الحساب على الجذور التربيعية

نشاط تمهيدي :

x عدد ناطق ؛ أكمل الجدول التالي :

x	0	1	$+4$	-4	$+0,3$	$-0,3$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$
x^2								

أوجد العدد الناطق الموجب x في كل حالة :

$x^2 = 64$	$x^2 = 17^2$	$x^2 = \frac{16}{9}$
. . . . .	. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .	. . . . .

نشاط 01 ص 24 : الجذر التربيعي لعدد موجب .

1) أكمل مايلي :

$(+6)^2 = \ldots .$ ؛ $(-6)^2 = \ldots .$

$0,49 = (\ldots .)^2 = (\ldots .)^2$ ؛ $\frac{4}{25} = (\ldots .)^2 = (\ldots .)^2$

كل عددان . . . . . لهما نفس . . . . . .

2) أوجد إن أمكن العدد الذي مُربعه : 25 ؛ 0 ؛ -1 .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) أوجد العدد السّالب x بحيث : $x^2 = \frac{1,6 \times 8 \times 2 \times 10^{-7}}{0,9 \times 10^{-5}}$

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . .

نشاط 02 ص 24 :

تذكير : كل عدد ناطق يُمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث a عدد نسبي و b عدد نسبي غيْر معدوم.

1) عيّن الأعداد الناطقة من بيْن الأعداد التالية مع تعليل الإجابة :

$\frac{18}{\sqrt{49}}$ ؛ $\frac{\sqrt{25}}{-8}$ ؛ $\sqrt{\frac{27}{16}}$ ؛ $\sqrt{15}$ ؛ $-\sqrt{36}$ ؛ $\sqrt{\frac{20}{45}}$ ؛ $\sqrt{0,16}$ ؛ $-\sqrt{7}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) عيّن الأعداد غيْر الناطقة من بيْن الأعداد التالية مع تعليل الإجابة :

$\sqrt{5}$ ؛ $-\sqrt{12}$ ؛ $\sqrt{81}$ ؛ $-\sqrt{\frac{32}{18}}$ ؛ $\frac{\sqrt{34}}{7}$ ؛ $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{64}}$ ؛ $-3\sqrt{100}$ ؛ $6\sqrt{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 03 ص 25 : حصر عدد غيْر ناطق ؛ القيمة المقربة .

1) أكمل الجدول التالي :

مُربّعه	0	1			4	5	6			
			4	9				49	64	81

2) أحصر كلا من الأعداد الآتية بيْن عدديْن طبيعييْن مُتتالييْن :

$\sqrt{7}$ ؛ $\sqrt{29}$ ؛ $\sqrt{63}$ ؛ $\sqrt{172}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) احسب القيمة المُقربة إلى 0,01 بالنقصان:

$A = 9\sqrt{29} + \sqrt{41} - 7\sqrt{35}$ ؛ $B = \sqrt{\sqrt{13} - 2}$ ؛ $C = \dfrac{4 + \sqrt{8}}{\sqrt{5}}$.

$A = 9\sqrt{29} + \sqrt{41} - 7\sqrt{35}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$B = \sqrt{\sqrt{13} - 2}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$C = \dfrac{4 + \sqrt{8}}{\sqrt{5}}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 04 ص 25: المعادلة من الشكل $x^2 = b$.

حل المعادلات ذات المجهول x التالية:

$x^2 = 16$ ؛ $x^2 = 49$ ؛ $x^2 = 1$ ؛ $x^2 = 0$ ؛ $x^2 = -9$ ؛ $x^2 = \dfrac{25}{81}$.

. . . . . ➤

. . . . . .

. . . . . ➤

. . . . . .

. . . . . ➤

. . . . . .

. . . . . ➤

. . . . . .

. . . . . ➤

. . . . . .

. . . . . ➤

. . . . . .

نشاط 05 ص 25 : العمليات على الجذور التربيعية.

