الموسم الدراسي: 2024/2023

سلسلة تمارين القاسم المشترك الأكبر

المستوى: سنة رابعة

التمرين 01:

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210 و441.
2. اكتب الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 02:

1. أعط العلاقة التي تعبر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21.
2. أكتب العدد $\frac{720}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 03:

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 364 و672.
2. استنتج الكسر عير القابل للاختزال المساوي للكسر $\frac{364}{672}$.

التمرين 04:

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1512 و3150.
2. اكتب الكسر $\frac{3150}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 05:

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496 و806.
2. أكتب الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. أحسب $\frac{496}{806} - \frac{3}{26}$ (تعطى النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال).

التمرين 06:

ليكن الكسر $\frac{170}{578}$:

1. بين أنه يقبل الاختزال.
2. عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 170 و578
3. أكتب الكسر $\frac{170}{578}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

الوضعية 01:

لدى بائع الورود 7200 زهرة من الصنف الوردي و10800 زهرة من الصنف العادي، فأراد أن يصنع أكبر عدد من الأكوام المتساوية من كل الورود.

1. ما هو عدد الأكوام التي يمكنه صنعها؟
2. ماهي تركيبة كل كومة؟

الوضعية 02:

حقل مستطيل الشكل طوله 102m وعرضه 78m، أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الأخرى بنفس المسافة وأن يغرس في كل ركن شجرة.

1. ماهي المسافة بين كل شجرة والأخرى؟
2. ما هو عدد الأشجار؟

الوضعية 03:

يبيع أحد المراكز البريدية 1631 طابعا بريديا جزائريا و932 طابعا بريديا أجنبي في مجموعات متساوية تحتوي كل مجموعة على نفس العدد من الطوابع البريدية.

1. ما هو أكبر عدد من المجموعات التي يمكن التحصل عليها؟
2. ما هو عدد الطوابع في كل مجموعة؟

الوضعية 04:

لدى لحام قطع حديدية طول كل واحدة منها 110cm وعرضها 88cm، يريد تقسيم كل قطعة إلى قطع صغيرة على شكل مربعات متساوية.

1. ما هو طول ضلع كل مربع من المربعات؟
2. ما هو عدد المربعات المتحصل عليه من كل قط

الموسم الدراسي: 2024/2023

الحلول المفصّلة لسلسلة القاسم المشترك الأكبر

المستوى: سنة رابعة

◄ التمرين الأول

❶ احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210 و441.

❷ اكتب الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

◄ الحل

❶ حساب $PGCD(441;210)$ باستعمال خوارزمية إقليدس:

$$441 = 210 \times 2 + 21$$
$$210 = 21 \times 10 + 00$$

إذن: $PGCD(441;210) = 21$

❷ كتابة $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{441}{210} = \frac{441 \div 21}{210 \div 21} = \frac{21}{10}$$

◄ التمرين الثاني

❶ أعط العلاقة التي تعبر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21.

❷ أكتب العدد $\frac{720}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

◄ الحل

❶ العلاقة التي تعبّر عن القسمة الاقليدية:

$$1512 = 21 \times 72 + 00$$
(أي: $1512 = 21 \times 72$)

❷ كتابة $\frac{720}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

نقوم بحساب $PGCD(720;1512)$ باستعمال خوارزمية اقليدس:

$$1512 = 720 \times 2 + 72$$
$$720 = 72 \times 10 + 00$$

إذن: $PGCD(720;1512) = 72$

وعليه يكون الاختزال كالآتي:

$$\frac{720}{1512} = \frac{720 \div 72}{1512 \div 72} = \frac{10}{21}$$

◄ التمرين الثالث

❶ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 364 و672.

❷ استنتج الكسر عير القابل للاختزال المساوي للكسر $\frac{364}{672}$.

