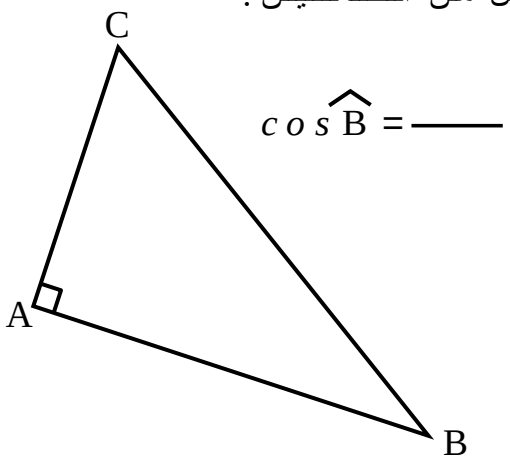
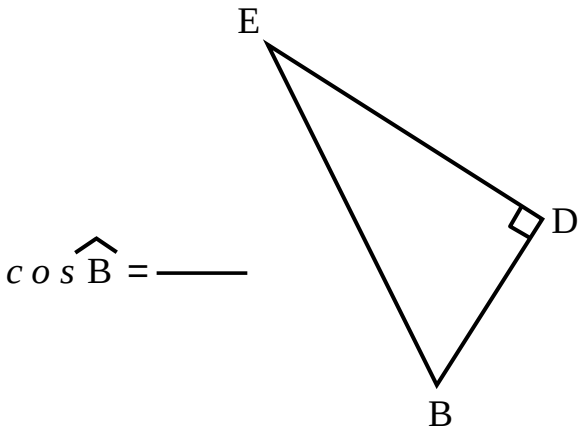
النسب المُثلثية في مُثلث قائم

نشاط تمهيدي :

1) أكتب النسب المُثلثية التي تعبّر عن $\cos\widehat{B}$ في كل من الحالتيْن :



$\cos\widehat{B} = \dots\dots$



$\cos\widehat{B} = \dots\dots$

2) أعْطِ القيمة المُقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان لكل من : $\cos 80°$ ؛ $\cos 56°$ ؛ $\cos 12°$.

. . . . . .

3) أعْط تدويرا إلى الوحدة من الدّرجة للعدد x في كل من الحالتيْن :

$\cos x = 0{,}561$ ؛ $\cos x = 0{,}985$.

. . . . . .

. . . . . .

4) ABC مثلث قائم في A بحيث $AC = 3\,cm$ و $BC = 4\,cm$.

احسب قيْس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدّرجة.

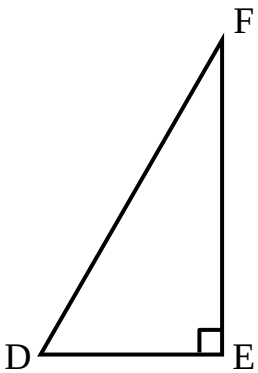
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

5) DEF مثلث قائم في E بحيث $DE = 4\,cm$ و $\widehat{EDF} = 60°$.

احسب كلا من DF و EF.



. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

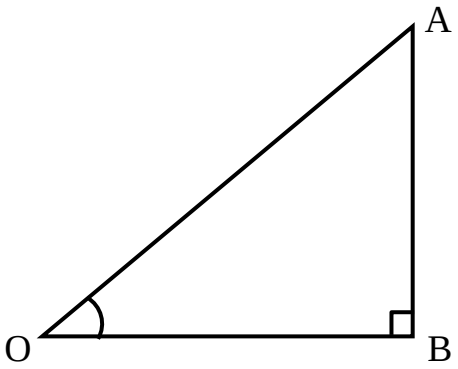
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 01 ص 168 : تعريف جيب وظل زاوية حادّة في مثلث قائم.

1) أتمم مايلي:



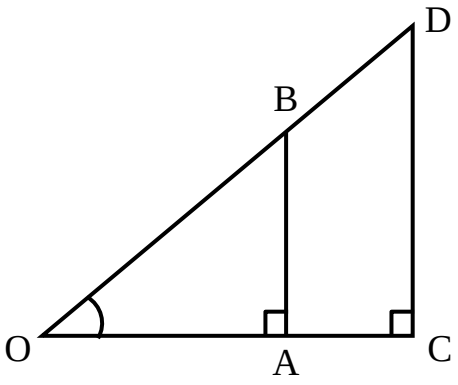
المثلث OAB . . . . . في B.

