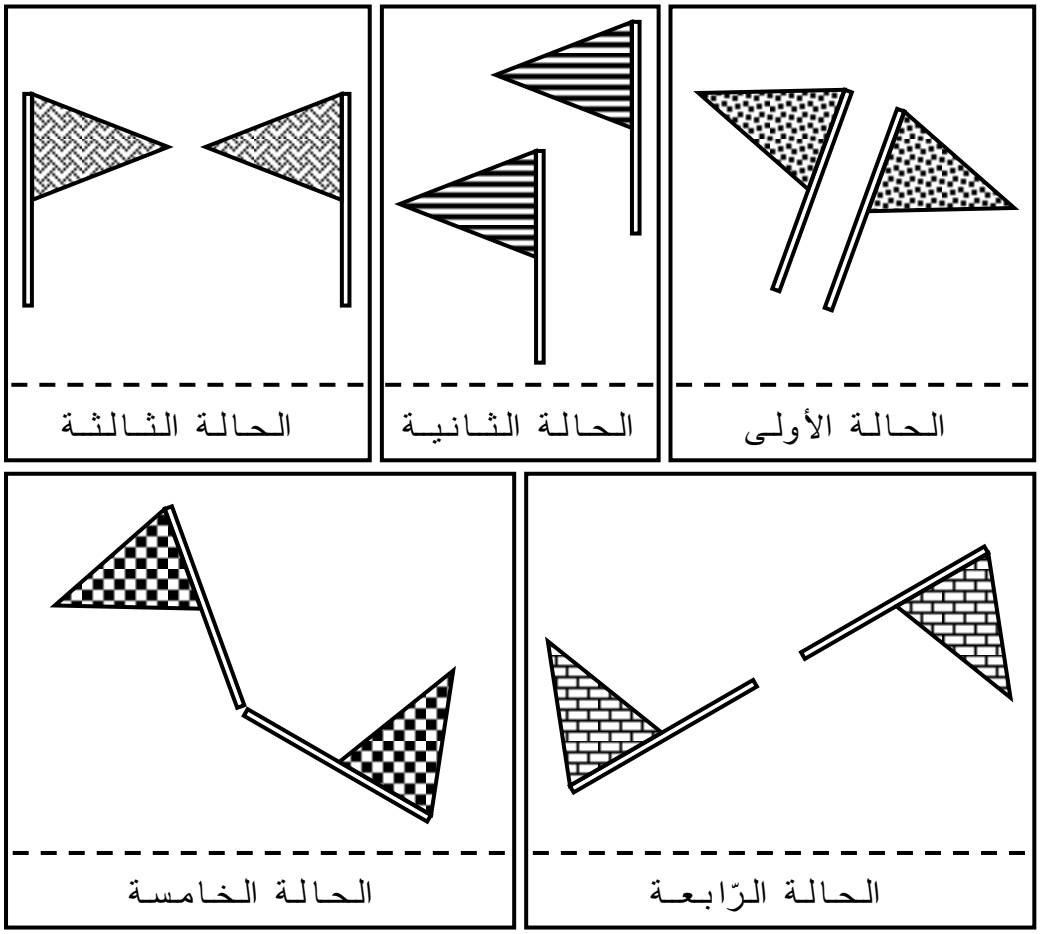
الدّوران ؛ المضلعات الخاصة ؛ الزّوايا

نشاط تمهيدي :

عيّن التحويل النقطي الذي يسمح بالمرور من راية إلى أخرى في كل حالة.

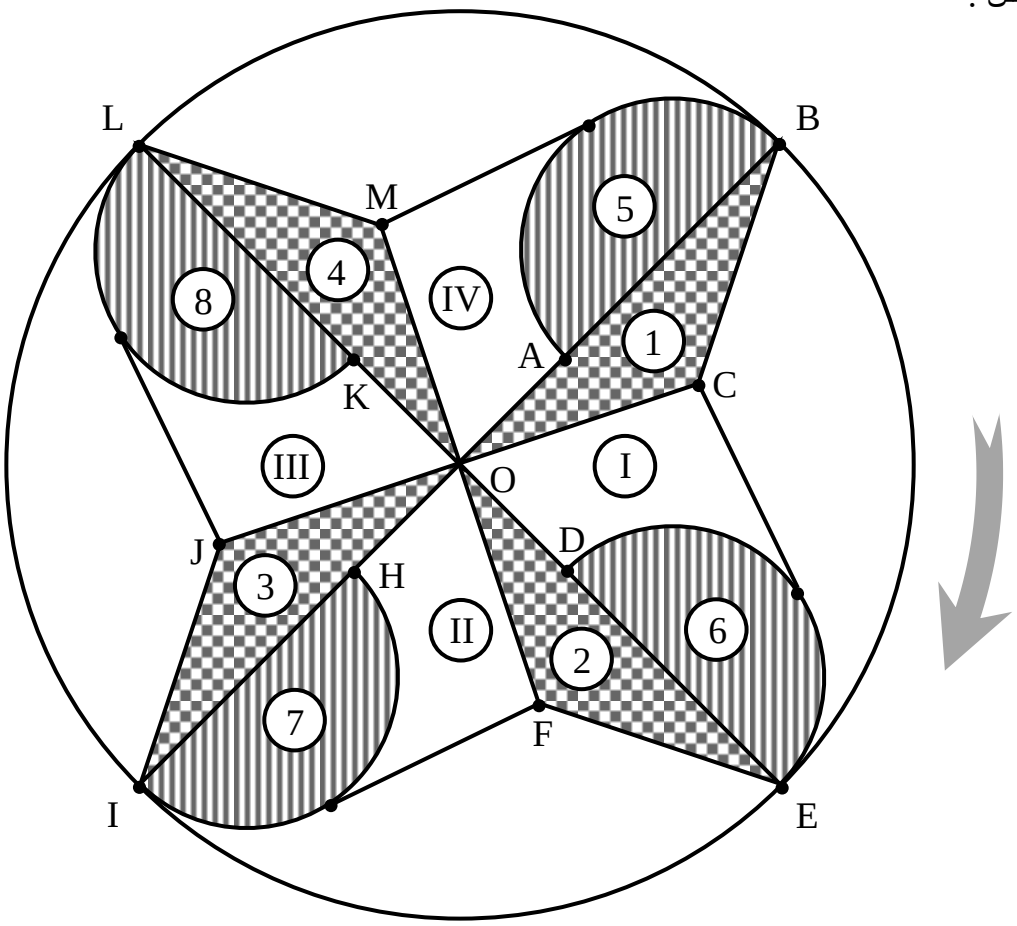


املء الجدول :

الحالات	التحويل النقطي	مميّزاته	خواصه
الأولى	. . . . .	. . . . .	. . . . .
الثانية	. . . . .	. . . . .	. . . . .
الثالثة	. . . . .	. . . . .	. . . . .
الرّابعة	. . . . .	. . . . .	. . . . .
الخامسة	. . . . .	. . . . .	. . . . .

نشاط 1 ص 223 : تعريف الدّوران ؛ مميّزاته و خواصّه .

1) إليك الشكل :



➤ خُذ ورقة شفافة ، ثمّ أشفف المثلث (1) و نصف القرص (5) الذي نصف قطره 2 cm م-ع تعليم النقط O ؛ A ؛ B و C . ثبِّت الورقة الشفافة بدبوس في النقطة O ثمّ أدِرْها بزاوية $90°$ في الإتجاه المُبيّن في الشكل .

➤ اكمل ما يلي :

♫ ينطبق مشفوف المثلث (1) على . . . . . .

♫ ينطبق مشفوف نصف القرص (5) على . . . . . .

♫ ينطبق مشفوف النقطة A على . . . . . .

♫ ينطبق مشفوف النقطة B على . . . . . .

نقول إنّ الشكل (2) هو صورة الشكل (1) بالدّوران الذي مركزه O و زاويته $90°$ في الإتجاه المُعطى .

♫ صوّر الأشكال (2) ، (8) ، (II) ، (IV) بهذا الدّوران هي الأشكال . . . ، . . . ، . . . ، . . . على الترتيب .

♫ صوّر النقط B ، C ، D ، O بهذا الدّوران هي النقط . . . ، . . . ، . . . ، . . . . على الترتيب .

♫ صوّر قطع المستقيم [DE] ، [LM] ، [OM] بالدّوران المُعطى هي . . . . . .

قارن طول كل قطعة بطول صورتها .

. . . . . .

♫ صوّر الزّوايا $\widehat{ABC}$ ، $\widehat{LOF}$ ، $\widehat{BEM}$ بالدّوران المُعطى هي . . . . . .

قارن قيس كل زاوية بقيس صورتها .

. . . . . .

♫ صورة الرّباعي ABCD بالدّوران المُعطى هي . . . . . .

➤ اختر ثلاث نقط من الشكل تكون في استقامية .