أ) جُداء جذريْن تربيعيْن :

1) قارن العددين في كل حالة :

$\sqrt{121 \times 64}$ و $\sqrt{121} \times \sqrt{64}$ ؛ $\sqrt{0,04 \times 0,49}$ و $\sqrt{0,04} \times \sqrt{0,49}$

$\sqrt{\frac{36}{25} \times \frac{9}{4}}$ و $\sqrt{\frac{36}{25}} \times \sqrt{\frac{9}{4}}$

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

2) a و b عددان مُوجبان. لنبرهن أن : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

نضعُ : $y = \sqrt{b}$ و $x = \sqrt{a}$ ؛ فيكون :

$x^2 = \ldots$ و $x \geq \ldots$

$y^2 = \ldots$ و $y \geq \ldots$

ومنه : $x^2 \times y^2 = \ldots$ و $x \times y \ldots$

ومنه : $(x \times y)^2 = \ldots$ و $x \times y \ldots$

ومنه : $x \times y = \ldots$

ومنه : $\sqrt{a} \times \ldots = \ldots$

3) احسب الجداءات التالية :

$\sqrt{5} \times \sqrt{7,2}$ ؛ $\sqrt{7} \times \sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{49 \times 81}$ ؛ $\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{3}}$.

$\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{3}} = \ldots$

$= \ldots$

$= \ldots$

$= \ldots$

$= \ldots$

$\sqrt{5} \times \sqrt{7,2} = \ldots$

$= \ldots = \ldots$

$\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \ldots$

$= \ldots$

$\sqrt{49 \times 81} = \ldots$

$= \ldots = \ldots$

بـ) كتابة عدد غيْر ناطق على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد مُوجب و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن .

1) لاحظ المثال التالي :

$$\sqrt{80} = \sqrt{16\times 5} = \sqrt{16}\times\sqrt{5} = 4\times\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$7\sqrt{5}\times 3\sqrt{2} = 7\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{5} = 21\times\sqrt{2\times 5} = 21\sqrt{10}$$

اعتمادا على هذا المثال ، اكتب كلا من الأعداد الآتية على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد مُوجب و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن :

$\sqrt{32}$ ؛ $\sqrt{27}$ ؛ $\sqrt{60}$ ؛ $\sqrt{72}$ ؛ $\sqrt{175}$ ؛

$\sqrt{10}\times\sqrt{5}$ ؛ $\sqrt{98}\times\sqrt{45}$ ؛ $\sqrt{14}\times 8\sqrt{2}$ ؛ $3\sqrt{2}\times 7\sqrt{5}$ ؛ $7\sqrt{60}\times 5\sqrt{3}$.

$\sqrt{5}\times\sqrt{10} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{32} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{45}\times\sqrt{98} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{27} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$8\sqrt{2}\times\sqrt{14} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{60} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$4\sqrt{2}\times 3\sqrt{6} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{72} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$5\sqrt{3}\times 7\sqrt{60} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\sqrt{175} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

جـ) حاصل قسمة جذريْن تربيعييْن :

1) قارن العدديْن في كل حالة :

$\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$ ؛ $\sqrt{\frac{36}{49}}$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}$ ؛ $\sqrt{\frac{50}{2}}$ و $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$.

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

2) a و b عددان مُوجبان حيث $b \neq 0$.

برهن أن : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

نضعُ : $y = \sqrt{b}$ و $x = \sqrt{a}$ ؛ فيكون :

$x^2 = \ldots$ و $x \geq \ldots$

$y^2 = \ldots$ و $y > \ldots$

ومنه : $\frac{x^2}{y^2} = \ldots\ldots$ و $\frac{x}{y} = \ldots\ldots$

ومنه : $(\frac{x}{y})^2 = \ldots\ldots$ و $\frac{x}{y} = \ldots\ldots$

ومنه : $\frac{x}{y} = \ldots\ldots$

ومنه : $\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \ldots\ldots}$

3) بـسّـط الأعـداد الآتيـة إن أمْكـن :

$\sqrt{\frac{32}{49}}$ ؛ $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ ؛ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}}$ ؛ $\sqrt{\frac{8}{3}}$ ؛ $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}}$ ؛ $\sqrt{6}$.