كل من الزاويتيْن $\widehat{AOB}$ و $\widehat{OAB}$ هي زاوية . . . .

الضلع [OA] هو . . . المثلث OAB.

الضلع [OB] هو الضلع . . . . . للزاوية $\widehat{AOB}$.

الضلع [AB] هو الضلع . . . . . للزاوية $\widehat{AOB}$.



2) تمعّن في الشكل المقابل:

- بيّن أن: $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$.
- استنتج أن: $OB \times CD = OD \times AB$ ؛ $OC \times AB = OA \times CD$.
- هل المُساوتان $\frac{CD}{OD} = \frac{AB}{OB}$ و $\frac{CD}{OC} = \frac{AB}{OA}$ صحيحتان؟ علل.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

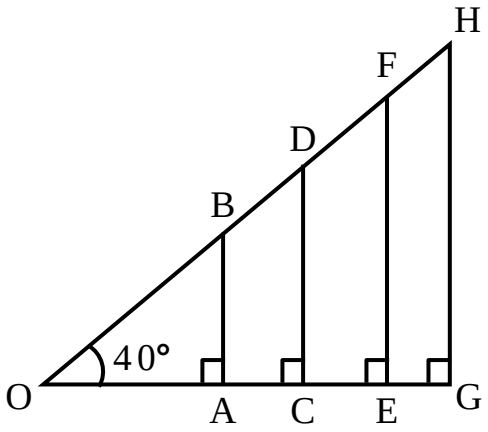
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) إمـلأ الـجـدول الآتـي بـعـد تـعـيـيـن الأطـوال المـطـلـوبـة مع إعطاء القيم التقريبية إلى 0,1 لهذه القياسات :



المثلث القائم	OGH	OEF	OCD	OAB
طول الضلع المقابل للزاوية $40°$				
طول الضلع المجاور للزاوية $40°$				
طول الوتر				
طول الضلع المقابل للزاوية $40°$ / طول الوتر				
طول الضلع المقابل للزاوية $40°$ / طول الضلع المجاور للزاوية $40°$				

مـاذا تـلاحـظ ؟

. . . . . .

. . . . . .

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الوتر}}$ ثـابتـة .

تسمّى جيب الزاوية $40°$ ، ونرمز لها بالرّمز $\sin 40°$.

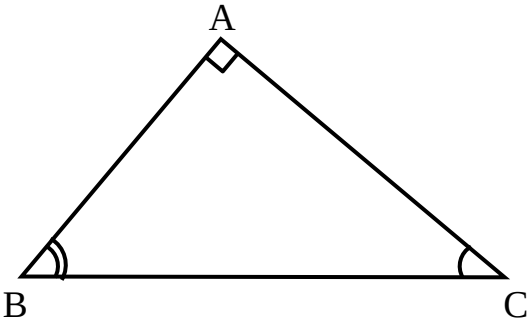
مـا هـي قيمة $\sin 40°$ ؟ . . . . . .

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 40°}$ ثـابتـة .

تسمّى ظـل الزاوية $40°$ ، ونرمز لها بالرّمز $\tan 40°$.

مـا هـي قيمة $\tan 40°$ ؟ . . . . . .

4) أتمم مايلي :



في المثلث ABC القائم في A لديْنا :

$\sin \widehat{ABC} = \frac{\quad}{\quad}$ ؛ $\sin \widehat{ACB} = \frac{\quad}{\quad}$

$\tan \widehat{ABC} = \frac{\quad}{\quad}$ ؛ $\tan \widehat{ACB} = \frac{\quad}{\quad}$