ما هي صوّرها بالدّوران المُعطى ؟

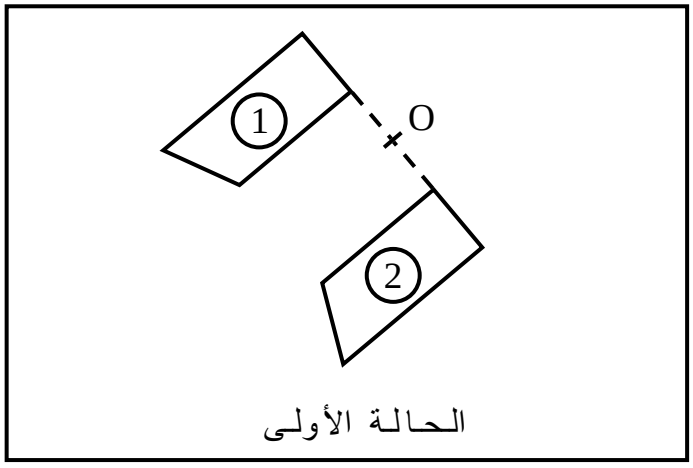
تحقق من استقامية هذه الصّور .

. . . . . .

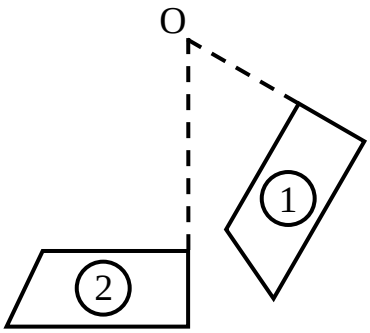
. . . . . .

. . . . . .

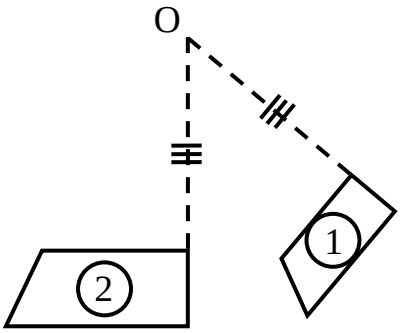
2) تمعن في الأشكال التالية :



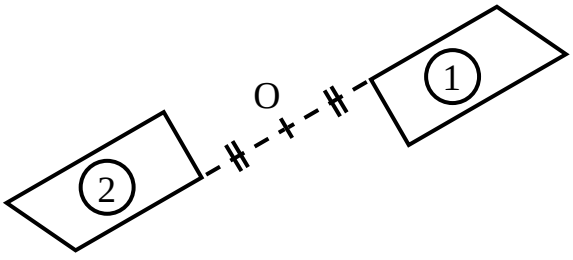
الحالة الأولى



الحالة الثانية



الحالة الثالثة



الحالة الرّابعة

♫ هل ينطبق الشكل (1) على الشكل (2) بتدويره حول O في كل حالة بالاعتماد على النظر ؟

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

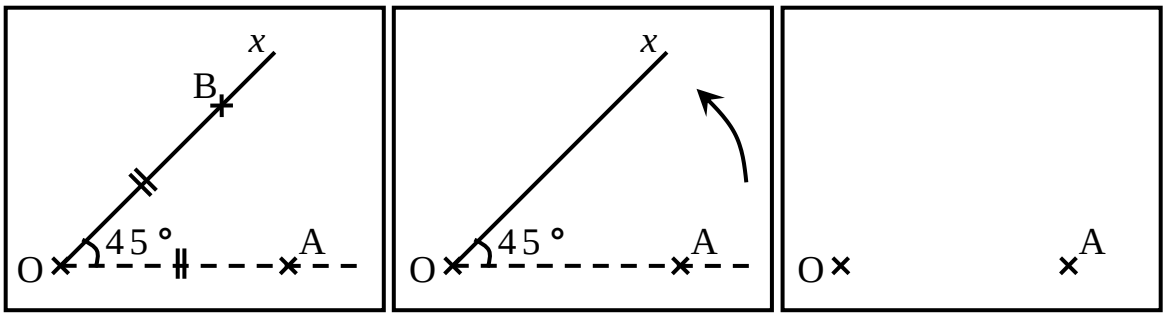
♫ تحقق من إجابتك باستعمال الورق الشفاف .

♫ تمثل الحالة الرّابعة تحويلا نقطيا قد درسته من قبل . أذكره .

. . . . . .

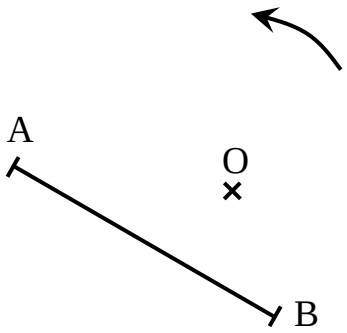
نشاط 2 ص 224 : إنشاء صوّر أشكال بدوران.

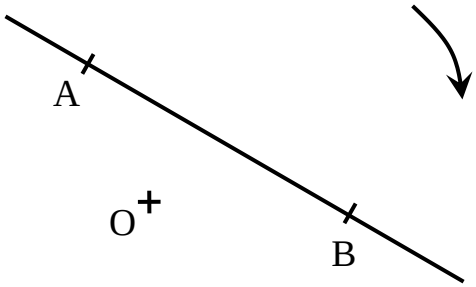
إليك مراحل إنشاء النقطة B صورة النقطة A بالدّوران الذي مركزه O وزاويته $45°$ في الاتجاه المعاكس لاتجاه دوران عقارب السّاعة (الإتجاه الموجب).



نرسم نصف مستقيم $[Ox)$ بحيث يكون $A\widehat{O}x = 45°$
في الاتجاه المعاكس لاتجاه دوران عقارب السّاعة.
نعيّن النقطة B من $[Ox)$ بحيث $OA = OB$.

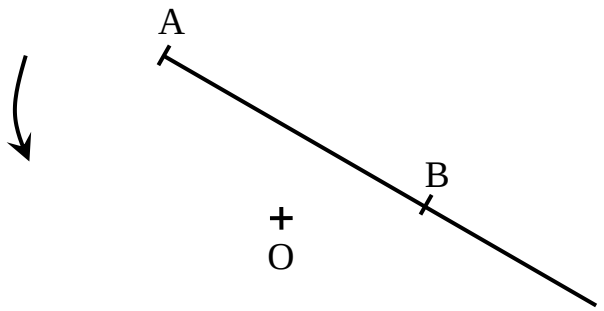
علما أن الدّوران يحافظ على طبيعة الأشكال؛ أنشيء في كل حالة ممّا يلي صورة الشكل بالدّوران الذي مركزه O وزاويته $60°$ في الاتجاه المُعطى.

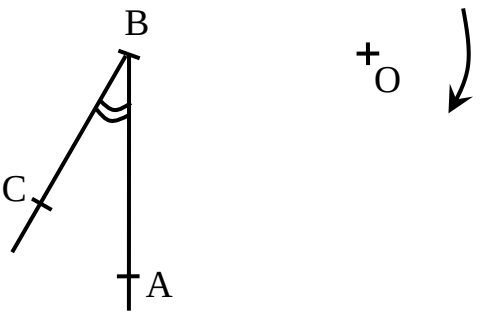




صورة المستقيم (AB) بالدّوران المُعطى هي: . . . . . .

صورة قطعة المستقيم $[AB]$ بالدّوران المُعطى هي: . . . . . .





صورة الزاوية $A\widehat{B}C$ بالدّوران المُعطى هي: . . . . . .

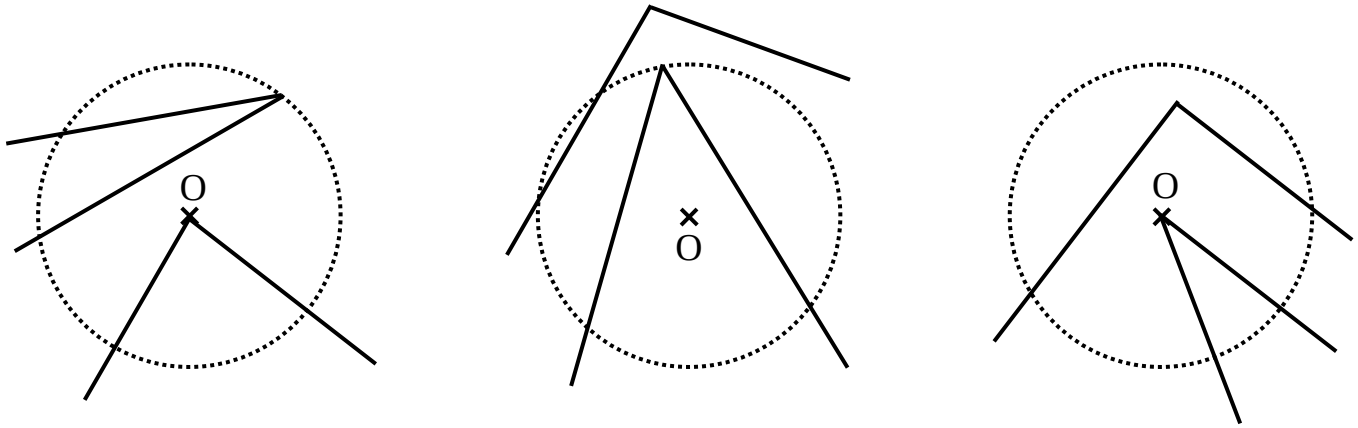
صورة نصف المستقيم $[AB]$ بالدّوران المُعطى هي: . . . . . .