$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}} = \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$\sqrt{\frac{8}{3}} = \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$\sqrt{\frac{32}{49}} = \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$= \ldots\ldots$

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}} = \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

. . . . . .

د) الـجـذر الـتـربـيـعـي لـمـجـمـوع و فـرق :

قـارن الـعـدديْـن في كـل حـالـة :

$\sqrt{36+64}$ و $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ ؛ $4+3$ و $\sqrt{4^2+3^2}$.

$\sqrt{225-144}$ و $\sqrt{225}-\sqrt{144}$ ؛ $5-3$ و $\sqrt{5^2-3^2}$.

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

هـ) تبسيط عبارة تتضمّن جذورا تربيعية :

لتبسيط عبارة تتضمّن جذورا تربيعية؛ نبسّط الجذور (نكتبها على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد ناطق و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن)، ثمّ نطبّق تقنيات الحساب الضرورية (الخاصة التوزيعية، ... إلخ).

1) بسّط العبارات التالية :

$A = 3\sqrt{7} - 8\sqrt{7}$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$B = 5\sqrt{6} - \sqrt{6}$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$C = \sqrt{18} + \sqrt{50}$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$D = \sqrt{54} - 7\sqrt{24}$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$E = 7\sqrt{2} - 9\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{5}$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$F = 2\sqrt{125} + \sqrt{45} - 3\sqrt{20}$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$G = \sqrt{3} - \sqrt{108} + 2\sqrt{98}$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

2) أنشر ثمّ بسّط كلا من العبارتيْن H و K :

$K = (2\sqrt{3} - 9)(4 + 7\sqrt{3})$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$	$H = 3\sqrt{7}(2\sqrt{7} + 5)$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$

و) النسبة التي مقامُها عدد غيْرُ ناطق :

<u>نقبل أن</u> : إذا كانت $\frac{a}{b}$ نسبة معلومة و k عددا حقيقيا غير معدوم ؛ فإن $\frac{a}{b} = \frac{a\,k}{b\,k}$.

a عدد حقيقي و b عدد ناطق موجب تماما .
لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا ؛
نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$.

أكتب العبارات التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$\frac{7}{4\sqrt{5}} = \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$	$\sqrt{\frac{9}{2}} = \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$	$\frac{5}{\sqrt{3}} = \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$
$\frac{3}{\sqrt{6}} + \frac{4}{\sqrt{5}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$		$\frac{-\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots$

الحساب على الجذور التربيعية

نشاط تمهيدي :

x عدد ناطق ؛ أكمل الجدول التالي :

x	0	1	$+4$	-4	$+0,3$	$-0,3$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$
x^2	0	1	$+16$	$+16$	$+0,09$	$+0,09$	$+\frac{4}{25}$	$+\frac{4}{25}$

أوجد العدد الناطق الموجب x في كل حالة :

$x^2 = 64$ إذن $x = \sqrt{64}$ ومنه $x = 8$	$x^2 = 17^2$ إذن $x = \sqrt{17^2}$ ومنه $x = 17$	$x^2 = \frac{16}{9}$ ومنه $x \cdot x = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$ ومنه $x = \frac{4}{3}$

نشاط 01 ص 24 : الجذر التربيعي لعدد موجب .

1) أكمل مايلي :

$(+6)^2 = +36$ ؛ $(-6)^2 = +36$

$0,49 = (+0,7)^2 = (-0,7)^2$ ؛ $\frac{4}{25} = (-\frac{2}{5})^2 = (+\frac{2}{5})^2$

كل عددان مُتعاكسان لهما نفس المُربّع .

2) أوجد إن أمكن العدد الذي مُربعه : 25 ؛ 0 ؛ -1 .

يوجد عددان مُتعاكسان مُربع كل منهما 25

هما $(+5)$ و (-5) لأن $25 = (+5)^2 = (-5)^2$.

العدد الذي مُربعه 0 هو 0 ؛ لأن $0^2 = 0$.

لا يوجد أي عدد مُربعه -1 .

