 232$$
$$348 = 1 \times 232 + 116$$
$$232 = 2 \times 116 + 0$$

$PGCD(928; 580) = 116$.

3 حل المعادلة: $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} + \frac{x}{24} = \frac{928}{580}$. أولاً نختزل الكسر: $\frac{928}{580} = \frac{928 \div 116}{580 \div 116} = \frac{8}{5}$. المعادلة تصبح: $\frac{x}{5} - \frac{x}{9} + \frac{x}{24} = \frac{8}{5}$. لنوحد المقامات في الطرف الأيمن (المضاعف المشترك الأصغر لـ 5، 9، 24 هو 360):

$$\frac{8}{5} = \frac{x \times 72}{5 \times 72} - \frac{x \times 40}{9 \times 40} + \frac{x \times 15}{24 \times 15}$$
$$\frac{8}{5} = \frac{72x}{360} - \frac{40x}{360} + \frac{15x}{360}$$
$$\frac{8}{5} = \frac{72x - 40x + 15x}{360}$$
$$\frac{8}{5} = \frac{47x}{360}$$
$$8 \times \frac{360}{5} = 47x$$
$$8 \times 72 = 47x$$

الآن نضرب الطرفين في 360:

$$576 = 47x$$
$$x = \frac{576}{47}$$

إذن حل المعادلة هو $x = \frac{576}{47}$.

الحل 19

1) كتابة العدد A كتابة علمية:

$$\begin{aligned} A &= 0.00045 \times (10^2)^3 \\ &= 0.00045 \times 10^{2\times 3} \\ &= 0.00045 \times 10^6 \\ &= (4.5 \times 10^{-4}) \times 10^6 \\ &= 4.5 \times 10^{-4+6} \\ &= 4.5 \times 10^2 \end{aligned}$$

2) تبين بالحساب أن $B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ بما أن $B < 1$:

$$\begin{aligned} B &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{3} - \frac{2 \times 1}{3 \times 5} \\ &= \frac{5}{3} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{25}{15} - \frac{2}{15} \\ &= \frac{23}{15} \end{aligned}$$

$15 > 23$, إذن $\frac{23}{15} < 1$.

3) حل المعادلة $2C^2 - 28C + 26 = 0$: أولاً، نحسب $PGCD(351; 247)$:

$$\begin{aligned} 351 &= 1 \times 247 + 104 \\ 247 &= 2 \times 104 + 39 \\ 104 &= 2 \times 39 + 26 \\ 39 &= 1 \times 26 + 13 \\ 26 &= 2 \times 13 + 0 \end{aligned}$$

إذن $C = 13$.

المعادلة تصبح: $2(13)^2 - 28(13) + 26 = 0$

$$\begin{aligned} 2 \times 169 - 364 + 26 &= 0 \\ 338 - 364 + 26 &= 0 \\ -26 + 26 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

المعادلة صحيحة بقيمة C=13.

الحل 20

1) هل العددان 2024 و 600 أوليان فيما بينهما ؟ برر جوابك دون حساب. العددان 2024 و 600 عددان زوجيان (ينتهيان بـ 4 و 0 على التوالي)، إذن يقبلان القسمة على 2. بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1 (وهو 2 على الأقل)، فإنهما ليسا أوليين فيما بينهما.

2) اكتب الكسر $\frac{600}{2024}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

لنحسب $PGCD(2024; 600)$:

$$\begin{aligned} 2024 &= 3 \times 600 + 224 \\ 600 &= 2 \times 224 + 152 \\ 224 &= 1 \times 152 + 72 \\ 152 &= 2 \times 72 + 8 \\ 72 &= 9 \times 8 + 0 \end{aligned}$$

$PGCD(2024; 600) = 8$. الآن نختزل الكسر: $\frac{600}{2024} = \frac{600 \div 8}{2024 \div 8} = \frac{75}{253}$.