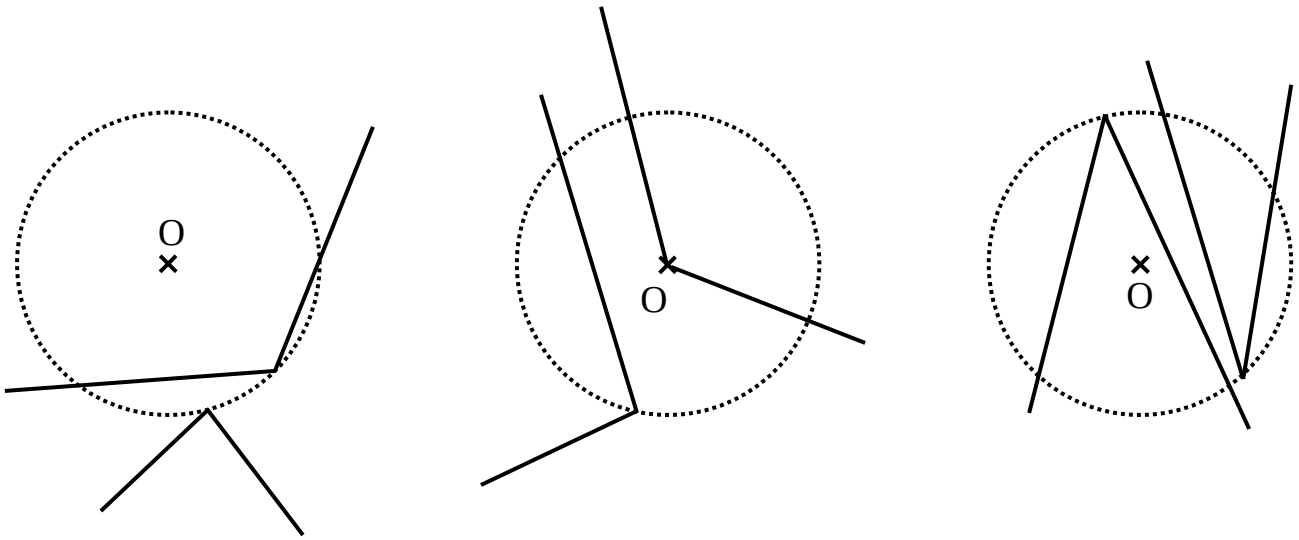
نشاط 3 ص 226 : الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية في دائرة.

إذا كان رأس زاوية ينتمي إلى دائرة و ضلعاها قاطعان لهذه الدّائرة، نقول إنها **زاوية محيطية** في هذه الدّائرة.

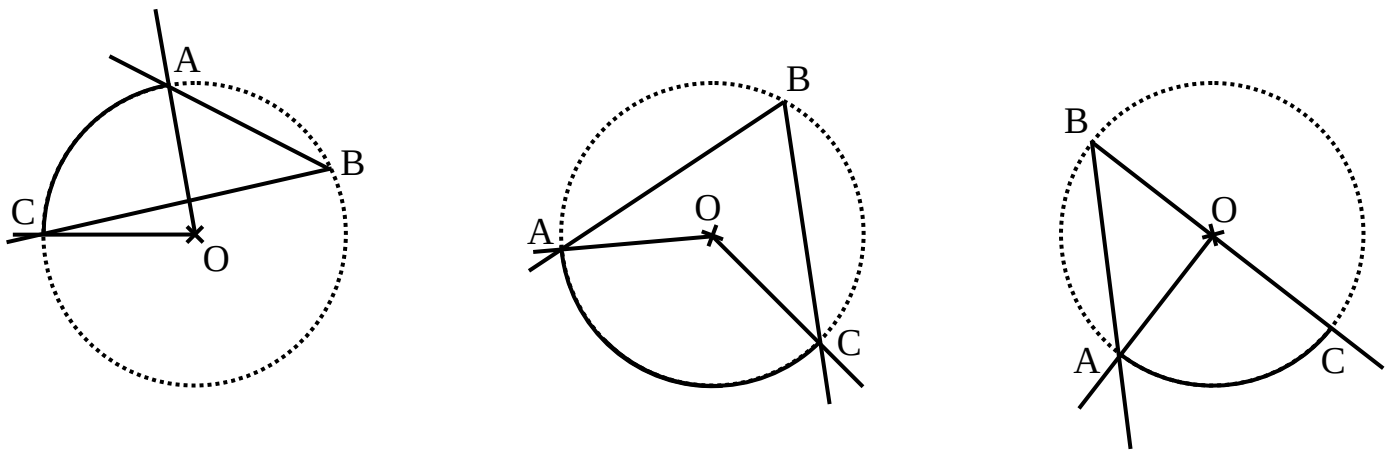
الزاوية المركزية في دائرة هي زاوية رأسها مركز الدّائرة.

1) لوّن في الأشكال التالية بالأحمر الزوايا المحيطية ، و بالأخضر الزوايا المركزية :





2) تمعن في الأشكال التالية، ثمّ أكمل الجدول الموالي :



الشكل (3) الشكل (2) الشكل (1)

نقول إن الزاوية المركزية $\widehat{AOC}$ و الزاوية المحيطية $\widehat{ABC}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AC}$ من الدّائرة.

الشكل	قيس الزاوية المحيطية $\widehat{ABC}$	قيس الزاوية المركزية $\widehat{AOC}$	العلاقة بين الزاويتين
(1)			
(2)			
(3)			

➤ ماذا تستنتج؟

. . . . . .

. . . . . .

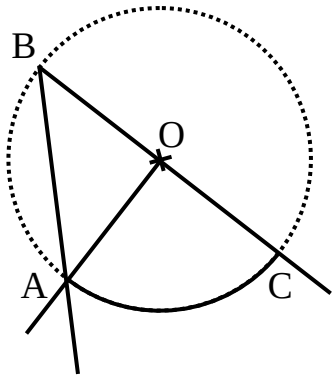
➤ لنبرهن على النتيجة التي استنتجتها.

♫ في الشكل (1):

قطعة المستقيم [BC] قطر للدّائرة.

ما طبيعة المثلث OAB؟ برّر إجابتك.

استنتج أن $\widehat{ABO} = \widehat{BAO}$.



الشكل (1)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

اكتب $\widehat{AOC}$ بدلالة $\widehat{ABC}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

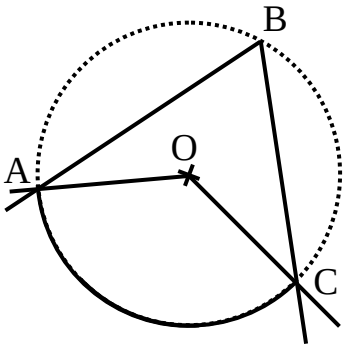
. . . . . .

. . . . . .

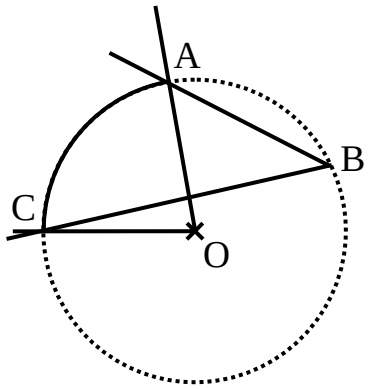
. . . . . .

♫ في كل من الشكلين (2) و (3):
ارسم القطر [BD] للدّائرة.

الشكل (2)



الشكل (3)



عبر عن $\widehat{DOC}$ بدلالة $\widehat{DBC}$ وكذا $\widehat{AOD}$ بدلالة $\widehat{ABD}$
باستعمال نتيجة البرهان السابق.

. . . . . .

عبر عن $\widehat{AOC}$ بدلالة $\widehat{ABC}$.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

♫ اعط نتيجة البرهان.

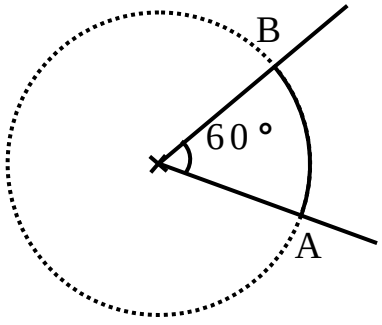
. . . . . .
. . . . . .

3) انشىء عدّة زوايا م-ح-يطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$؛
ثمّ قارن أقياسها.

. . . . . .

➤ ماذا تستنتج؟

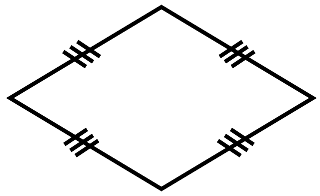
. . . . . .
. . . . . .

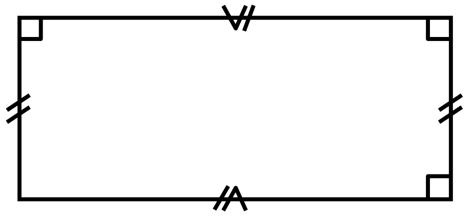


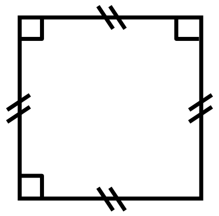
نشـاط 4 ص 228 : المضلعـات المنتـظمـة.

المضلـع المنتـظـم هـو مضلـع كـل أضلاعـه لـها نفـس الطـول و كـل زاويـاه متقـايسـة.

