جملة معادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن

نشاط 1 : جملة معادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن.

I) قالت نجاة لسميرة : اخترت عدديْن مجموعهما 1 ؛ هل بإمكانِكِ إيجاد هذيْن العدديْن ؟
بعدما فكرت سميرة قالت : من المُستحيل إيجاد العدديْن بهذِهِ المُعطيات فقط.

1) ما رأيك في جواب سميرة ؟ برّرْ.

. . . . . .

2) نسمّي العدد الأول x و العدد الثاني y.

➤ اكتب مُعادلة تترجم فيها هذا المُعطى و رقمْها بـ ① .

. . . . . .

➤ عبّر عن y بدلالة x : . . . . . .

3) اوْجد ثلاث ثنائيات $(x\,;y)$ تحقق المعادلة ① : . . . . . .

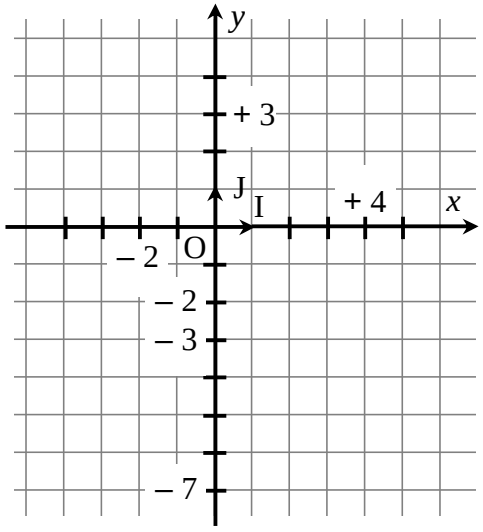
4) نعتبر الدّالة التآلفية f حيث $f(x) = -x + 1$.

➤ مثل بيانيا الدّالة f في مُستو منسوب إلى معلم.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



5) ما هي العلاقة الموْجودة بيْن نقط هذا التمثيل و حلول المُعادلة ① ؟

. . . . . .

. . . . . .

➤ هل يمكن إيجاد جميع حلول المُعادلة ① ؟ علل.

. . . . . .

. . . . . .

II) تنبّهت نجاة أنها نسِيت أن تعطي المعْلومة الآتية : « مجمُوع خمسة أمثال العدد الأول و ثلاثة أمثال العدد الثاني يساوي $1-$ » .

1) اكتب مُعادلة تترجم فيها هذا المُعطى و رقمْها بـ ② .

. . . . . .

2) عبّر عن y بدلالة x في المُعادلة ② .

. . . . . .

3) نعتبر الدّالة g المُعرفة كالتالي $g(x) = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$.

➤ مثل بيانيا الدّالة g (f و g تُمَثلان في نفس المستوي)

. . . . . .

. . . . . .

4) ما هي العلاقة الموْجودة بيْن نقط هذا التمثيل و حلول المُعادلة ② ؟

. . . . . .

5) اوْجد بيانيا العدديْن المطلوبيْن.

. . . . . .

. . . . . .

6) اكمل : الثنائية (. . ; . .) حل مُشترك للمُعادلتيْن ① و ② .

الثنائية (. . ; . .) هي **حل جملة المُعادلتيْن** التي تكتب على الشكل : $\begin{cases} x + y = 1 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$

نشاط 2 : حل جملة مُعادلتيْن بطريقة التعويض.

لحل جملة المُعادلتيْن : $\begin{cases} x+y=1 & \longrightarrow ① \\ 5x+3y=-1 & \longrightarrow ② \end{cases}$

اوّلا : نكتب أحد المجهوليْن بدلالة الآخر انطلاقا من إحدى المُعادلتيْن.

مثلا ؛ من المُعادلة ① ينتج : ③ $\longrightarrow y = \ldots\ldots\ldots$

ثانيا : نعوّض y بـ $\ldots\ldots\ldots$ في المُعادلة ② فنجد $5x+3(\ldots\ldots) = -1$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ثالثا : نعوّض x بقيمته في إحدى المُعادلات ① أو ② أو ③ ؛

مثلا ؛ نعوّض في المُعادلة ③ فنجد $\ldots\ldots\ldots = y$ ومنه $y = \ldots\ldots$

حل جملة المُعادلتيْن المُعطاة هو الثنائية $(\ldots ; \ldots)$.

