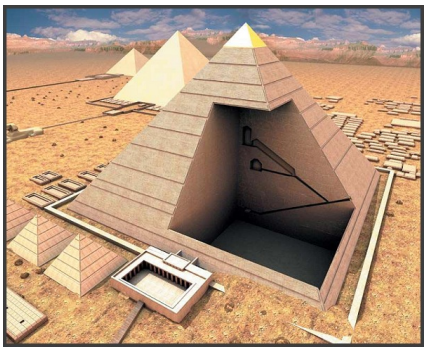
2019-2018

وضعية انطلاق 01

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة، الجذور التربيعية، نظرية طاليس

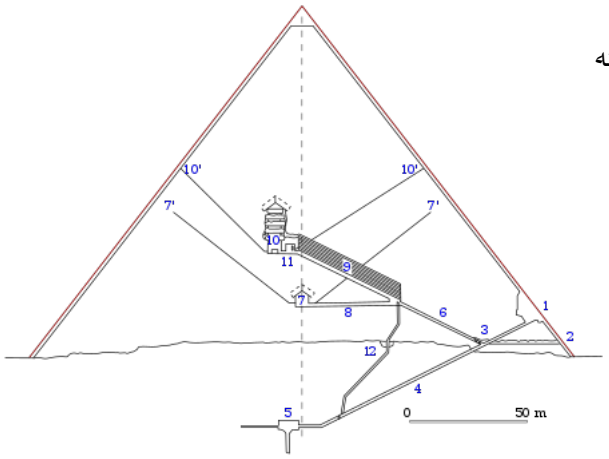
الاسم و اللقب:	القسم :



لمكافأة التلاميذ المتفوقين في الدراسة، نظمت وزارة التربية رحلة مدرسية استكشافية إلى جمهورية مصر العربية فكان عدد التلاميذ في هذه الرحلة 432 تلميذا من بينهم 198 ذكراً و رافق هؤلاء التلاميذ 54 مؤطرا (أساتذة و إداريين).
لتسهيل العمل، تم توزيع التلاميذ و المؤطرين على أكبر عدد ممكن من المجموعات المتماثلة (من حيث عدد التلاميذ الذكور و الإناث و عدد المؤطرين).

(1) (ا) ما هو عدد الأفواج التي تم تشكيلها ؟
(ب) ما هو عدد التلاميذ الذكور في كل فوج ؟
(ج) ما هو عدد التلميذات في كل فوج ؟
(د) كم كان عدد المؤطرين في كل فوج ؟

من بين الوجهات التي قصدها أعضاء هذه الرحلة، الهرم الأكبر (هرم خوفو) الذي قاعدته مربع طول ضلعه 58 m و ارتفاعه يساوي $\frac{74}{29}$ من طول ضلع القاعدة.



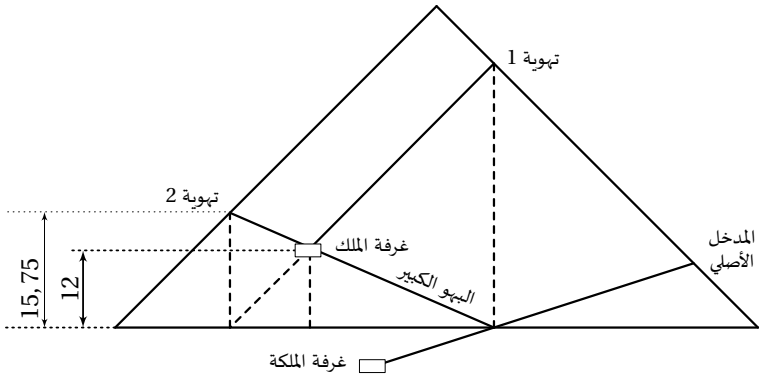
(1) المدخل الأصلي.
(2) مدخل المأمون (المدخل الحالي).
(7) حجرة الملكة و نفقين هوائيين صاعدين.
(9) البهو الكبير.
(10) حجرة الملك و نفقين هوائيين صاعدين.

(2) (ا) من بين العبارات التالية، ما هي التي تساوي طول قطر قاعدة الهرم الأكبر ؟

$$L = 5\sqrt{2}\left(\sqrt{32}+\sqrt{72}-\sqrt{50}\right)$$
$$M = 5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-\left(2\sqrt{48}+\sqrt{147}\right)$$
$$N = 24\sqrt{2}-\sqrt{578}+4\sqrt{242}-\left(\sqrt{8}-\sqrt{162}\right)$$

(ب) احصر هذا الطول بين عددين طبيعيين متتالين ثم إلى 0,01.
(ج) احسب ارتفاع الهرم.
(د) احسب حجم الهرم و اكتبه كتابة علمية.

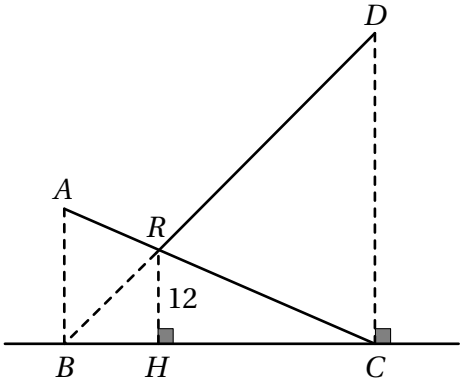
الشكل المقابل تصميم مبسط لمقطع يبين التركيبة الداخلية للهرم.
تقع غرفة الملك على ارتفاع 6 m من الأرض و الوصول إليها يتم عبر البهو الكبير.



تهوية هذه الغرفة تتم عبر فتحتين :

- إحداهما في منحى البهو الكبير و على ارتفاع 8,25 m من الأرض.
- الأخرى في الجهة المقابلة لكن ارتفاعها عن الأرض مجهول.