1) ما هي المضلعـات المنتـظمـة من بيـن المضلعـات التـالـيـة:

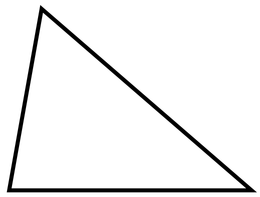


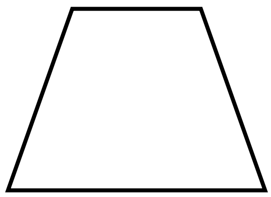


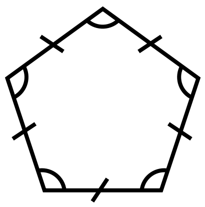


....

....







....

....

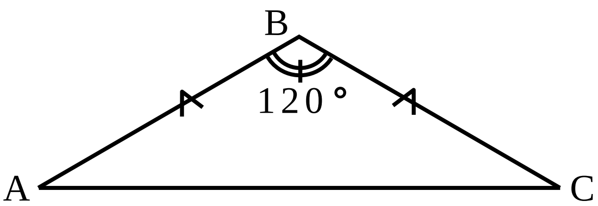
2) ABC مثـلـث مـتسـاوي السـاقيـن بحيـث $BA = BC = 4\ cm$ و $\widehat{ABC} = 120°$ ؛
و C هـي صـورة A بـالدّوران الذي مركـزه B و زاويـتـه $120°$ (الإتـجاه الموجـب).
انشـىء D صـورة C بـهـذا الدّوران.
بيـن أن A هـي صـورة D بـهـذا الدّوران.

....

....

....

....



....

....

....

....

....

....

مـا طبيعـة المثـلـث ACD ؟ علـل.

....

....

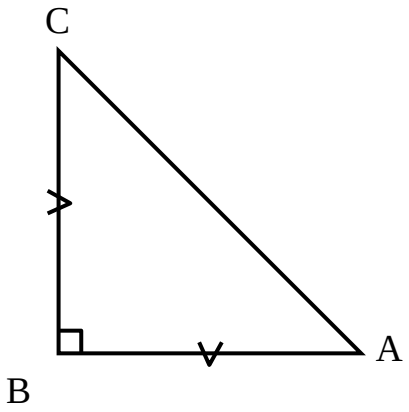
....

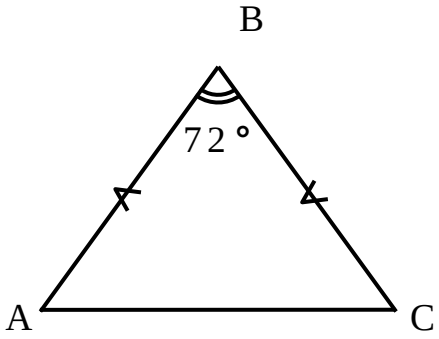
بـرهن أن كل رؤوسه تنتمي إلى نفس الدائـرة التـي يطلـب تـعيين مركزها و نصف قطرها.

....

....

أعد الإنشاء بأخذ $A\widehat{B}C = 90°$ ؛ ثم $A\widehat{B}C = 72°$ وذلك بإجراء العدد المناسب من الدورانات للرجوع إلى النقطة A.





لاحظ أن: $A\widehat{B}C = 120^{o} = \frac{360^{o}}{3}$ ؛ تحصلنا على مثلث متقايس الأضلاع.

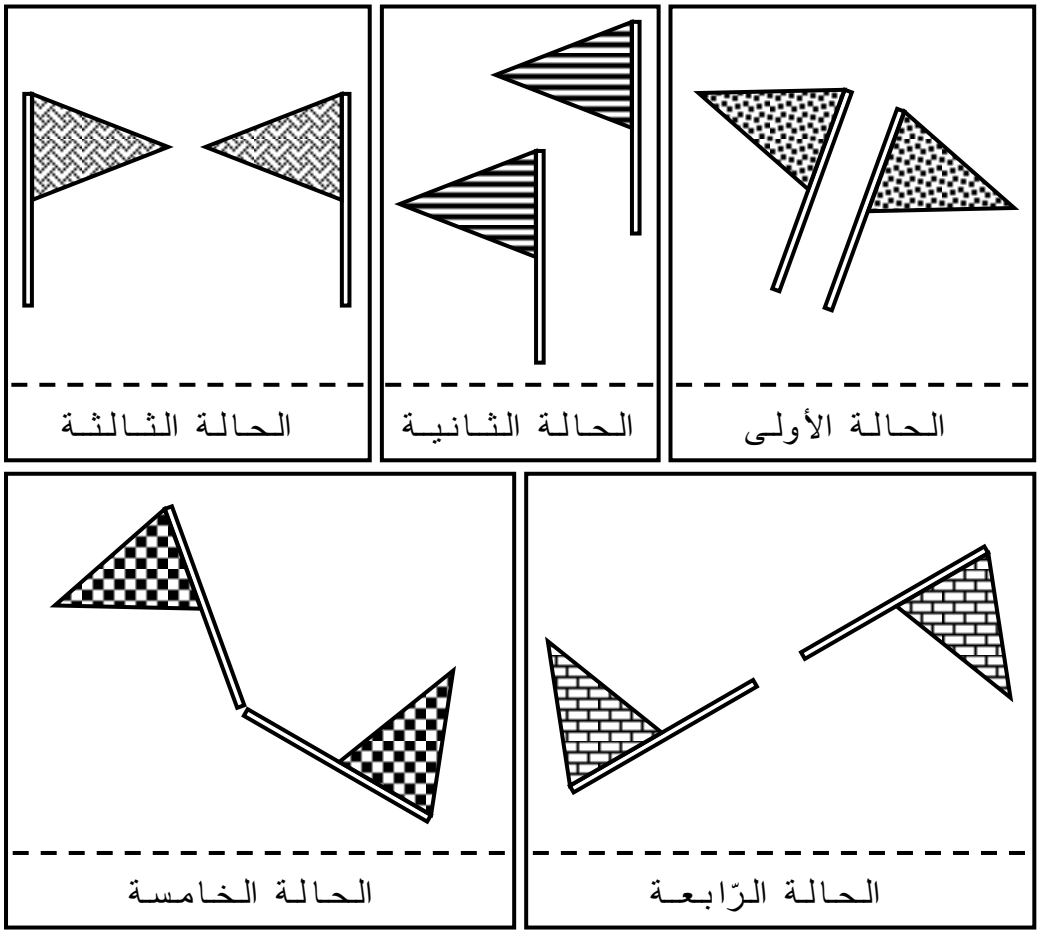
اكمل: $A\widehat{B}C = 90^{o} = \frac{360^{o}}{\ldots}$ ؛ تحصلنا على . . . . . .

$A\widehat{B}C = 72^{o} = \frac{360^{o}}{\ldots}$ ؛ تحصلنا على . . . . . .

الدّوران ؛ المضلعات الخاصة ؛ الزّوايا

نشاط تمهيدي :

عيّن التحويل النقطي الذي يسمح بالمرور من راية إلى أخرى في كل حالة .

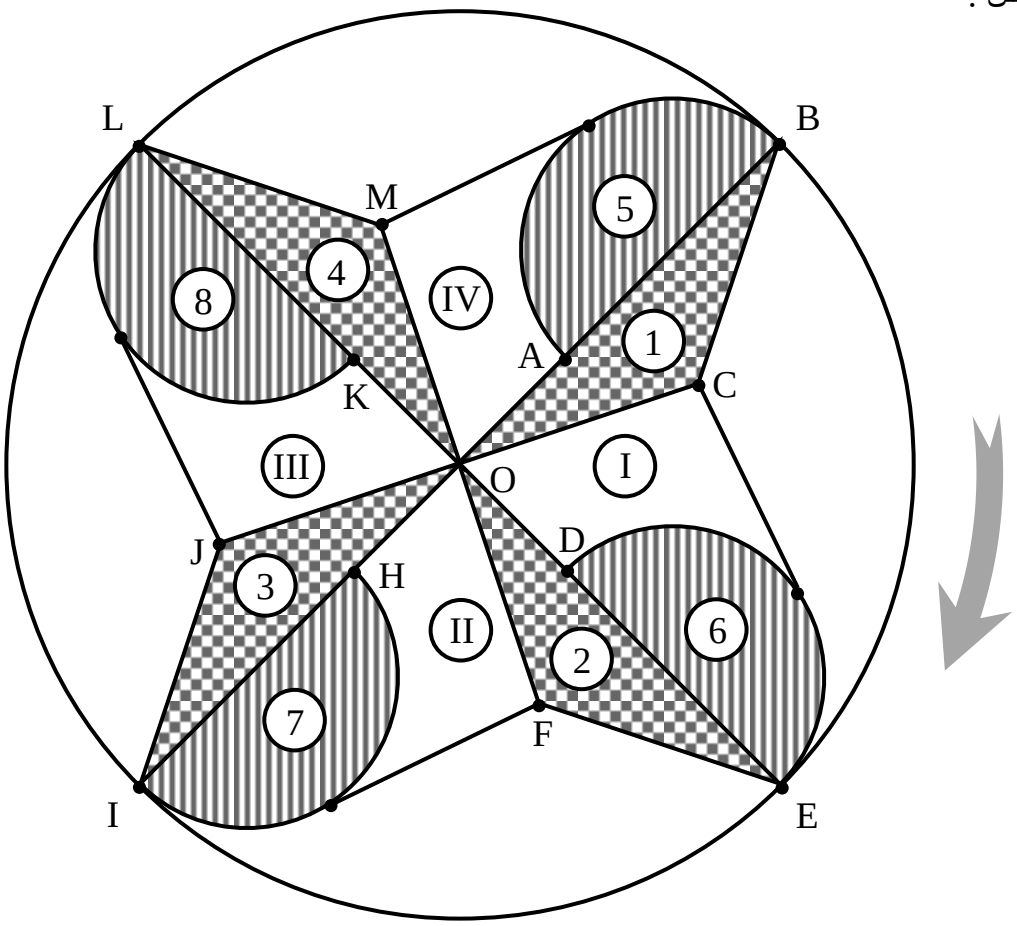


املء الجدول :