3) أوجد العدد السّالب x بحيث : $x^2 = \frac{1,6 \times 8 \times 2 \times 10^{-7}}{0,9 \times 10^{-5}}$

$$x^2 = \left(\frac{16}{3 \times 10}\right)^2$$

$$= \left(\frac{8 \times 2}{3 \times 5 \times 2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \left(-\frac{8}{15}\right)^2$$

$$x^2 = \frac{10 \times 1,6 \times 8 \times 2}{10 \times 0,9 \times 10^{-5} \times 10^{+7}}$$

$$= \frac{16 \times 16}{9 \times 10^{-5+7}}$$

$$= \frac{16^2}{3^2 \times 10^2}$$

x عدد سالب ؛ إذن $x = -\frac{8}{15}$

نشاط 02 ص 24 :

تذكير : كل عدد ناطق يُمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث a عدد نسبي و b عدد نسبي غيْر معدوم.

1) عيّن الأعداد الناطقة من بيْن الأعداد التالية مع تعليل الإجابة :

$\frac{18}{\sqrt{49}}$ ؛ $\frac{\sqrt{25}}{-8}$ ؛ $\sqrt{\frac{27}{16}}$ ؛ $\sqrt{15}$ ؛ $-\sqrt{36}$ ؛ $\sqrt{\frac{20}{45}}$ ؛ $\sqrt{0,16}$ ؛ $-\sqrt{7}$.

$\frac{18}{\sqrt{49}}$ عدد ناطق لأن $\frac{18}{\sqrt{49}} = \frac{18}{7}$

$\frac{\sqrt{25}}{-8}$ عدد ناطق لأن $\frac{\sqrt{25}}{-8} = \frac{5}{-8}$

$-\sqrt{36}$ عدد ناطق لأن $-\sqrt{36} = -6 = \frac{-6}{1}$

$\sqrt{\frac{20}{45}}$ عدد ناطق لأن $\sqrt{\frac{20}{45}} = \sqrt{\frac{4 \times 5}{9 \times 5}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \sqrt{(\frac{2}{3})^2} = \frac{2}{3}$

$\sqrt{0,16}$ عدد ناطق لأن $\sqrt{0,16} = 0,4 = \frac{4}{10}$

2) عيّن الأعداد غيْر الناطقة من بيْن الأعداد التالية مع تعليل الإجابة :

$\sqrt{5}$ ؛ $-\sqrt{12}$ ؛ $\sqrt{81}$ ؛ $-\sqrt{\frac{32}{18}}$ ؛ $\frac{\sqrt{34}}{7}$ ؛ $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{64}}$ ؛ $-3\sqrt{100}$ ؛ $6\sqrt{2}$.

الأعداد غيْر الناطقة هي : $\sqrt{5}$ ؛ $-\sqrt{12}$ ؛ $\frac{\sqrt{34}}{7}$ ؛ $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{64}}$ ؛ $6\sqrt{2}$ لأنه

لا يُمْكن كتابة أي منها على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان نسبيان و $b \neq 0$.

نشاط 03 ص 25 : حصر عدد غيْر ناطق ؛ القيمة المقربة .

1) أكمل الجدول التالي :

العدد الطبيعي n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
مربّعه	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81

2) أحصر كلا من الأعداد الآتية بيْن عدديْن طبيعييْن مُتتالييْن :

$\sqrt{7}$ ؛ $\sqrt{29}$ ؛ $\sqrt{63}$ ؛ $\sqrt{172}$.

$4 < 7 < 9$ ومنه $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ ومنه $2 < \sqrt{7} < 3$

$25 < 29 < 36$ ومنه $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$ ومنه $5 < \sqrt{29} < 6$

$49 < 63 < 64$ ومنه $\sqrt{49} < \sqrt{63} < \sqrt{64}$ ومنه $7 < \sqrt{63} < 8$

$169 < 172 < 196$ ومنه $\sqrt{169} < \sqrt{172} < \sqrt{196}$ ومنه $13 < \sqrt{172} < 14$

3) احسب القيمة المُقربة إلى 0,01 بالنقصان :

$A = 9\sqrt{29} + \sqrt{41} - 7\sqrt{35}$ ؛ $B = \sqrt{\sqrt{13} - 2}$ ؛ $C = \dfrac{4 + \sqrt{8}}{\sqrt{5}}$.