3) أحسب z حيث $z = \frac{47}{75} + \frac{1}{2024} - \frac{600}{2024}$.

$$\begin{aligned} z &= \frac{47}{75} + \frac{1}{2024} - \frac{600}{2024} \\ &= \frac{47}{75} + \frac{1 - 600}{2024} \\ &= \frac{47}{75} + \frac{-599}{2024} \\ &= \frac{47}{75} - \frac{599}{2024} \\ &= \frac{47 \times 2024}{75 \times 2024} - \frac{599 \times 75}{2024 \times 75} \\ &= \frac{95128}{151800} - \frac{44925}{151800} \\ &= \frac{50203}{151800} \end{aligned}$$

الحل 21

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B حيث: $A = 319$, $B = 203$.

$$\begin{aligned} 319 &= 1 \times 203 + 116 \\ 203 &= 1 \times 116 + 87 \\ 116 &= 1 \times 87 + 29 \\ 87 &= 3 \times 29 + 0 \end{aligned}$$

$PGCD(319; 203) = 29$.

2) بين أن: $PGCD(A - B; A + B) = 2 \times PGCD(A; B)$.

لدينا $A = 319$, $B = 203$, و $PGCD(A; B) = 29$. إذن $2 \times 29 = 58$.

الآن نحسب $A - B$ و $A + B$: $A - B = 319 - 203 = 116$. $A + B = 319 + 203 = 522$.

نحسب $PGCD(116;522)$:

$522 = 4 \times 116 + 58$

$116 = 2 \times 58 + 0$

$PGCD(A-B;A+B) = PGCD(116;522) = 58$.

بما أن $PGCD(A-B;A+B) = 58$ و $PGCD(A;B) = 2$ فإن $PGCD(A-B;A+B) = 2 \times PGCD(A;B)$.

الحل 22

لدينا $12963x - 3y = 3x + 645y$.

1) أوجد قيمة الكسر $\frac{x}{y}$ ثم اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال. نحاول عزل x و y:

$12963x - 3x = 645y + 3y$

$12960x = 648y$

$\frac{x}{y} = \frac{648}{12960}$

لإختزال الكسر $\frac{648}{12960}$، نحسب $PGCD(12960;648)$:

$12960 = 20 \times 648 + 0$

$PGCD(12960;648) = 648$.

إذن، $\frac{x}{y} = \frac{648 \div 648}{12960 \div 648} = \frac{1}{20}$.

2) اكتب الكسر $\frac{x}{y}$ كتابة عشرية ثم كتابة علمية. الكسر هو $\frac{1}{20}$. الكتابة العشرية: $\frac{1}{20} = \frac{1 \times 5}{20 \times 5} = \frac{5}{100} = 0.05$. الكتابة العلمية: $0.05 = 5 \times 10^{-2}$.

الحل 23

أبعاد الأرض المثلثة هي 135 m, 183 m, 99 m.

1) أوجد أكبر مسافة ممكنة بين كل عمودين متتاليين. لإيجاد أكبر مسافة، نحسب PGCD لأبعاد المثلث (135, 183, 99).

$183 = 1 \times 135 + 48$

$135 = 2 \times 48 + 39$

$48 = 1 \times 39 + 9$

$39 = 4 \times 9 + 3$

$9 = 3 \times 3 + 0$

$PGCD(135;183) = 3$.

الآن نحسب $PGCD(3;99)$:

$99 = 33 \times 3 + 0$

$PGCD(135;183;99) = 3$. أكبر مسافة ممكنة بين كل عمودين متتاليين هي 3 m.

2) ماهو عدد الأعمدة التي يحتاجها صاحب الأرض. محيط الأرض = $417 + 183 + 99 + 135$ m. عدد الأعمدة = محيط الأرض / المسافة بين عمودين = $417 \div 3 = 139$ عموداً.

الحل 24

طول الصفيحة 4.95 m وعرضها 3.15 m.