الحالات	التحويل النقطي	مميّزاته	خواصه
الأولى	تناظر محوري	محور تناظر	يُحافظ على المسافات ، المساحات ، أقياس الزّوايا ، طبيعة الأشكال ، و استقامية النقط .
الثانية	انسحاب	شعاع انسحاب	نفس الخواص السابقة .
الثالثة	تناظر محوري	محور تناظر	نفس الخواص السابقة .
الرّابعة	تناظر مركزي	مركز تناظر	نفس الخواص السابقة .
الخامسة	دوران	مركز الدوران زاوية الدوران اتجاه الدوران	نفس الخواص السابقة .

نشاط 1 ص 223 : تعريف الدّوران ؛ مميّزاته و خواصّه .

1) إليك الشكل :



➤ خُذ ورقة شفافة ، ثمّ أشفف المثلث (1) و نصف القرص (5) الذي نصف قطره 2 cm م-ع تعليم النقط O ؛ A ؛ B و C . ثبّت الورقة الشفافة بدبوس في النقطة O ثمّ أدِرْها بزاوية $90°$ في الإتجاه المُبيّن في الشكل .

➤ اكمل ما يلي :

♫ ينطبق مشفوف المثلث (1) على المثلث (2) .

♫ ينطبق مشفوف نصف القرص (5) على نصف القرص (6) .

♫ ينطبق مشفوف النقطة A على النقطة D .

♫ ينطبق مشفوف النقطة B على النقطة E .

نقول إنّ الشكل (2) هو صورة الشكل (1) بالدّوران الذي مركزه O و زاويته $90°$ في الإتجاه المُعطى .

♫ صوّر الأشكال (2) ، (8) ، (II) ، (IV) بهذا الدّوران هي الأشكال (3) ، (5) ، (III) ، (I) على الترتيب .

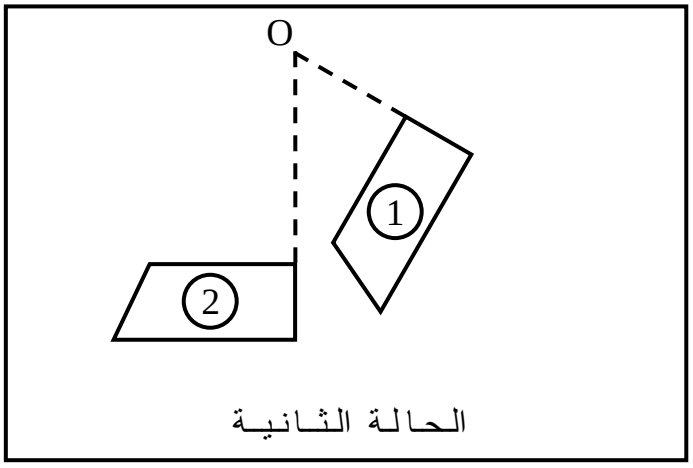
♫ صوّر النقط B ، C ، D ، O بهذا الدّوران هي النقط E ، F ، H ، O . على الترتيب .

♫ صوّر قطع المستقيم [DE] ، [LM] ، [OM] بالدّوران المُعطى هي قطع المستقيم [HI] ، [BC] ، [OC] على الترتيب .

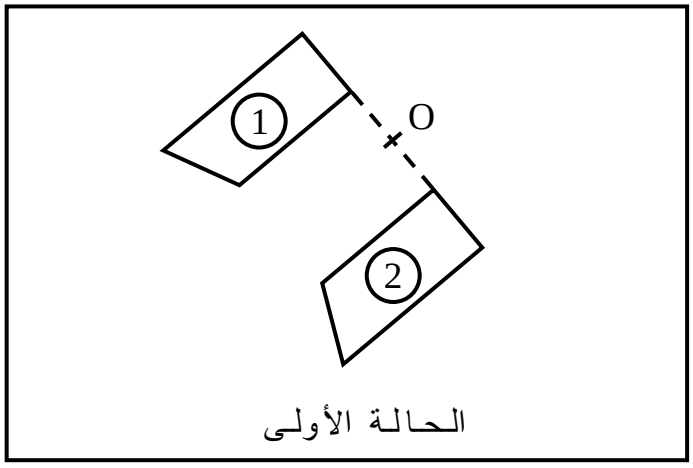
قارن طول كل قطعة بطول صورتها .

$DE = HI$ ، $LM = BC$ ، $OM = OC$.

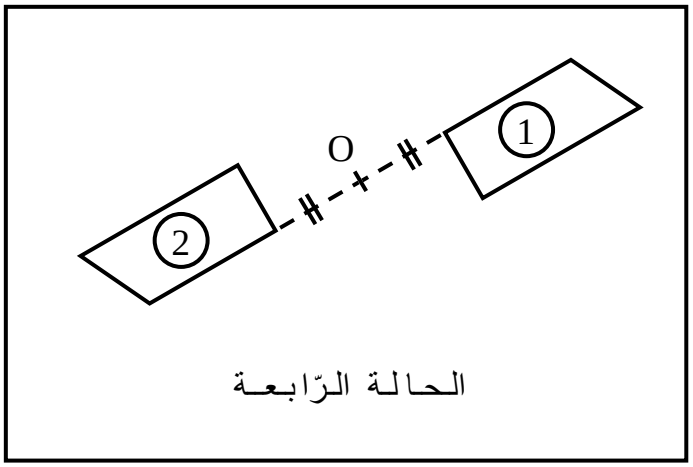
♫ صوّر الزّوايا $\widehat{ABC}$ ، $\widehat{LOF}$ ، $\widehat{BEM}$ بالدّوران المُعطى
هي الزّوايا $\widehat{DEF}$ ، $\widehat{BOJ}$ ، $\widehat{EIC}$.
قارن قيس كل زاوية بقيس صورتها .
$\widehat{ABC}=\widehat{DEF}$ ؛ $\widehat{LOF}=\widehat{BOJ}$ ؛ $\widehat{BEM}=\widehat{EIC}$.
♫ صورة الرّباعي ABCD بالدّوران المُعطى هي الرّباعي DEFH .
➤ اختر ثلاث نقط من الشكل تكون في استقامية .
ما هي صوّرها بالدّوران المُعطى ؟
تحقق من استقامية هذه الصّور .
النقط H ، A ، B في استقامية .
صوّرها بالدّوران المُعطى هي النقط K ، D ، E على الترتيب .
النقط K ، D ، E في استقامية .
2) تمعن في الأشكال التالية :



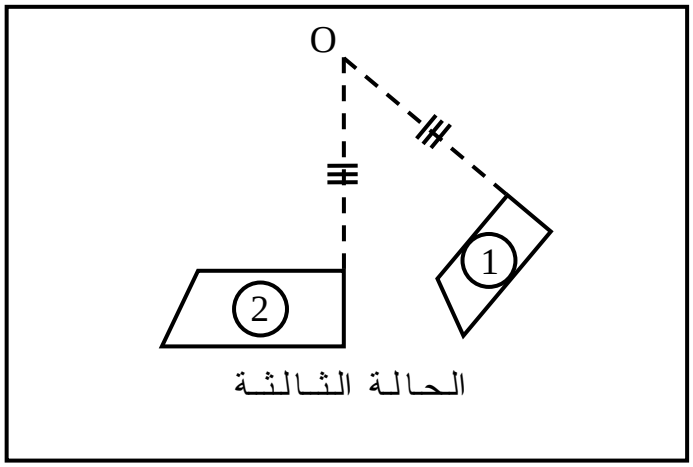
الحالة الثانية



الحالة الأولى



الحالة الرّابعة

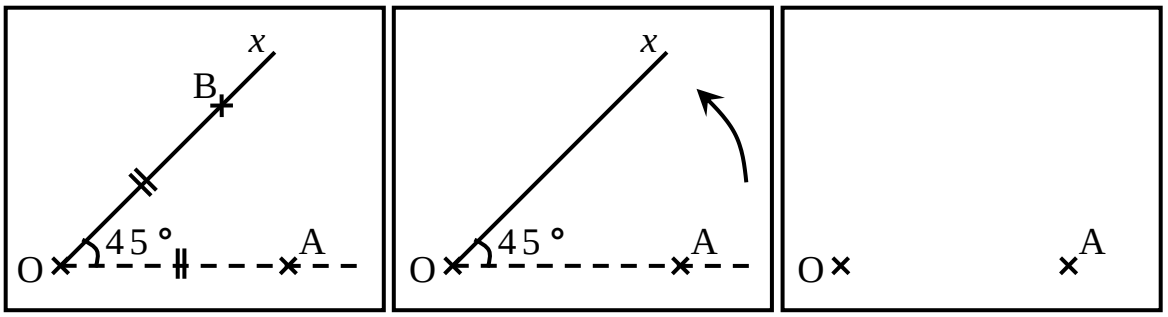


الحالة الثالثة

♫ هل ينطبق الشكل (1) على الشكل (2) بتدويره حول O في كل حالة بالاعتماد على النظر ؟
الشكل (1) لا ينطبق على الشكل (2) بتدويره حول O في كل من الحالة الأولى ، الحالة الثانية و الحالة الثالثة .
الشكل (1) ينطبق على الشكل (2) بتدويره حول O في الحالة الرّابعة .
♫ تحقق من إجابتك باستعمال الورق الشفاف .
♫ تمثل الحالة الرّابعة تحويلا نقطيا قد درسته من قبل . أذكره .
التحويل النقطي الذي تمثله الحالة الرّابعة هو التناظر المركزي .