(3) بالاستعانة بالشكل المقابل، احسب ارتفاع فتحة التهوية 1 عن الأرض (الطول CD).



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

(1) عدد الإناث في الرحلة هو 234 أنثى. $432-198=234$

(ا) بما أنه تم توزيع كل الذكور و كل الإناث و كل المؤطرين على مجموعات فإن عدد المجموعات قاسم مشترك للأعداد 234 ، 198 و 54.
و بما أنه تم تشكيل أكبر عدد ممكن من المجموعات فإن عدد المجموعات هو $\text{pgcd}(54;198;234)$.

طريقة : لحساب القاسم المشترك الأكبر لثلاثة أعداد، نعوض عددين منها بالقاسم المشترك الأكبر لهما بمعنى : إذا كانت a ، b ، c أعدادا طبيعية (غير معدومة) فإن :

$$\boxed{\text{pgcd}(a;b;c)=\text{pgcd}\left(\text{pgcd}(a;b);c\right)}$$

نبدأ بحساب $\text{pgcd}(54;198)$. لدينا :

$198=54\times3+36$
$54=36\times1+\boxed{18}$
$36=18\times2+0$

و بالتالي : $\text{pgcd}\left(\underline{54;198};234\right)=\text{pgcd}(18;238)$.
لكن : $234=18\times13$ أي 18 يقسم 234 منه $\text{pgcd}(18;238)=18$
في الأخير : $\text{pgcd}(54;198;234)=18$.
عدد الأفواج التي تم تشكيلها هو إذاً 18 فوجا.

(ب) عدد الذكور في كل فوج هو 11 ذكرا. $198\div18=11$

(ج) عدد الإناث في كل فوج هو 13 أنثى. $234\div18=13$

(د) عدد المؤطرين في كل فوج هو 3 مؤطرين. $54\div18=3$

(2) (ا) نسمي $ABCD$ قاعدة الهرم (مربع).
المثلث ABC قائم في B فحسب نظرية فيثاغورث :

$$AC^2=AB^2+BC^2=58^2+58^2=58^2\times2$$

منه $AC=\sqrt{58^2\times2}\,\text{m}=\sqrt{58^2}\times\sqrt{2}\,\text{m}=58\sqrt{2}\,\text{m}$
طول قطر قاعدة الهرم هو إذاً : $AC=58\sqrt{2}\,\text{m}$.

(ب)

$$\begin{aligned}M&=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-\left(2\sqrt{48}+\sqrt{147}\right)\\&=5\sqrt{4\times3}+8\sqrt{9\times3}+\sqrt{25\times3}-2\sqrt{16\times3}-\sqrt{49\times3}\\&=5\times2\sqrt{3}+8\times3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-2\times4\sqrt{3}-7\sqrt{3}\\&=10\sqrt{3}+24\sqrt{3}+5\sqrt{3}-8\sqrt{3}-7\sqrt{3}\\&=(10+24+5-8-7)\sqrt{3}\\M&=\boxed{24\sqrt{3}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N&=24\sqrt{2}-\sqrt{578}+4\sqrt{242}-\left(\sqrt{8}-\sqrt{162}\right)\\&=24\sqrt{2}-\sqrt{578}+4\sqrt{242}-\sqrt{8}+\sqrt{162}\\&=24\sqrt{2}-\sqrt{289\times2}+4\sqrt{121\times2}-\sqrt{4\times2}+\sqrt{81\times2}\\&=24\sqrt{2}-17\sqrt{2}+4\times11\sqrt{2}-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}\\&=24\sqrt{2}-17\sqrt{2}+44\sqrt{2}-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}\\&=(24-17+44-2+9)\sqrt{2}\\N&=\boxed{58\sqrt{2}}\end{aligned}$$

العبارة التي تساوي طول قطر قاعدة الهرم الأكبر هي العبارة N.

(ج) لدينا : $1,414213<\sqrt{2}<1,414214$
منه $58\times1,414213<58\sqrt{2}<58\times1,414214$
أي $82,024354<58\sqrt{2}<82,024412$
و بالتالي :

- $82<58\sqrt{2}<83$ (حصر بين عددين طبيعيين متتاليين).
- $82,02<58\sqrt{2}<82,03$ (حصر إلى جزء من مائة أي إلى $0,01$).

(3) (ا) بما أن $(RH)\perp(BC)$ و $(CD)\perp(BC)$ فإن $(RH)\,//\,(CD)$
(المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان).
في المثلث BCD لدينا إذاً : $H\in(BC)$ و $R\in(BD)$ بحيث $(RH)\perp(CD)$
فحسب خاصية طاليس : $\dfrac{BR}{BD}=\dfrac{BH}{BC}=\dfrac{RH}{CD}$ أي $\dfrac{BR}{BD}=\dfrac{5}{21}=\dfrac{12}{CD}$.
من المساواة $\dfrac{5}{21}=\dfrac{12}{CD}$ ينتج : $CD=\dfrac{12\times21}{5}=50,4$.
ارتفاع فتحة التهوية 1 عن الأرض هو $CD=50,4\,\text{m}$.

(ب) لدينا : $\dfrac{RA}{RC}=\dfrac{6,25}{20}=0,3125$
و $\dfrac{RB}{RD}=\dfrac{13}{41,6}=0,3125$
أي $\dfrac{RA}{RC}=\dfrac{RB}{RD}$
النقط A ، R ، C من جهة و النقط B ، R ، D من جهة أخرى في استقامية
و بنفس الترتيب بحيث $\dfrac{RA}{RC}=\dfrac{RB}{RD}$ ، فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(AB)\,//\,(CD)$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/