1) ما هو طول ضلع كل قطعة مربعة؟ لإيجاد أكبر طول ضلع للمربع، نحول الأبعاد إلى سم لتجنب الكسور العشرية: الطول = $4.95 \text{ m} = 495 \text{ cm}$، العرض = $3.15 \text{ m} = 315 \text{ cm}$. نحسب

$495 = 1 \times 315 + 180$

$315 = 1 \times 180 + 135$

$180 = 1 \times 135 + 45$

$135 = 3 \times 45 + 0$

$PGCD(495;315) = 45$. طول ضلع كل قطعة مربعة هو 45 cm أو 0.45 m.

2) ماهو عدد القطع المربعة المحصل عليها. عدد المربعات على طول الطول = $495 \div 45 = 11$. عدد المربعات على طول العرض = $315 \div 45 = 7$. العدد الكلي للقطع المربعة = $11 \times 7 = 77$ قطعة مربعة.

الحل 25

عرض قطعة القماش 70 cm وطولها 378 cm.

1) هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع 10 cm ؟ برر. نعم يمكن أن يكون طول ضلع المربع 10 cm إذا كان كل من الطول والعرض يقبلان القسمة على 10. $378 \div 10 = 37.8$ (ليس عدداً صحيحاً). $70 \div 10 = 7$ (عدد صحيح). بما أن الطول 378 cm10 بدون باقٍ، فإنه تشكيل مربعات طول ضلعها 10 cm دون ضياع.

2) أوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث يكون طول ضلع كل مربع أكبر ما يمكن. لإيجاد أكبر طول ضلع ممكن، نحسب

$378 = 5 \times 70 + 28$
$70 = 2 \times 28 + 14$:$PGCD(378;70)$
$28 = 2 \times 14 + 0$
$PGCD(378;70) = 14$. أكبر طول ضلع لكل مربع هو **14 cm**. عدد المربعات على الطول = $378 \div 14 = 27$. عدد المربعات على العرض = $70 \div 14 = 5$. العدد الكلي للمربعات = $27 \times 5 = 135$ مربعاً.

الحل 26

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين **140** و **220**.
$220 = 1 \times 140 + 80$
$140 = 1 \times 80 + 60$
$80 = 1 \times 60 + 20$
$60 = 3 \times 20 + 0$
$PGCD(140;220) = 20$.

2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها **1.40 m** و **2.20 m** جُزّئت إلى مربعات متساوية وبأكبر ضلع ممكن. نحول الأبعاد إلى سم: $1.40\,\mathbf{m} = 140\,\mathbf{cm}$,$2.20\,\mathbf{m} = 220\,\mathbf{cm}$.

أ) ماهو طول ضلع كل مربع؟ طول ضلع كل مربع هو $PGCD(220;140)$. من السؤال الأول، $PGCD(220;140) = 20$. إذن طول ضلع كل مربع هو **20 cm** أو **0.2 m**.

ب) ماهو عدد المربعات الناتجة؟ عدد المربعات على الطول = $220 \div 20 = 11$. عدد المربعات على العرض = $140 \div 20 = 7$. العدد الكلي للمربعات الناتجة = $11 \times 7 = 77$ مربعاً.

الحل 27

عدد صناديق البطاطا = **1188**، عدد صناديق الجزر = **528**.

1) أحب مساعدة ذو العجوز ...

أ) ما هو أكبر عدد من التشكيلات التي يمكن تكوينها؟ أكبر عدد من التشكيلات هو

$1188 = 2 \times 528 + 132$
$528 = 4 \times 132 + 0$:$PGCD(1188;528)$
$PGCD(1188;528) = 132$. أكبر عدد من التشكيلات هو **132** تشكيلة.

ب) ما هو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة؟ عدد صناديق البطاطا في كل تشكيلة = $1188 \div 132 = 9$ صناديق. عدد صناديق الجزر في كل تشكيلة = $528 \div 132 = 4$ صناديق.

الحل 28

1) هل العددان **540** و **300** أوليان فيما بينهما، برر. العددان **540** و **300** كلاهما ينتهي بالصفر، إذن يقبلان القسمة على **10** (أو على 2 و 5). بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1، فإنهما .

2) اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين **540** و **300**.
$540 = 1 \times 300 + 240$
$300 = 1 \times 240 + 60$
$240 = 4 \times 60 + 0$
$PGCD(540;300) = 60$.

3) نريد أن نفرش قاعة مستطيلة الشكل طولها **5.40 m** و عرضها **3 m** بزربية مستطيلة الشكل و كلها متماثلة، نحول الأبعاد إلى سم: $5.40\,\mathbf{m} = 540\,\mathbf{cm}$,$3\,\mathbf{m} = 300\,\mathbf{cm}$.

أ) هل طول كل زربية حتى يكون عدد الزرابي المستعملة أصغر ما يمكن. لكي يكون عدد الزرابي أصغر ما يمكن، يجب أن يكون طول ضلع الزربية أكبر ما يمكن. طول ضلع الزربية = $PGCD(540;300) = 60\,\mathbf{cm}$ (أو **0.6 m**).

ب) عين حينئذ عدد الزرابي المستعملة. عدد الزرابي على الطول = $540 \div 60 = 9$. عدد الزرابي على العرض = $300 \div 60 = 5$. العدد الكلي للزرابي = $9 \times 5 = 45$ زربية.

الحل 29

عدد زهور النرجس 75، عدد زهور القرنفل 90.

1) باستغلال كل الزهور، هل يمكنه تشكيل 5 باقات متماثلة؟ نقسم عدد كل نوع من الزهور على 5: $75 \div 5 = 15$ (نرجس)، $90 \div 5 = 18$ (قرنفل)، بما أن القسمة أعطت أعداداً صحيحة لكل نوع، فـ 5.

2) ما هو أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة التي يمكن تشكيلها باستعمال كل الزهور؟ أكبر عدد ممكن من الباقات هو $PGCD(75;90)$:

$$90 = 1 \times 75 + 15$$
$$75 = 5 \times 15 + 0$$

$PGCD(75;90) = 15$. أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة هو 15 باقة.

3) ما هو عدد زهور النرجس و زهور القرنفل في كل باقة؟ عدد زهور النرجس في كل باقة = $75 \div 15 = 5$ زهور، عدد زهور القرنفل في كل باقة = $90 \div 15 = 6$ زهور.

الحل 30

عدد قطع DA 50 هو 640، عدد قطع DA 100 هو 360.

1) ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن استخدامها؟ أكبر عدد من العلب هو $PGCD(640;360)$:

$$640 = 1 \times 360 + 280$$
$$360 = 1 \times 280 + 80$$
$$280 = 3 \times 80 + 40$$
$$80 = 2 \times 40 + 0$$

$PGCD(640;360) = 40$. أكبر عدد من العلب هو 40 علبة.

2) ما هو عدد قطع الـ DA 50 و الـ DA 100 في كل علبة؟ عدد قطع DA 50 في كل علبة = $640 \div 40 = 16$ قطعة، عدد قطع DA 100 في كل علبة = $360 \div 40 = 9$ قطع.

3) ما هو المبلغ الكلي الذي تحتويه كل علبة؟ المبلغ في كل علبة = $(16 \times 50\,\mathbf{DA}) + (9 \times 100\,\mathbf{DA})$

$$= 800\,\mathbf{DA} + 900\,\mathbf{DA}$$
$$= 1700\,\mathbf{DA}.$$

الحل 31

1) عين $PGCD(108;135)$:

$$135 = 1 \times 108 + 27$$
$$108 = 4 \times 27 + 0$$

$PGCD(108;135) = 27$.

2) مجموعة أقلام يتكون من 108 قلم أزرق و 135 قلم أحمر، تريد وضع تلك الأقلام في علب بحيث:

- كل علبة تضم نفس العدد من الأقلام الزرقاء.
- كل علبة تضم نفس العدد من الأقلام الحمراء.
- نستعمل كل الأقلام الزرقاء وكل الأقلام الحمراء.

أ) ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها، أكبر عدد من العلب هو $PGCD(108;135) = 27$ علبة.