هذه الطريقة تُسمّى **<u>طريقة الحل بالتعويض</u>**.

نشاط 3 : حل جملة معادلتيْن بطريقة الجمع.

لحل جملة المعادلتيْن : $\begin{cases} 3x-y=-4 & \longrightarrow ① \\ -x+2y=3 & \longrightarrow ② \end{cases}$

اوّلا : نجد قيمة أحد المجهوليْن بجعل مُعامليْ المجهول الآخر مُتعاكسان.

مثلا ؛ لإيجاد قيمة x نجعل مُعامليْ y مُتعاكسان بضرب طرفيْ المُعادلة ① في 2 ،

فنتحصّل على الجملة : $\begin{cases} 6x-2y=-8 \\ -x+2y=3 \end{cases}$

ثانيا : نجمع مُعادلتيْ الجملة المتحصّل عليها طرف لطرف فنتحصّل على مُعادلة ذات مجهول x

وهي $\ldots + \ldots = (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ثالثا : نتبع نفس الطريقة لإيجاد قيمة المجهول الآخر بضرب طرفيْ المُعادلة ② في . . ،

فنتحصّل على الجملة : $\begin{cases} 3x-y=-4 \\ \ldots\ldots \end{cases}$

بجمع معادلتيْ هذه الجملة طرف لطرف نتحصّل

على $\ldots + \ldots = (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ومنه $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

الثنائية $(\ldots ; \ldots)$ هو الحل الوحيد للجملة المُعطاة.

هذه الطريقة تُسمّى **<u>طريقة الحل بالجمع</u>**.

نشاط 4 : حل جملة مُعادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن بيانيا .

حل بيانيا جملة المُعادلتيْن : $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ -5x+2y=10 \end{cases}$

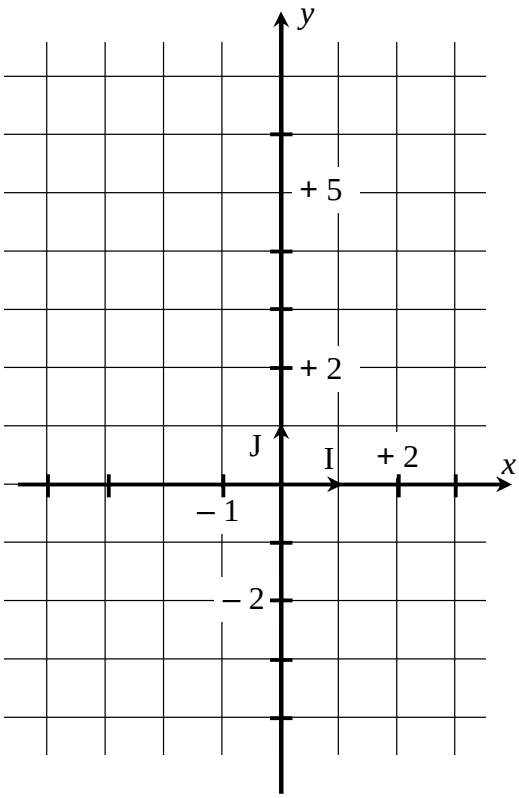
نكتب y بدلالة x في كل من المُعادلتيْن .

لدينا $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ -5x+2y=10 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} y=\ldots\ldots\ldots \\ y=\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

في مُستومنسوب إلى معلم ؛ ننشىء المستقيميْن (D) و (D')
المُعرفين بالمُعادلتيْن . . . . . و . . . . . .

(D) : $y=\ldots\ldots\ldots$
من أجل . . = x يكون . . . . . .
اي . . . . .
من أجل . . = x يكون . . . . . .
اي . . . . .
المستقيم (D) يشمل النقطتيْن اللتيْن
إحداثياتهما (. . ; . .) و (. . ; . .)

(D') : $y=\ldots\ldots\ldots$
من أجل . . = x يكون . . . . . .
اي . . . . .
من أجل . . = x يكون . . . . . .
اي . . . . .
المستقيم (D') يشمل النقطتيْن اللتيْن
إحداثياتهما (. . ; . .) و (. . ; . .)



بقراءة بيانية ؛ المستقيمان (D) و (D') يتقاطعان

في النقطة ذات الإحداثيتيْن (. . ; . .) ؛

فالثنائية (. . ; . .) هي الحل الوحيد لجملة المُعادلتيْن المعطاة .