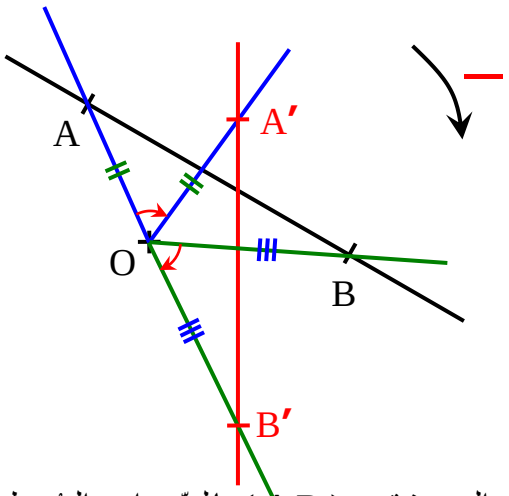
نشاط 2 ص 224 : إنشاء صوّر أشكال بدوران.

إليك مراحل إنشاء النقطة B صورة النقطة A بالدّوران الذي مركزه O و زاويته $45°$ في الاتجاه المعاكس لاتجاه دوران عقارب السّاعة (الإتجاه الموجب).

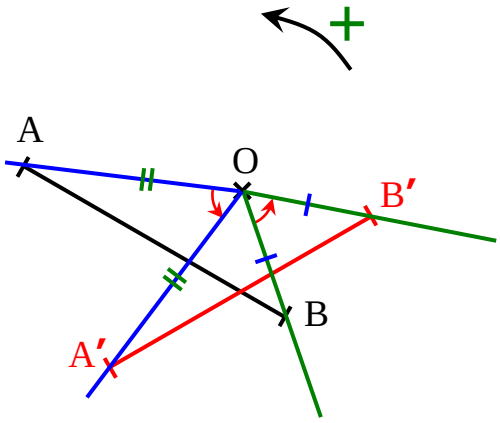


نرسم نصف مستقيم $[Ox)$ بحيث يكون $\widehat{AOx} = 45°$
في الاتجاه المعاكس لاتجاه دوران عقارب السّاعة.
نعيّن النقطة B من $[Ox)$ بحيث $OA = OB$.

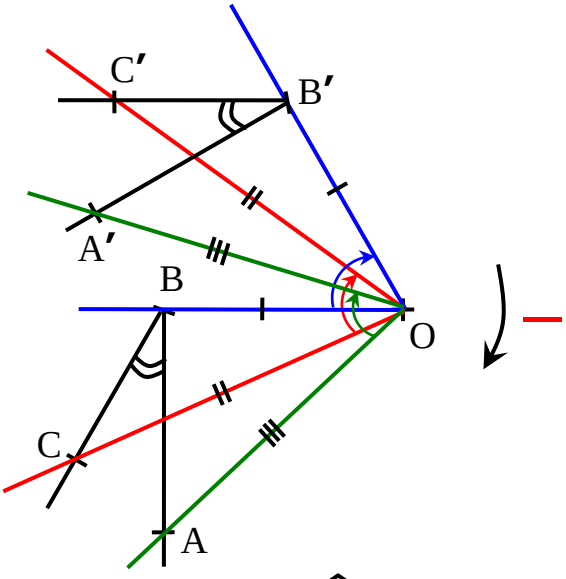
علما أن الدّوران يحافظ على طبيعة الأشكال؛ أنشيء في كل حالة ممّا يلي صورة الشكل بالدّوران الذي مركزه O و زاويته $60°$ في الاتجاه المُعطى.



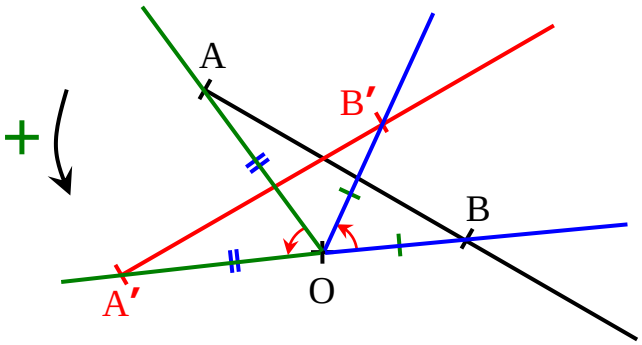
صورة المستقيم (AB) بالدّوران المُعطى هي: المستقيم $(A'B')$.



صورة قطعة المستقيم $[AB]$ بالدّوران المُعطى هي: قطعة مستقيم $[A'B']$ تقايسها.



صورة الزاوية $\widehat{ABC}$ بالدّوران المُعطى هي: زاوية $\widehat{A'B'C'}$ تقايسها.



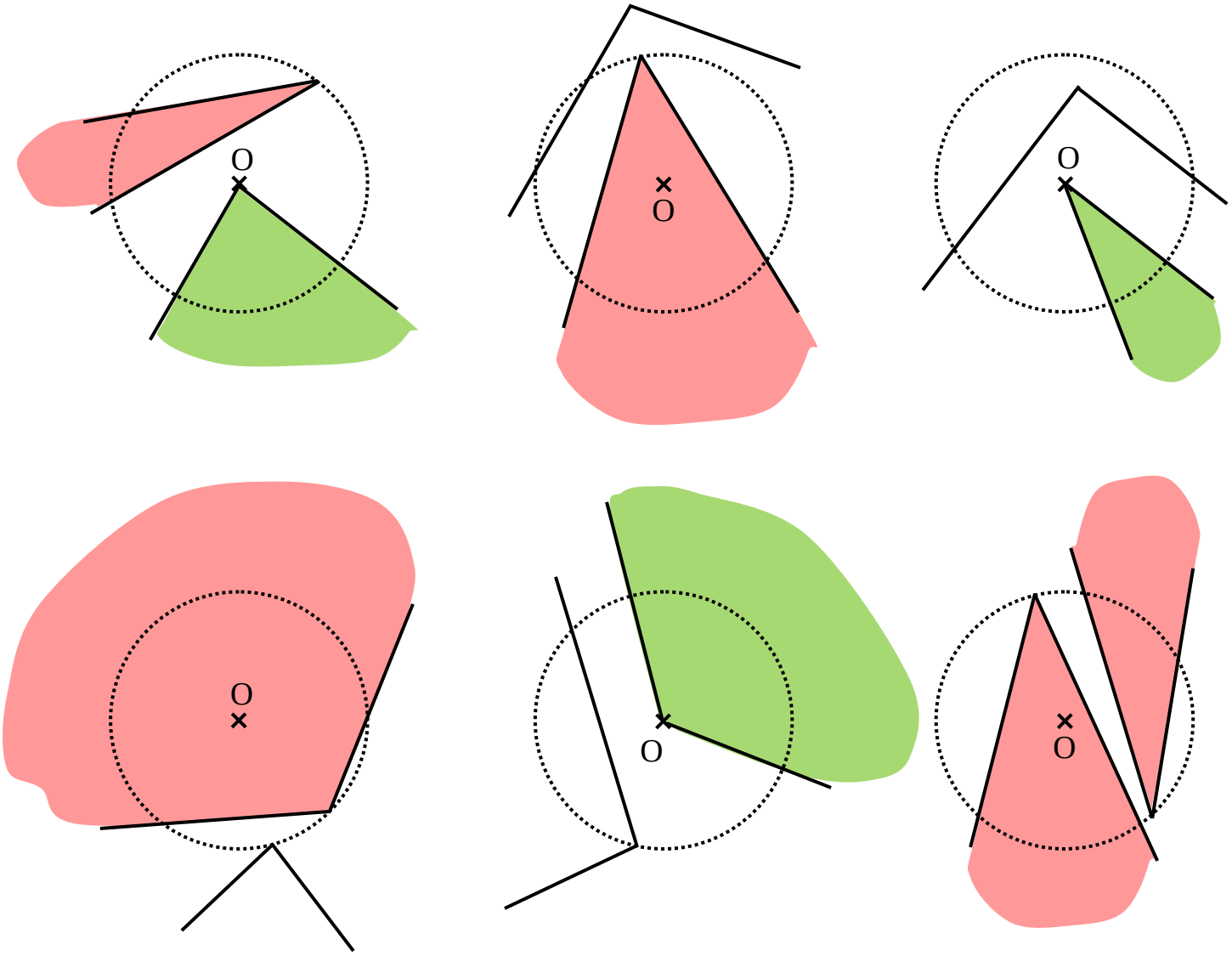
صورة نصف المستقيم $[AB)$ بالدّوران المُعطى هي: نصف المستقيم $[A'B')$.