$A = 9\sqrt{29} + \sqrt{41} - 7\sqrt{35}$

$\approx 9 \times 5,38 + 6,40 - 7 \times 5,91$

$\approx 54,82 - 41,37$

$\approx 13,45$

$B = \sqrt{\sqrt{13} - 2}$

$\approx \sqrt{3,60 - 2}$

$\approx \sqrt{1,60}$

$\approx 1,26$

$C = \dfrac{4 + \sqrt{8}}{\sqrt{5}}$

$\approx \dfrac{4 + 2,82}{2,23}$

$\approx \dfrac{6,82}{2,23}$

$\approx 3,05$

نشاط 04 ص 25 : المعادلة من الشكل $x^2 = b$.

حل المعادلات ذات المجهول x التالية :

$x^2 = 16$ ؛ $x^2 = 49$ ؛ $x^2 = 1$ ؛ $x^2 = 0$ ؛ $x^2 = -9$ ؛ $x^2 = \dfrac{25}{81}$.

- $x^2 = 16 = (+4)^2 = (-4)^2$ ومنه $x = -4$ أو $x = +4$

  للمعادلة $x^2 = 16$ حلان مُختلفان هما -4 و $+4$

- $x^2 = 49 = (+7)^2 = (-7)^2$ ومنه $x = -7$ أو $x = +7$

  للمعادلة $x^2 = 49$ حلان مُتمايزان هما -7 و $+7$

- $x^2 = 1 = (+1)^2 = (-1)^2$ ومنه $x = -1$ أو $x = +1$

  للمعادلة $x^2 = 1$ حلان مُختلفان هما -1 و $+1$

- $x^2 = 0 = 0^2$ ومنه $x = 0$

  للمعادلة $x^2 = 0$ حل واحد فقط هو 0 .

- لا يوجد أي عدد حقيقي مُربّعه يساوي -9 ؛

  فالمعادلة $x^2 = -9$ ليس لها حل حقيقي .

- $x^2 = \dfrac{25}{81} = \dfrac{5^2}{9^2} = \left(\dfrac{5}{9}\right)^2 = \left(-\dfrac{5}{9}\right)^2$ ومنه $x = -\dfrac{5}{9}$ أو $x = +\dfrac{5}{9}$

  للمعادلة $x^2 = \dfrac{25}{81}$ حلان مُتعاكسان هما $-\dfrac{5}{9}$ و $+\dfrac{5}{9}$

نشاط 05 ص 25 : العمليات على الجذور التربيعية .

أ) جُداء جذريْن تربيعيْن :

1) قارن العدديْن في كل حالة :

$\sqrt{121 \times 64}$ و $\sqrt{121} \times \sqrt{64}$ ؛ $\sqrt{0,04 \times 0,49}$ و $\sqrt{0,04} \times \sqrt{0,49}$

$\sqrt{\frac{36}{25} \times \frac{9}{4}}$ و $\sqrt{\frac{36}{25}} \times \sqrt{\frac{9}{4}}$

◄ $\sqrt{121 \times 64} = \sqrt{7744} = 88$ و $\sqrt{121} \times \sqrt{64} = 11 \times 8 = 88$

نستنتج أن : $\sqrt{121} \times \sqrt{64} = \sqrt{121 \times 64}$

◄ $\sqrt{0,04 \times 0,49} = \sqrt{0,0196} = 0,14$ و $\sqrt{0,04} \times \sqrt{0,49} = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

نستنتج أن : $\sqrt{0,04} \times \sqrt{0,49} = \sqrt{0,04 \times 0,49}$

◄ $\sqrt{\frac{36}{25} \times \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{324}{100}} = \sqrt{3,24} = 1,8$ و $\sqrt{\frac{36}{25}} \times \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{18}{10} = 1,8$

نستنتج أن : $\sqrt{\frac{36}{25}} \times \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{36}{25} \times \frac{9}{4}}$