نشاط 5 : ترييض مسألة.

يوجد في علبة 180 كرية خضراء وصفراء.

عدد الكريات الخضراء يساوي 3 أضعاف عدد الكريات الصفراء.

ما هو عدد الكريات الخضراء وما هو عدد الكريات الصفراء؟

ليكن . . . . . .

يوجد في العلبة 180 كرية خضراء وصفراء؛ إذن . . . . . .

عدد الكريات الخضراء يساوي 3 أضعاف عدد الكريات الصفراء؛ إذن . . . . . .

نتحصل على جملة المُعادلتيْن: $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

لدينا $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$

اي: $(x;y)=(\ldots;\ldots)$

للجملة المتحصل عليها حلا واحدا هو الثنائية $(\ldots;\ldots)$؛

إذن عدد الكريات الخضراء هو . . وعدد الكريات الصفراء هو . .

تمرين : (ت4 – ش.ت.م – دورة جوان 2009).

1) حل جملة المُعادلتيْن التالية: $\begin{cases} x+y=14 \\ x+4y=32 \end{cases}$

2) اوجدْ القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125.

3) مَلأ تاجر $4\ kg$ من الشاي في علب من صنف $125g$ وصنف $500g$.

➤ اوجدْ عدد العلب لكل صنف، علما أن العدد الكلي للعلب هو 14.

(لاحِظ أن: $32\times 125=4000$)

جملة معادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن

نشاط 1 : جملة معادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن .

I) قالت نجاة لسميرة : اخترت عدديْن مجموعهما 1 ؛ هل بإمكانِكِ إيجاد هذيْن العدديْن ؟
بعدما فكرت سميرة قالت : من المُستحيل إيجاد العدديْن بهذِهِ المُعطيات فقط .

1) ما رأيك في جواب سميرة ؟ برّرْ .

جواب سميرة صحيح لأنه يوجد لا نهاية من المجاميع التي قيمتها العدد 1 .

2) نسمّي العدد الأول x و العدد الثاني y .

➤ اكتب مُعادلة تترجم فيها هذا المُعطى و رقمْها بـ ① .

$x+y=1 \longrightarrow$ ①

➤ عبّر عن y بدلالة x : $x+y=1$ و منه $y=-x+1$.

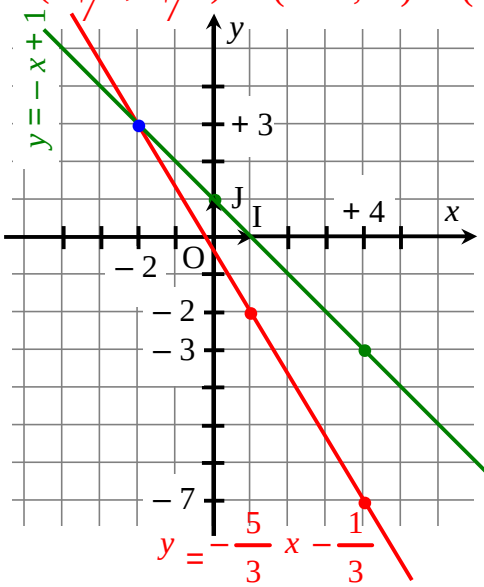
3) اوْجد ثلاث ثنائيات $(x;y)$ تحقق المعادلة ① : $(4;-3)$ ؛ $(-8;9)$ ؛ $(\frac{5}{7};\frac{2}{7})$

4) نعتبر الدّالة التآلفية f حيث $f(x)=-x+1$.

➤ مثل بيانيا الدّالة f في مُستو منسوب إلى معلم .

$f(0)=-0+1=1$ و $f(4)=-4+1=-3$

التمثيل البياني للدّالة f يشمل النقطتيْن اللتيْن إحداثيّاتهما $(0\ ;+1)$ و $(4\ ;-3)$.



5) ما هي العلاقة الموْجودة بيْن نقط هذا التمثيل و حلول المُعادلة ① ؟

إحداثيّتا كل نقطة من التمثيل البياني للدّالة f هما حل للمُعادلة ① .

➤ هل يمكن إيجاد جميع حلول المُعادلة ① ؟ علل .