ب) ما هو عدد الأقلام الزرقاء و عدد الأقلام الحمراء في كل علبة؟ عدد الأقلام الزرقاء في كل علبة = $108 \div 4 = 27$ أقلام، عدد الأقلام الحمراء في كل علبة = $135 \div 27 = 5$ أقلام.

الحل 32

1) احسب القاسم المشترك الأكبر ($pgcd$) للعددين 880 و 1100:

$$1100 = 1 \times 880 + 220$$
$$880 = 4 \times 220 + 0$$

$PGCD(880;1100) = 220$.

2) بناء يريد تبليط قاعة مستطيلة الشكل طولها 11 m و عرضها 8.8 m لأجل ذلك جلب له المالك بلاطات متماثلة و مربعة الشكل.

أ) ما هو أكبر طول ضلع ممكن للبلاطات المستعملة، نحول الأبعاد إلى سم: الطول = $1100\,\mathbf{cm} = 11\,\mathbf{m}$، العرض = $880\,\mathbf{cm} = 8.8\,\mathbf{m}$، أكبر طول ضلع هو $PGCD(1100;880) = 220\,\mathbf{cm}$ (أو $2.2\,\mathbf{m}$).

ب) ما هو عدد البلاطات التي يمكن استعمالها؟ عدد البلاطات على الطول = $1100 \div 220 = 5$، عدد البلاطات على العرض = $880 \div 220 = 4$، العدد الكلي للبلاطات = $5 \times 4 = 20$ بلاطة.

الحل 33

(1) هل العددان 480 و 620 أوليان فيما بينهما؟ علل دون إجراء الحساب. العددان 480 و 620 عددان زوجيان (ينتهيان بالصفر)، إذن يقبلان القسمة على 2. بما أن لديهما قاسم مشترك أكبر من 1، فإنهما .

(2) احسب $PGCD(620;480)$:

$$620 = 1 \times 480 + 140$$
$$480 = 3 \times 140 + 60$$
$$140 = 2 \times 60 + 20$$
$$60 = 3 \times 20 + 0$$

$PGCD(620;480) = 20$.

(3) اكتب الكسر $\frac{480}{620}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال: $\frac{480}{620} = \frac{480 \div 20}{620 \div 20} = \frac{24}{31}$.

(4) أحسب A حيث $A = \frac{\frac{480}{620} \times \frac{3}{4} + \frac{13}{4} - \frac{2}{4}}{\frac{24}{31}}$.

$$A = \frac{\frac{24}{31} \times \frac{3}{4} + \frac{13}{4} - \frac{2}{4}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{24 \times 3}{31 \times 4} + \frac{13-2}{4}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{72}{124} + \frac{11}{4}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{18}{31} + \frac{11}{4}}{\frac{24}{31}} \quad \text{(بالقسمة على 4 بعد اختزال } \frac{72}{124}\text{)}$$
$$= \frac{\frac{18 \times 4}{31 \times 4} + \frac{11 \times 31}{4 \times 31}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{72}{124} + \frac{341}{124}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{72+341}{124}}{\frac{24}{31}}$$
$$= \frac{\frac{413}{124}}{\frac{24}{31}}$$

الحل 34

أبعاد الحديقة 42 m و 70 m و 98 m.

(1) ما هي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟ لإيجاد أكبر مسافة، نحسب PGCD لأبعاد الحديقة (42, 70, 98). $PGCD(70;42)$:

$$70 = 1 \times 42 + 28$$
$$42 = 1 \times 28 + 14$$
$$28 = 2 \times 14 + 0$$

$PGCD(70;42) = 14$.

الآن نحسب $PGCD(14;98)$:

$$98 = 7 \times 14 + 0$$

$PGCD(42;70;98) = 14$. أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين هي 14 m.

(2) ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة. محيط الحديقة = $210\ \text{m} = 98 + 70 + 42$. عدد الأشجار = محيط الحديقة / المسافة بين شجرتين = $210 \div 14 = 15$ شجرة.