2) a و b عددان مُوجبان . لنبرهن أن : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

نضعُ : $y = \sqrt{b}$ و $x = \sqrt{a}$ ؛ فيكون : $\begin{cases} x^2 = a \text{ و } x \geq 0 \\ y^2 = b \text{ و } y \geq 0 \end{cases}$

ومنه : $x^2 \times y^2 = a \times b$ و $x \times y \geq 0$

ومنه : $(x \times y)^2 = a \times b$ و $x \times y \geq 0$

ومنه : $x \times y = \sqrt{a \times b}$

ومنه : $\boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}}$

3) احسب الجداءات التالية :

$\sqrt{5} \times \sqrt{7,2}$ ؛ $\sqrt{7} \times \sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{49 \times 81}$ ؛ $\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{3}}$.

$\sqrt{5} \times \sqrt{7,2} = \sqrt{5 \times 7,2}$

$= \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7 \times 3}$

$= \sqrt{21}$

$\sqrt{49 \times 81} = \sqrt{49} \times \sqrt{81}$

$= 7 \times 9 = 63$

$\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{3}} = \sqrt{\frac{6}{5} \times \frac{10}{3}}$

$= \sqrt{\frac{6 \times 10}{5 \times 3}}$

$= \sqrt{\frac{60}{15}}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$

بـ) كتابة عدد غيْر ناطق على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد مُوجب و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن .

لاحظ المثال التالي :

$$\sqrt{80} = \sqrt{16\times 5} = \sqrt{16}\times\sqrt{5} = 4\times\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$7\sqrt{5}\times 3\sqrt{2} = 7\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{5} = 21\times\sqrt{2\times 5} = 21\sqrt{10}$$

اعتمادا على هذا المثال ، اكتب كلا من الأعداد الآتية على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد مُوجب و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن :

$\sqrt{32}$ ؛ $\sqrt{27}$ ؛ $\sqrt{60}$ ؛ $\sqrt{72}$ ؛ $\sqrt{175}$ ؛

$\sqrt{5}\times\sqrt{10}$ ؛ $\sqrt{45}\times\sqrt{98}$ ؛ $8\sqrt{2}\times\sqrt{14}$ ؛ $7\sqrt{5}\times 3\sqrt{2}$ ؛ $5\sqrt{3}\times 7\sqrt{60}$.

$$\sqrt{5}\times\sqrt{10} = \sqrt{5}\times\sqrt{5\times 2} = \sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2} = 5\times\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16\times 2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{45}\times\sqrt{98} = \sqrt{9\times 5}\times\sqrt{2\times 49} = \sqrt{9}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}\times\sqrt{49} = 3\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}\times 7 = 21\sqrt{10}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = \sqrt{9}\times\sqrt{3} = 3\times\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$8\sqrt{2}\times\sqrt{14} = 8\sqrt{2}\times\sqrt{2\times 7} = 8\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{7} = 8\times 2\times\sqrt{7} = 16\sqrt{7}$$

$$\sqrt{60} = \sqrt{4\times 15} = \sqrt{4}\times\sqrt{15} = 2\times\sqrt{15} = 2\sqrt{15}$$

$$4\sqrt{2}\times 3\sqrt{6} = 4\sqrt{2}\times 3\sqrt{2\times 3} = 12\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3} = 12\times 2\times\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36\times 2} = \sqrt{36}\times\sqrt{2} = 6\times\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{3}\times 7\sqrt{60} = 5\sqrt{3}\times 7\sqrt{4\times 15} = 5\sqrt{3}\times 7\times\sqrt{4}\times\sqrt{15} = 5\times 7\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3\times 5} = 5\times 7\times 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5} = 70\times 3\times\sqrt{5} = 210\sqrt{5}$$

$$\sqrt{175} = \sqrt{25\times 7} = \sqrt{25}\times\sqrt{7} = 5\times\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$$

جـ) حاصل قسمة جذريْن تربيعييْن :

1) قارن العدديْن في كل حالة :

$\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$ ؛ $\sqrt{\frac{36}{49}}$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}$ ؛ $\sqrt{\frac{50}{2}}$ و $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$.