◄ الحل

❶ حساب $PGCD(672;364)$ باستعمال خوارزمية إقليدس:

$$672 = 364 \times 1 + 308$$
$$364 = 308 \times 1 + 56$$
$$308 = 56 \times 5 + 28$$
$$56 = 28 \times 2 + 00$$

إذن: $PGCD(672;364) = 28$

❷ استنتاج الكسر المختزل:

$$\frac{364}{672} = \frac{364 \div 28}{672 \div 28} = \frac{13}{24}$$

◄ التمرين الرابع

❶ احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1512 و3150.

❷ اكتب الكسر $\frac{3150}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

◄ الحل

❶ حساب $PGCD(1512;3150)$ باستعمال خوارزمية إقليدس:

$$3150 = 1512 \times 2 + 126$$
$$1512 = 126 \times 12 + 00$$

إذن: $PGCD(1512;3150) = 126$

❷ كتابة $\frac{3150}{1512}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{3150}{1512} = \frac{3150 \div 126}{1512 \div 126} = \frac{25}{12}$$

الأستاذ بوعبد الله للرياضيات

◄ التمرين الخامس

❶ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496 و806.

❷ أكتب الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

❸ احسب $\frac{3}{26} - \frac{496}{806}$ (تعطى النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال).

◄ الحل

❶ حساب $PGCD(806;496)$ باستعمال خوارزمية إقليدس:

$$806 = 496 \times 1 + 310$$
$$496 = 310 \times 1 + 186$$
$$310 = 186 \times 1 + 124$$
$$186 = 124 \times 1 + 62$$
$$124 = 62 \times 2 + 00$$

إذن: $PGCD(806;496) = 62$

❷ كتابة $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{496}{806} = \frac{496 \div 62}{806 \div 62} = \frac{8}{13}$$

❸ حساب $\frac{3}{26} - \frac{496}{806}$:

$$\frac{3}{26} - \frac{496}{806} = \frac{3}{26} - \frac{8}{13} = \frac{3}{26} - \frac{8 \times 2}{13 \times 2}$$
$$= \frac{3}{26} - \frac{16}{26} = \frac{3-16}{26} = \frac{-13}{26} = \frac{-1}{2}$$

◄ التمرين السادس

ليكن الكسر $\frac{170}{578}$:

❶ بين أنه يقبل الاختزال.

❷ عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 170 و578 (يجب إظهار مراحل العمل)

❸ أكتب الكسر $\frac{170}{578}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

◄ الحل

❶ بما أنّ كل من العددين 170 و 578 رقم آحاده عدد

زوجي (من مضاعفات 2 الأقل من 10) فهما يقبلان القسمة على 2، وبذلك يكون الكسر $\frac{170}{578}$ قابلا للاختزال أي: $\frac{170}{578} = \frac{170\div2}{578\div2} = \frac{85}{289}$.

❷ تعيين $PGCD(170;578)$:

$$578 = 170 \times 3 + 68$$
$$170 = 68 \times 2 + 34$$
$$68 = 34 \times 2 + 00$$

إذن: $PGCD(170;578) = 34$

❸ كتابة $\frac{170}{578}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{170}{578} = \frac{170 \div 34}{578 \div 34} = \frac{5}{17}$$

◄ الوضعية الأولى

لدى بائع الورود 7200 زهرة من الصنف الوردي و10800 زهرة من الصنف العادي، فأراد أن يصنع أكبر عدد من الأكوام المتساوية من كل الورود، بأكبر عدد ممكن من الأكوام.

❶ ما هو عدد الأكوام التي يمكنه صنعها؟

❷ ماهي تركيبة كل كومة؟

◄ الحل

نعلم أن كل قاسم مشترك بين العددين 7200 و 10800 يمثل تقسيما صحيحاً بحيث سنتحصل على عدد من الأكوام المتساوية من حيث عدد الورود من كل صنف، لكن لمّا قيل لنا بأكبر عدد ممكن من الأكوام هنا نضطر لحساب القاسم المشترك الأكبر.

❶ تعيين $PGCD(10800;7200)$

$$10800 = 7200 \times 1 + 3600$$
$$7200 = 3600 \times 2 + 00$$

إذن: $PGCD(10800;7200) = 3600$

عدد الأكوام هو 3600 كومة.