الحل 35

عدد الذكور 56، عدد الإناث 48.

(1) جد أكبر عدد ممكن من المجموعات التي يمكن تشكيلها. أكبر عدد ممكن من المجموعات هو $PGCD(56;48)$:

$$56 = 1 \times 48 + 8$$
$$48 = 6 \times 8 + 0$$

$PGCD(56;48) = 8$. أكبر عدد من المجموعات هو 8 مجموعات.

(2) جد عدد الذكور و عدد الإناث في كل مجموعة. عدد الذكور في كل مجموعة = $56 \div 8 = 7$ ذكور، عدد الإناث في كل مجموعة = $48 \div 8 = 6$ إناث.

الحل 36

طول الحقل 276 m، عرضه 192 m.

(1) ماهي المسافة بين كل عمودين متتاليين؟ المسافة بين كل عمودين متتاليين هي $PGCD(276;192)$:

$$276 = 1 \times 192 + 84$$
$$192 = 2 \times 84 + 24$$
$$84 = 3 \times 24 + 12$$
$$24 = 2 \times 12 + 0$$

$PGCD(276;192) = 12$. المسافة بين كل عمودين متتاليين هي 12 m.

(2) ماعدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها الفلاح؟ محيط الحقل = $936\ \text{m} = 2 \times 468 = 2 \times (276 + 192)$. عدد الأعمدة = محيط الحقل / المسافة بين عمودين = $936 \div 12 = 78$ عموداً.

الحل 37

حل وضعية رقم 3 (من الصورة 6): صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 2.2 m و 1.4 m.

1 ماهو طول ضلع كل مربع. نحول الأبعاد إلى سم: $2.2\,\mathbf{m} = 220\,\mathbf{cm}$,$1.4\,\mathbf{m} = 140\,\mathbf{cm}$. طول ضلع كل مربع هو $PGCD(220;140)$:

$220 = 1 \times 140 + 80$

$140 = 1 \times 80 + 60$

$80 = 1 \times 60 + 20$

$60 = 3 \times 20 + 0$

$PGCD(220;140) = 20$. طول ضلع كل مربع هو $20\,\mathbf{cm}$ (أو $0.2\,\mathbf{m}$).

2 ماهو عدد المربعات الناتجة. عدد المربعات على الطول = $220 \div 20 = 11$. عدد المربعات على العرض = $140 \div 20 = 7$. العدد الكلي للمربعات الناتجة = $11 \times 7 = 77$ مربعاً.

الحل 38 حل وضعية رقم 4 (من الصورة 6): عرض قطعة القماش $270\,\mathbf{m}$ وطولها $378\,\mathbf{m}$.

1 هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع $10\,\mathbf{m}$؟ $18\,\mathbf{m}$؟

– لطول ضلع $10\,\mathbf{m}$: $378 \div 10 = 37.8$ (ليس عدداً صحيحاً). $270 \div 10 = 27$ (عدد صحيح). بما أن الطول $378\,\mathbf{m}$10، فلا يمكن.

– لطول ضلع $18\,\mathbf{m}$: $378 \div 18 = 21$ (عدد صحيح). $270 \div 18 = 15$ (عدد صحيح). بما أن كلا من الطول والعرض يقبلان القسمة على 18، فـ، تشكيل مربعات طول ضلعها $18\,\mathbf{m}$.

2 أوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث طول ضلع كل مربع أكبر ما يمكن. لإيجاد أكبر طول ضلع، نحسب $PGCD(378;270)$:

$378 = 1 \times 270 + 108$

$270 = 2 \times 108 + 54$

$108 = 2 \times 54 + 0$

$PGCD(378;270) = 54$. أكبر طول ضلع لكل مربع هو $54\,\mathbf{m}$. عدد المربعات على الطول = $378 \div 54 = 7$. عدد المربعات على العرض = $270 \div 54 = 5$. العدد الكلي للمربعات = $5 \times 7 = 35$ مربعاً.

الأستاذ بوسعادة حفيظ للرياضيات