- $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \sqrt{(\frac{3}{2})^2} = \frac{3}{2}$ و $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

نستنتج أن : $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}}$

- $\sqrt{\frac{36}{49}} = \sqrt{\frac{6^2}{7^2}} = \sqrt{(\frac{6}{7})^2} = \frac{6}{7}$ و $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$

نستنتج أن : $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \sqrt{\frac{36}{49}}$

- $\sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$ و $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{25 \times 2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$

نستنتج أن : $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}}$

2) a و b عددان مُوجبان حيث $b \neq 0$.

برهن أن : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

نضعُ : $y = \sqrt{b}$ و $x = \sqrt{a}$ ؛ فيكون :

$$\left\{ \begin{array}{ll} x^2 = a & \text{و} \quad x \geq 0 \\ y^2 = b & \text{و} \quad y > 0 \end{array} \right.$$

ومنه : $\frac{x^2}{y^2} = \frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y} \geq 0$

ومنه : $(\frac{x}{y})^2 = \frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y} \geq 0$

ومنه : $\frac{x}{y} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

ومنه : $\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}}$

3) بـسّـط الأعـداد الآتيـة إن أمْكـن :

$\sqrt{\frac{32}{49}}$ ؛ $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ ؛ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}}$ ؛ $\sqrt{\frac{8}{3}}$ ؛ $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}}$ ؛ $\sqrt{6}$.

$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{96}{2}}$

$= \sqrt{48}$

$= \sqrt{16 \times 3}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

$\sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{4 \times 2}{3}}$

$= \sqrt{4 \times \frac{2}{3}}$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$

$= 2\sqrt{\frac{2}{3}}$

$\sqrt{\frac{32}{49}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{49}}$

$= \frac{\sqrt{16 \times 2}}{7}$

$= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{7}$

$= \frac{4\sqrt{2}}{7}$

$= \frac{4}{7}\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9 \times 8}}$

$= \frac{1 \times \sqrt{8}}{\sqrt{9} \times \sqrt{8}}$

$= \frac{1}{3}$

العـدد $\sqrt{6}$ مُـبـسّـط.

د) الـجـذر الـتـربـيـعـي لـمـجـمـوع و فـرق :

قـارن الـعـدديْـن في كـل حـالـة :

$\sqrt{36+64}$ و $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ ؛ $3+4$ و $\sqrt{4^2+3^2}$.

$\sqrt{225-144}$ و $\sqrt{225}-\sqrt{144}$ ؛ $3-5$ و $\sqrt{5^2-3^2}$.

◄ $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ و $\sqrt{36}+\sqrt{64} = 6+8 = 14$

إذن : $\sqrt{36}+\sqrt{64} \neq \sqrt{36+64}$

◄ $3+4 = 7$ و $\sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

إذن : $\sqrt{4^2+3^2} \neq 3+4$

◄ $\sqrt{225-144} = \sqrt{81} = 9$ و $\sqrt{225}-\sqrt{144} = 15-12 = 3$

إذن : $\sqrt{225}-\sqrt{144} \neq \sqrt{225-144}$

◄ $5-3 = 2$ و $\sqrt{5^2-3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

إذن : $\sqrt{5^2-3^2} \neq 5-3$

هـ) تبسيط عبارة تتضمّن جذورا تربيعية :

لتبسيط عبارة تتضمّن جذورا تربيعية ؛ نبسّط الجذور (نكتبها على الشكل $a\sqrt{b}$ حيْث a عدد ناطق و b أصغر عدد طبيعي مُمْكن) ، ثمّ نطبّق تقنيات الحساب الضرورية (الخاصة التوزيعية ، ... إلخ) .