لا يمكن ؛ لأن التمثيل البياني للدّالة f هو مجموعة غير منتهية من النقط ، و بالتالي يوجد لا نهاية من الحلول .

II) تنبّهت نجاة أنها نسِيت أن تعطي المعْلومة الآتية : « مجمُوع خمسة أمثال العدد الأول و ثلاثة أمثال العدد الثاني يساوي -1 » .

1) اكتب مُعادلة تترجم فيها هذا المُعطى و رقمْها بـ ② .

$5x+3y=-1 \longrightarrow$ ②

2) عبّر عن y بدلالة x في المُعادلة ② .

لدينا $5x+3y=-1$ و منه $3y=-5x-1$ و منه $y=-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}$.

3) نعتبر الدّالة g المُعرفة كالتالي $g(x)=-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}$.

➤ مثل بيانيا الدّالة g (f و g تُمَثلان في نفس المستوي)

$g(1)=-\frac{5}{3}\times 1-\frac{1}{3}=-2$ و $g(4)=-\frac{5}{3}\times 1-\frac{1}{3}=-7$.

التمثيل البياني للدّالة g يشمل النقطتيْن اللتيْن إحداثيّاتهما $(1;-2)$ و $(4;-7)$

4) ما هي العلاقة الموْجودة بيْن نقط هذا التمثيل وحلول المُعادلة ② ؟

إحداثيّتا كل نقطة من التمثيل البياني للدّالة g هما حل للمُعادلة ② .

5) اوْجد بيانيا العدديْن المطلوبيْن .

العددان المطلوبان هما إحداثيّتا نقطة تقاطع التمثيليْن البيانييْن للدّالتيْن f و g

بقراءة بيانية نجد $x=-2$ و $y=+3$.

6) اكمل : الثنائية $(+3\ ;-2)$ حل مُشترك للمُعادلتيْن ① و ② .
الثنائية $(+3\ ;-2)$ هي **حل جملة المُعادلتيْن** التي تكتب على الشكل :

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 5x+3y=-1 \end{cases}$$

نشاط 2 : حل جملة مُعادلتيْن بطريقة التعويض .

لحل جملة المُعادلتيْن : $\begin{cases} x+y=1 & \longrightarrow ① \\ 5x+3y=-1 & \longrightarrow ② \end{cases}$

أوّلا : نكتب أحد المجهوليْن بدلالة الآخر انطلاقا من إحدى المُعادلتيْن .

مثلا ؛ من المُعادلة ① ينتج : ③ $\longrightarrow$ $y=-x+1$

ثانيا : نعوّض y بـ $(-x+1)$ في المُعادلة ② فنجد $5x+3(-x+1)=-1$

و منه $5x-3x+3=-1$

و منه $2x=-1-3$

و منه $2x=-4$

و منه $x=-4\div 2$

و منه $x=-2$

ثالثا : نعوّض x بقيمته في إحدى المُعادلات ① أو ② أو ③ ؛

مثلا ؛ نعوّض في المُعادلة ③ فنجد $y=-(-2)+1$ و منه $y=+3$

حل جملة المُعادلتيْن المُعطاة هو الثنائية $(-2\ ;\ +3)$.

هذه الطريقة تُسمّى **طريقة الحل بالتعويض** .

نشاط 3 : حل جملة معادلتيْن بطريقة الجمع .

لحل جملة المعادلتيْن : $\begin{cases} 3x-y=-4 & \longrightarrow ① \\ -x+2y=3 & \longrightarrow ② \end{cases}$

أوّلا : نجد قيمة أحد المجهوليْن بجعل مُعامليْ المجهول الآخر مُتعاكسان .

مثلا ؛ لإيجاد قيمة x نجعل مُعامليْ y مُتعاكسان بضرب طرفيْ المُعادلة ① في 2 ،

فنتحصّل على الجملة : $\begin{cases} 6x-2y=-8 \\ -x+2y=3 \end{cases}$

ثانيا : نجمع مُعادلتيْ الجملة المتحصّل عليها طرف لطرف فنتحصّل على مُعادلة ذات مجهول x

و هي $(6x-2y)+(-x+2y)=-8+3$

و منه $6x-x+2y-2y=-5$

و منه $5x+0=-5$

و منه $x=-5\div 5$

و منه $x=-1$

ثالثا : نتبع نفس الطريقة لإيجاد قيمة المجهول الآخر بضرب طرفيْ المُعادلة ② في 3 ،

فنتحصّل على الجملة : $\begin{cases} 3x-y=-4 \\ -3x+6y=9 \end{cases}$

بجمع معادلتيْ هذه الجملة طرف لطرف نتحصّل

على $(3x-y)+(-3x+6y)=-4+9$

و منه $3x-3x+6y-y=+5$

و منه $0+5y=+5$

و منه $y=+5\div 5$

و منه $y=+1$

الثنائية $(-1\ ;\ +1)$ هو الحل الوحيد للجملة المُعطاة .