نشاط 3 ص 226 : الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية في دائرة .

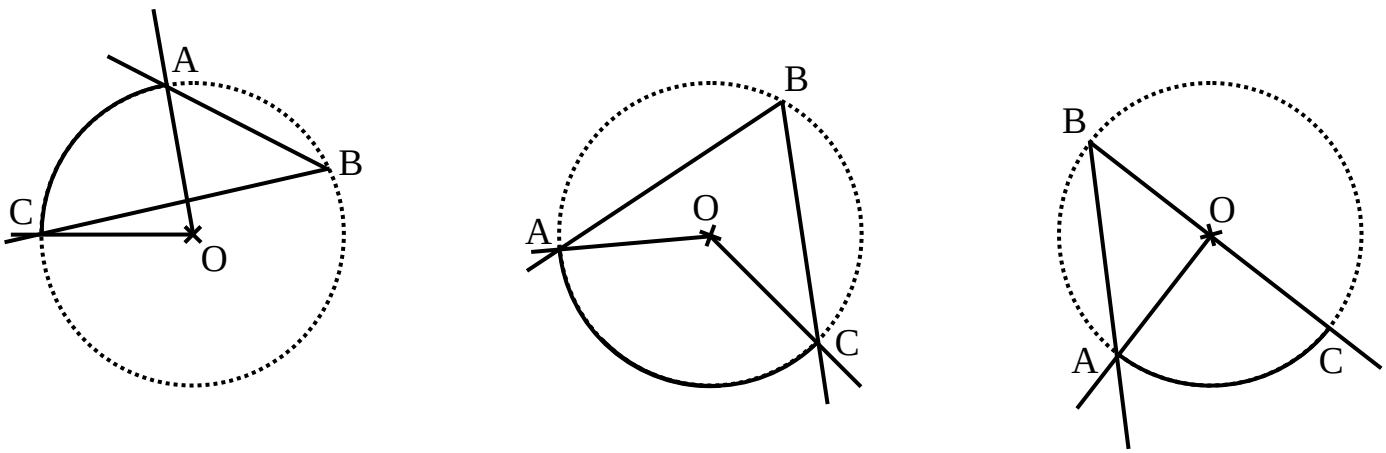
إذا كان رأس زاوية ينتمي إلى دائرة و ضلعاها قاطعان لهذه الدّائرة ، نقول إنها **زاوية محيطية** في هذه الدّائرة .

الزاوية المركزية في دائرة هي زاوية رأسها مركز الدّائرة .

1) لوّن في الأشكال التالية بالأحمر الزوايا المحيطية ، و بالأخضر الزوايا المركزية :



2) تمعن في الأشكال التالية ، ثمّ أكمل الجدول الموالي :



الشكل (3) الشكل (2) الشكل (1)

نقول إن الزاوية المركزية $\widehat{AOC}$ و الزاوية المحيطية $\widehat{ABC}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AC}$ من الدّائرة.

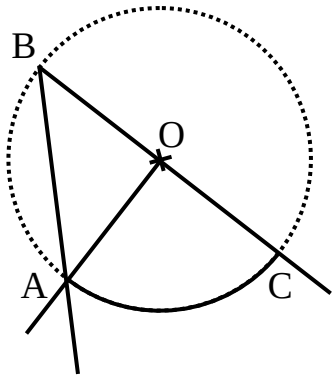
الشكل	قيس الزاوية المحيطية $\widehat{ABC}$	قيس الزاوية المركزية $\widehat{AOC}$	العلاقة بين الزاويتين
(1)	$45°$	$90°$	$\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}$
(2)	$65°$	$130°$	$\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}$
(3)	$40°$	$80°$	$\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}$

➤ ماذا تستنتج؟

في دائرة، قيس كل زاوية محيطية يُساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس.

➤ لنبرهن على النتيجة التي استنتجتها.

♫ في الشكل (1):



الشكل (1)

قطعة المستقيم [BC] قطر للدّائرة.

ما طبيعة المثلث OAB؟ برّر إجابتك.

استنتج أن $\widehat{ABO}=\widehat{BAO}$.

A و B نقطتان من نفس الدّائرة التي مركزها O؛ إذن $OA=OB$

فالمثلث OAB متساوي الساقين رأسه الأساسي O.

$\widehat{BAO}$ و $\widehat{ABO}$ هما زاويتا القاعدة في المثلث OAB المتساوي الساقين؛

نستنتج أن $\widehat{ABO}=\widehat{BAO}$ (خاصية).

اكتب $\widehat{AOC}$ بدلالة $\widehat{ABC}$.

في المثلث OAB؛ الزاوية $\widehat{AOC}$ خارجية

و الزاويتان $\widehat{BAO}$ و $\widehat{ABO}$ داخليتان و غير مجاورتين لها؛

إذن $\widehat{AOC}=\widehat{ABO}+\widehat{BAO}$ (خاصية)؛

لكن $\widehat{ABO}=\widehat{BAO}$ (من البرهان السابق)؛

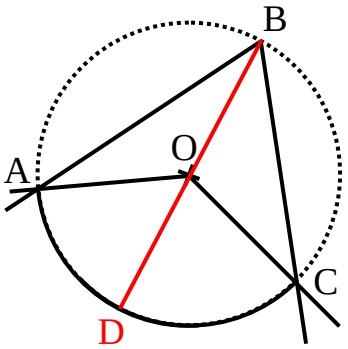
إذن $\widehat{AOC}=2\widehat{ABO}$.

$C\in[BO)$؛ إذن $\widehat{AOC}=2\widehat{ABC}$.

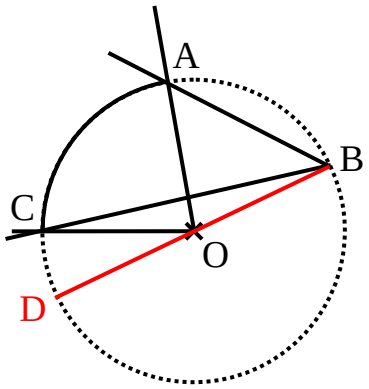
♫ في كل من الشكلين (2) و (3) :

ارسم القطر [BD] للدّائرة .

الشكل (2)



الشكل (3)



عبر عن $\widehat{DOC}$ بدلالة $\widehat{DBC}$ وكذا $\widehat{AOD}$ بدلالة $\widehat{ABD}$ باستعمال نتيجة البرهان السابق .

$\widehat{DOC}=2\widehat{DBC}$ و $\widehat{AOD}=2\widehat{ABD}$ في كل من الشكلين (2) و (3) .

عبر عن $\widehat{AOC}$ بدلالة $\widehat{ABC}$.

في الشكل (2) :

الزاويتان $\widehat{DOC}$ و $\widehat{AOD}$ متجاورتان ؛

إذن $\widehat{AOC}=\widehat{AOD}+\widehat{DOC}$

$=2\widehat{ABD}+2\widehat{DBC}$

$=2(\widehat{ABD}+\widehat{DBC})$

الزاويتان $\widehat{DBC}$ و $\widehat{ABD}$ متجاورتان ؛

إذن $\widehat{AOC}=2\widehat{ABC}$

في الشكل (3) :

الزاويتان $\widehat{DOC}$ و $\widehat{AOC}$ متجاورتان ؛

إذن $\widehat{AOC}=\widehat{AOD}-\widehat{DOC}$

$=2\widehat{ABD}-2\widehat{DBC}$

$=2(\widehat{ABD}-\widehat{DBC})$

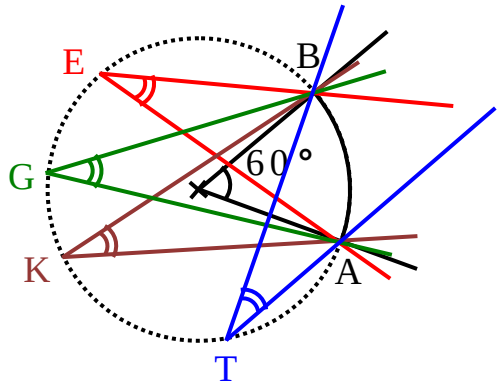
الزاويتان $\widehat{DBC}$ و $\widehat{ABC}$ متجاورتان ؛

إذن $\widehat{AOC}=2\widehat{ABC}$

♫ اعط نتيجة البرهان .

في دائرة ، قيس كل زاوية مركزية يُساوي ضعف قيس الزاوية المحيطية التي تحصر معها نفس القوس .

3) انشىء عدّة زوايا محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ ؛ ثمّ قارن أقياسها .



$\widehat{AEB}=\widehat{AGB}=\widehat{AKB}=\widehat{ATB}=30°$

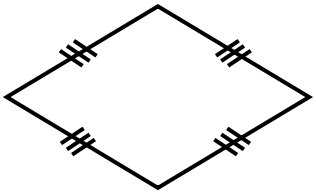
➤ ماذا تستنتج ؟

في دائرة ، كل الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس متقايسة .