1) بسّط العبارات التالية :

$A = 3\sqrt{7} - 8\sqrt{7}$

$= (3-8)\sqrt{7}$

$= -5\sqrt{7}$

$B = 5\sqrt{6} - \sqrt{6}$

$= 5\sqrt{6} - 1\sqrt{6}$

$= (5-1)\sqrt{6}$

$= 4\sqrt{6}$

$C = \sqrt{18} + \sqrt{50}$

$= \sqrt{9\times 2} + \sqrt{25\times 2}$

$= \sqrt{3^2\times 2} + \sqrt{5^2\times 2}$

$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$= (3+5)\sqrt{2}$

$= 8\sqrt{2}$

$D = \sqrt{54} - 7\sqrt{24}$

$= \sqrt{9\times 6} - 7\sqrt{4\times 6}$

$= \sqrt{3^2\times 6} - 7\sqrt{2^2\times 6}$

$= 3\sqrt{6} - 7\times 2\sqrt{6}$

$= (3-14)\sqrt{6}$

$= -11\sqrt{6}$

$E = 7\sqrt{2} - 9\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{5}$

$= 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$

$= (7-3)\sqrt{2} + (6-9)\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

$F = 2\sqrt{125} + \sqrt{45} - 3\sqrt{20}$

$= 2\sqrt{25\times 5} + \sqrt{9\times 5} - 3\sqrt{4\times 5}$

$= 2\sqrt{5^2\times 5} + \sqrt{3^2\times 5} - 3\sqrt{2^2\times 5}$

$= 2\times 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3\times 2\sqrt{5}$

$= 10\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

$= (10+3-6)\sqrt{5}$

$= 7\sqrt{5}$

$G = \sqrt{3} - \sqrt{108} + 2\sqrt{98}$

$= \sqrt{3} - \sqrt{36\times 3} + 2\sqrt{49\times 2}$

$= \sqrt{3} - \sqrt{6^2\times 3} + 2\sqrt{7^2\times 2}$

$= \sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\times 7\sqrt{2}$

$= 1\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 14\sqrt{2}$

$= (1-6)\sqrt{3} + 14\sqrt{2}$

$= -5\sqrt{3} + 14\sqrt{2}$

2) أنشر ثمّ بسّط كلا من العبارتيْن H و K :

$K = (2\sqrt{3}-9)(4+7\sqrt{3})$ $= 2\sqrt{3}(4+7\sqrt{3})-9(4+7\sqrt{3})$ $= 2\sqrt{3}\times 4+2\sqrt{3}\times 7\sqrt{3}-9\times 4-9\times 7\sqrt{3}$ $= 4\times 2\sqrt{3}+2\times 7\sqrt{3}\times\sqrt{3}-36-63\sqrt{3}$ $= 8\sqrt{3}+14\times 3-36-63\sqrt{3}$ $= 42-36-63\sqrt{3}+8\sqrt{3}$ $= 6-55\sqrt{3}$	$H = 3\sqrt{7}(2\sqrt{7}+5)$ $= 3\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}+3\sqrt{7}\times 5$ $= 3\times 2\sqrt{7}\times\sqrt{7}+5\times 3\sqrt{7}$ $= 6\times 7+15\sqrt{7}$ $= 42+15\sqrt{7}$

و) النسبة التي مقامُها عدد غيْرُ ناطق :

نقبل أن : إذا كانت $\frac{a}{b}$ نسبة معلومة و k عددا حقيقيا غير معدوم ؛ فإن $\frac{a}{b}=\frac{ak}{bk}$.

a عدد حقيقي و b عدد ناطق موجب تماما .
لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا ؛
نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$.

أكتب العبارات التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$\frac{7}{4\sqrt{5}}=\frac{7\times\sqrt{5}}{4\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{7\sqrt{5}}{4\times 5}$ $=\frac{7\sqrt{5}}{20}$	$\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{5\sqrt{3}}{3}$
$\frac{3}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\frac{4\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{3\sqrt{6}}{6}+\frac{4\sqrt{5}}{5}$ $=\frac{3\sqrt{6}}{3\times 2}+\frac{4\sqrt{5}}{5}$ $=\frac{5\sqrt{6}}{5\times 2}+\frac{2\times 4\sqrt{5}}{2\times 5}$ $=\frac{5\sqrt{6}+8\sqrt{5}}{10}$		$\frac{-\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}=\frac{(-\sqrt{2}+1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{-2+\sqrt{2}}{2}$