هذه الطريقة تُسمّى **طريقة الحل بالجمع** .

نشاط 4 : حل جملة مُعادلتيْن من الدّرجة الأولى بمجهوليْن بيانيا .

حل بيانيا جملة المُعادلتيْن : $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ -5x+2y=10 \end{cases}$

نكتب y بدلالة x في كل من المُعادلتيْن .

لدينا $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ -5x+2y=10 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2y=-3x+2 \\ 2y=5x+10 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x+1 \\ y=\frac{5}{2}x+5 \end{cases}$

في مُستو منسوب إلى معلم ؛ ننشىء المستقيميْن (D) و (D') المُعرفين بالمُعادلتيْن $y=-\frac{3}{2}x+1$ و $y=\frac{5}{2}x+5$

$(D):y=-\frac{3}{2}x+1$

من أجل $x=0$ يكون $y=-\frac{3}{2}\times 0+1$

اي $y=+1$

من أجل $x=2$ يكون $y=-\frac{3}{2}\times 2+1$

اي $y=-2$

المستقيم (D) يشمل النقطتيْن اللتيْن إحداثياتهما $(0\ ;+1)$ و $(+2\ ;-2)$

$(D'):y=\frac{5}{2}x+5$

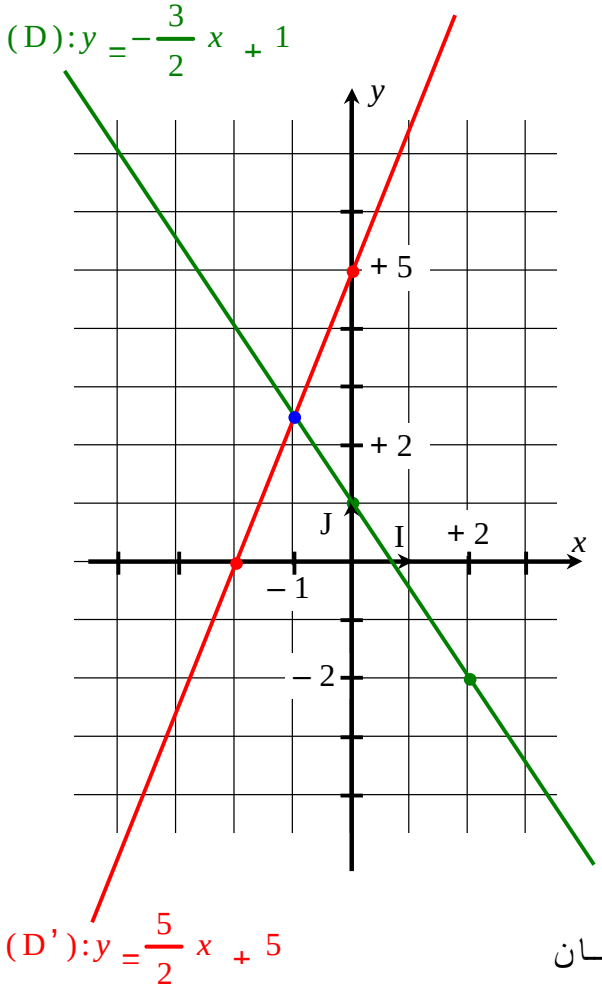
من أجل $x=0$ يكون $y=\frac{5}{2}\times 0+5$

اي $y=+5$

من أجل $x=-2$ يكون $y=\frac{5}{2}(-2)+5$

اي $y=0$

المستقيم (D') يشمل النقطتيْن اللتيْن إحداثياتهما $(0\ ;+5)$ و $(-2\ ;0)$



بقراءة بيانية ؛ المستقيمان (D) و (D') يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتيْن $(-1\ ;\ \frac{5}{2})$ ؛

فالثنائية $(-1\ ;\ \frac{5}{2})$ هي الحل الوحيد لجملة المُعادلتيْن المعطاة .