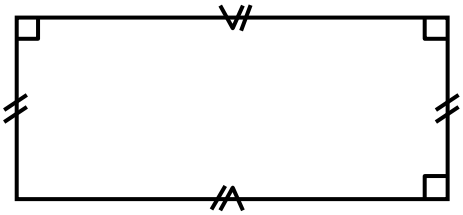
نشاط 4 ص 228 : المضلعات المنتظمة .

المضلع المنتظم هو مضلع كل أضلاعه لها نفس الطول و كل زاوياه متقايسة .

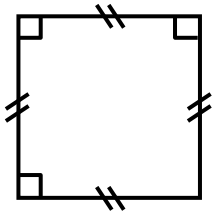
1) ما هي المضلعات المنتظمة من بين المضلعات التالية :



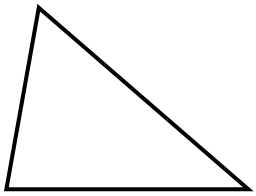
معين و هو مضلع غير منتظم



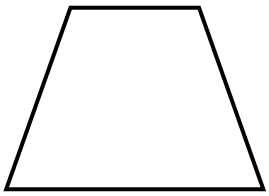
مستطيل و هو مضلع غير منتظم



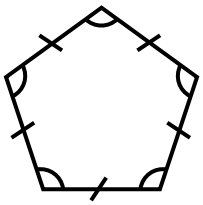
المربع مضلع منتظم



مثلث و هو مضلع غير منتظم



شبه المنحرف مضلع غير منتظم



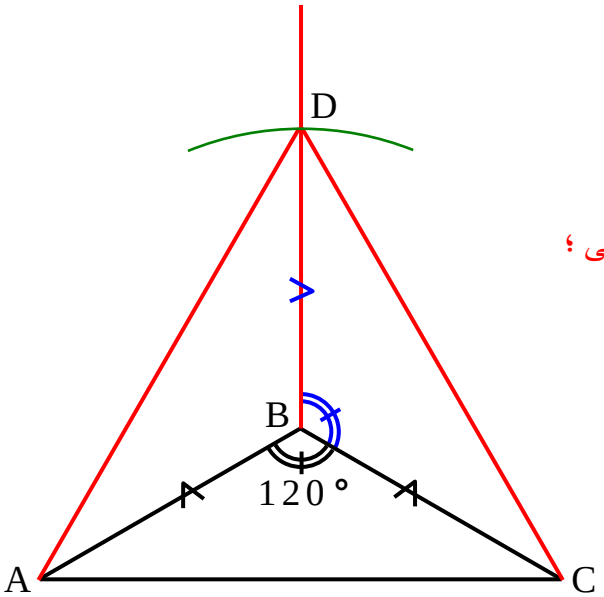
خماسي و هو مضلع منتظم

2) ABC مثلث متساوي الساقين بحيث $BA = BC = 4\ cm$ و $\widehat{ABC} = 120°$ ؛

و C هي صورة A بالدّوران الذي مركزه B و زاويته $120°$ (الإتجاه الموجب) .

انشىء D صورة C بهذا الدّوران .

بين أن A هي صورة D بهذا الدّوران .



D هي صورة C بالدّوران المعطى ؛

إذن $BC = BD$ و $\widehat{CBD} = 120°$.

$BC = BA$ و $BD = BC$ ؛ إذن $BD = BA$.

الزوايا $\widehat{ABC}$ و $\widehat{CBD}$ و $\widehat{DBA}$ متجاورة مثنى مثنى ؛

و $\widehat{DBA} + \widehat{CBD} + \widehat{ABC} = 360°$

إذن $\widehat{DBA} = 360° - \widehat{CBD} - \widehat{ABC}$

$\widehat{DBA} = 360° - 120° - 120°$

$\widehat{DBA} = 120°$

بما أن $BD = BA$ و $\widehat{DBA} = 120°$

فإن A هي صورة D بالدّوران المعطى .

ما طبيعة المثلث ACD ؟ علل .

[DA] هي صورة [CD] و [CD] هي صورة [AC] بالدّوران المعطى ،

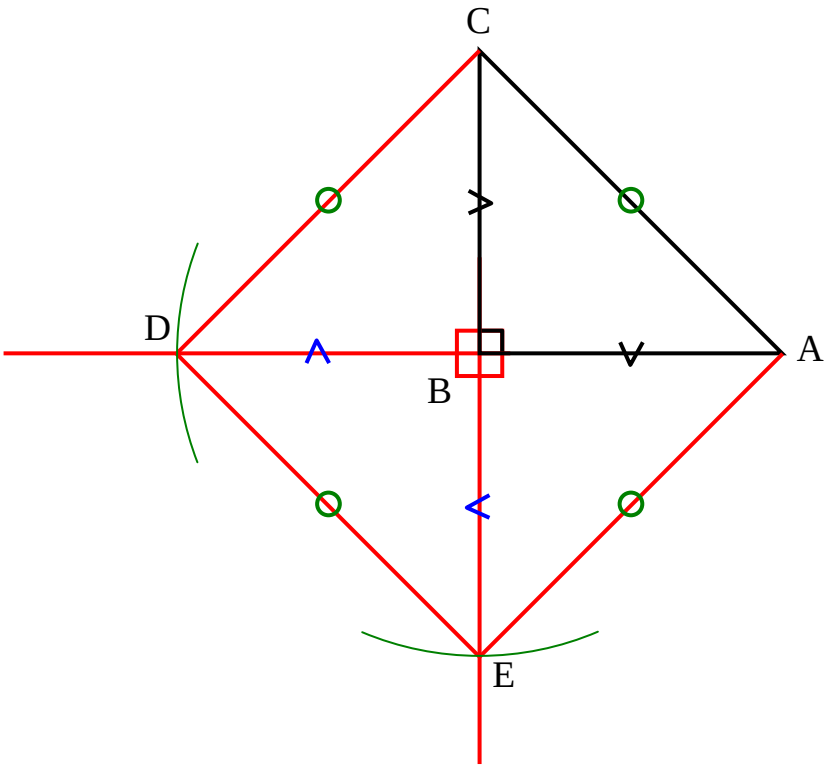
و نعلم أن الدّوران يحافظ على المسافات ؛ إذن $AC = CD = DA$ ؛

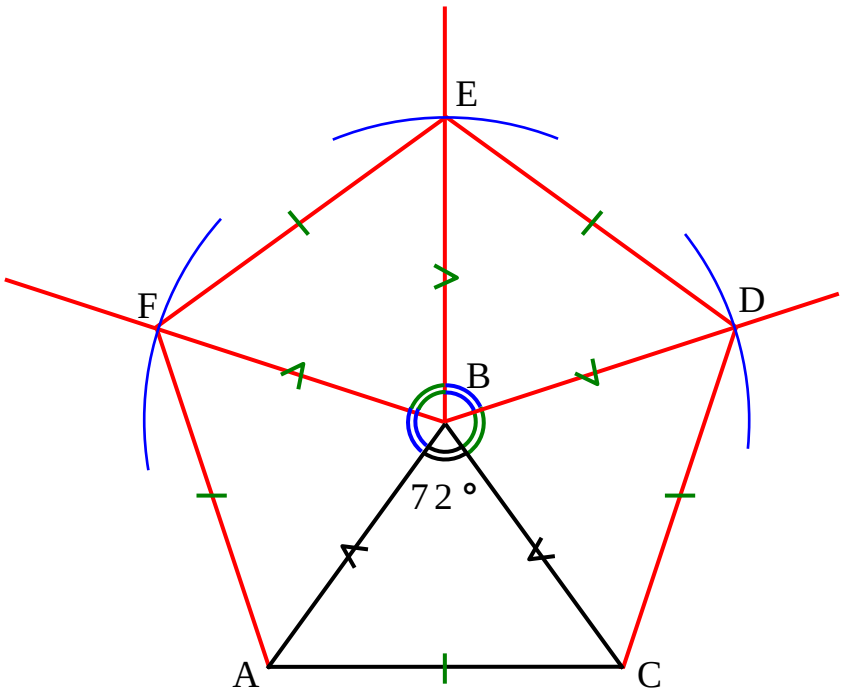
نستنتج أن المثلث ACD متقايس الأضلاع .

برهن أن كل رؤوسه تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

لدينا برهانا $BA = BC = BD$ ؛ إذن رؤوس المثلث ACD تنتمي إلى الدائرة التي مركزها B و نصف قطرها BA .

أعد الإنشاء بأخذ $A\widehat{B}C = 90°$ ؛ ثم $A\widehat{B}C = 72°$ وذلك بإجراء العدد المناسب من الدورانات للرجوع إلى النقطة A .





لاحظ أن : $A\widehat{B}C = 120^{o} = \frac{360^{o}}{3}$ ؛ تحصلنا على مثلث متقايس الأضلاع .

اكمل : $A\widehat{B}C = 90^{o} = \frac{360^{o}}{4}$ ؛ تحصلنا على مربع .

$A\widehat{B}C = 72^{o} = \frac{360^{o}}{5}$ ؛ تحصلنا على خماسي منتظم .