❷ حساب تركيبة كل كومة من عدد الورود:

$$10800 \div 3600 = 3$$

عدد الورود من الصنف العادي في كل كومة هو: 3.

$$7200 \div 3600 = 2$$

عدد الورود من الصنف الوردي في كل كومة هو: 2.

تحتوي كل كومة على 3 ورود عادية وورودتان ورديتان.

الأستاذ بوعبد الله للرياضيات

◄ الوضعية الثانية

حقل مستطيل الشكل طوله 102m وعرضه 78m، أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الأخرى بنفس المسافة على أن تكون المسافة بين كل شجرتين أكبر ما يمكن، وأن يغرس في كل ركن شجرة.

❶ ماهي المسافة بين كل شجرة والأخرى؟

❷ ما هو عدد الأشجار؟

◄ الحل

أولا: وجب علينا أن نعلم أن صاحب هذا الحقل يريد غرس أشجار على محيط حقله الذي هو مستطيل الشكل، لذا علينا معرفة حساب محيط المستطيل.

ثانيا: لما قيل لنا أنه يريد غرس شجرة في كل ركن ذلك يعني أن عدد الأشجار على طولي الحقل متساو وكذلك متساو على عرضيه.

نعلم أن كل قاسم من القواسم المشتركة بين 102 و 78 يعطينا تقسيما صحيحا للطول والعرض بحيث يناسب ما قلناه في الأعلى. ولما قيل على أن تكون المسافة أكبر ما يمكن فهنا نحتاج حساب القاسم المشترك الأكبر.

❶ تعيين $PGCD(102;78)$

$102 = 78 \times 1 + 24$
$78 = 24 \times 3 + 6$
$24 = 6 \times 4 + 00$

إذن: $PGCD(102;78) = 6$

يمثل $PGCD(102;78) = 6$ أكبر طول ممكن بين كل شجرتين مع غرس شجرة في كل ركن.

❷ حساب محيط الحقل:

محيط المستطيل = 2×(الطول + العرض)

$P = 2 \times (78 + 102)$
$P = 2 \times (180)$
$P = 360$

❸ حساب عدد الأشجار:

$$\text{عدد الأشجار} = \frac{P}{PGCD(102;78)} = \frac{360}{6} = 60$$

عدد الأشجار هو: 60 شجرة منها أربعة موجودة في أركان الحقل.

◄ الوضعية الثالثة

يبيع أحد المراكز البريدية 1631 طابعا بريديا جزائريا و932 طابعا بريديا أجنبي في مجموعات متساوية تحتوي كل مجموعة على نفس العدد من الطوابع البريدية.

❶ ما هو أكبر عدد من المجموعات التي يمكن التحصل عليها؟

❷ ما هو عدد الطوابع في كل مجموعة؟

◄ الحل

بنفس طريقة حل الوضعية الأولى والثانية، نقوم بحساب القاسم المشترك الأكبر بين 1631 و 932.

❶ تعيين $PGCD(1631;932)$

$1631 = 932 \times 1 + 699$
$932 = 699 \times 1 + 233$
$699 = 233 \times 3 + 00$

إذن: $PGCD(1631;932) = 233$

❷ تعيين عدد الطوابع في كل مجموعة:

$1631 \div 233 = 7$

عدد الطوابع الجزائرية في كل مجموعة هو: 7.

$932 \div 233 = 4$

عدد الطوابع الجزائرية في كل مجموعة هو: 4.

$7 + 4 = 11$

عدد الطوابع في كل مجموعة هو: 11 طابعا بريديا.

◄ الوضعية الرابعة

لدى لحام قطع حديدية طول كل واحدة منها 110cm وعرضها 88cm، يريد تقسيم كل قطعة إلى قطع صغيرة على شكل مربعات متساوية، وبأكبر طول ضلع ممكن.

❶ ما هو طول ضلع كل مربع من المربعات؟

❷ ما هو عدد المربعات المتحصل عليه من كل قطعة؟

الأستاذ بوعبد الله للرياضيات