نشاط 5 : ترييض مسألة .

يوجد في علبة 180 كرية خضراء و صفراء .

عدد الكريات الخضراء يساوي 3 أضعاف عدد الكريات الصفراء .

ما هو عدد الكريات الخضراء و ما هو عدد الكريات الصفراء ؟

ليكن x عدد الكريات الصفراء و y عدد الكريات الخضراء .

يوجد في العلبة 180 كرية خضراء و صفراء ؛ إذن $\boxed{x+y=180}$

عدد الكريات الخضراء يساوي 3 أضعاف عدد الكريات الصفراء ؛ إذن $\boxed{y=3x}$

نتحصل على جملة المُعادلتيْن : $\begin{cases} x+y=180 \\ y=3x \end{cases}$

لدينا $\begin{cases} x+y=180 \\ y=3x \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x+3x=180 \\ y=3x \end{cases}$

و منه $\begin{cases} 4x=180 \\ y=3x \end{cases}$

و منه $\begin{cases} x=180\div 4 \\ y=3x \end{cases}$

و منه $\begin{cases} x=45 \\ y=3\times 45 \end{cases}$

و منه $\begin{cases} x=45 \\ y=135 \end{cases}$

اي : $\boxed{(x\,;y)=(45\ ;\ 135)}$

للجملة المتحصل عليها حلا واحدا هو الثنائية $(45\ ;\ 135)$ ؛

إذن عدد الكريات الخضراء هو 135 و عدد الكريات الصفراء هو 45 .

تمرين : (ت 4 – ش.ت.م – دورة جوان 2009) .

1) حل جملة المُعادلتيْن التالية : $\begin{cases} x+y=14 \\ x+4y=32 \end{cases}$

2) اوجدْ القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125 .

3) مَلأ تاجر $4\ kg$ من الشاي في علب من صنف $125g$ و صنف $500g$.

➤ اوجدْ عدد العلب لكل صنف ، علما أن العدد الكلي للعلب هو 14 .

(لاحظ أن : $125\times 32=4000$)

تصحيح التمرين : (ت 4 – ش.ت.م – دورة جوان 2009).

1) حل جملة المُعادلتيْن :

لدينا : $\begin{cases} x+y=14 & \longrightarrow ① \\ x+4y=32 & \longrightarrow ② \end{cases}$

من المُعادلة ① ينتج $y=-x+14$

نعوّض y بـ $(-x+14)$ في المُعادلة ② ؛

فيكون $x+4(-x+14)=32$

و منه $x-4x+4\times 14=32$

و منه $-3x+56=32$

و منه $-3x=32-56$

و منه $-3x=-24$

و منه $x=-24\div(-3)$

و منه $x=8$

نعوّض x بقيمته في المُعادلة ① ؛

فيكون $8+y=14$

و منه $y=14-8$

و منه $y=6$

لجملة المُعادلتيْن المُعطاة حلا واحدا هو الثنائية $(8;6)$.

2) إيجادْ القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125 :

$500\div 125=4$ ؛ إذن 125 يقسم العدد 500.

نستنتج أن $PGCD(500;125)=125$.

3) إيجادْ عدد العلب لكل صنف :

ليكن x عدد العلب صنف $125\ g$ و y عدد العلب صنف $500\ g$.

العدد الكلي للعلب هو 14 ؛ إذن $x+y=14$ ⟵ ①

وزن الشاي هو $4\ kg$ أي $4000\ g$ ؛ إذن $125x+500y=4000$

و منه $\frac{125x}{125}+\frac{500y}{125}=\frac{4000}{125}$ ؛ أي $x+4y=32$ ⟵ ②

من ① و ② ينتج جملة المُعادلتيْن المُعطاة في السؤال الأول $\begin{cases} x+y=14 \\ x+4y=32 \end{cases}$

هذه الجملة تقبل حلا واحدا هو الثنائية $(8;6)$ ؛ أي $(x;y)=(8;6)$.

إذن عدد العلب صنف $125\ g$ هو 8 علب،

و عدد العلب صنف $500\ g$ هو 6 علب.