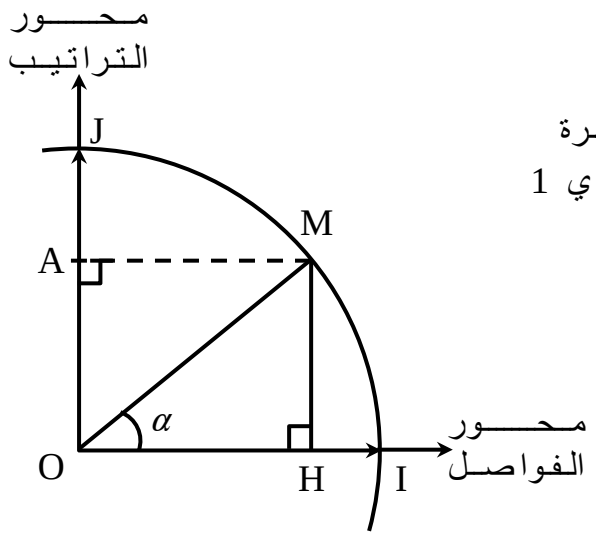
➤ بـيـن أن $0 < \sin \widehat{ABC} < 1$ و $0 < \sin \widehat{ACB} < 1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 02 ص 169 :



1) الشكل المقابل يتكون من معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$ وقوس من الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها الوحدة أي 1 M نقطة من القوس $\overset{\frown}{IJ}$ (ربع الدائرة) بحيث $M(\underbrace{OH}_{\text{فاصلة M}};\underbrace{OA}_{\text{ترتيب M}})$.

➤ بين أن $cos\alpha = OH$ و $sin\alpha = OA$.

. . . . . .

. . . . . .

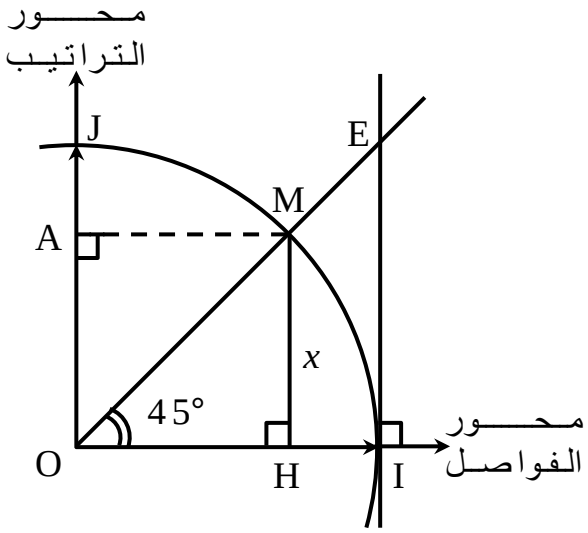
. . . . . .

➤ انشىء المماس للدائرة في النقطة I وسم E نقطة تقاطعه مع المستقيم (OM).

➤ بين أن : $tan\alpha = IE$.

. . . . . .

. . . . . .



2) نضع $\alpha = 45°$.

➤ اوجد قيمة x ترتيب النقطة M.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ استنتج قيمة $sin\,45°$. . . . . .

➤ اوجد قيمة IE ثم استنتج قيمة $tan\,45°$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 03 ص 170 : استعمال الحاسبة.

1) يُمْكن استعمال الحاسبة لإيجاد قيّم مُقرّبة لجيب أو ظل زاوية؛ مثلا $\sin 23°$ و $\tan 23°$.

نضبط الحاسبة على الدّرجة بالضغط على اللمْسة DRG حتى يظهر الرّمز DEG

في أعلى الشاشة، ثمّ نضغط على اللمْسات التالية بدْءا من اليسار:

[sin] [3] [2] ، فيظهر على الشاشة العدد 0.390731128

و هو قيمة مُقرّبة لجيب الزاوية $23°$.

[tan] [3] [2] ، فيظهر على الشاشة العدد 0.424474816

و هو قيمة مُقرّبة لظل الزاوية $23°$.

باستعمال الحاسبة، أعْط القيمة المُقرّبة إلى 0.01 لكل من:

$\tan 46°$ ؛ $\tan 80°$ ؛ $\tan 51°$ ؛ $\sin 46°$ ؛ $\sin 80°$ ؛ $\sin 51°$.

$\sin 46° \approx \ldots$ ؛ $\sin 80° \approx \ldots$ ؛ $\sin 51° \approx \ldots$

$\tan 46° \approx \ldots$ ؛ $\tan 80° \approx \ldots$ ؛ $\tan 51° \approx \ldots$

2) لإيجاد قيمة مُقرّبة لقيْس زاوية $\widehat{B}$ عُلم جيبها أو ظلها؛ مثلا $\sin\widehat{B} = 0,35$.

نضبط الحاسبة على الدّرجة، ثمّ نضغط على اللمْسات التالية بدْءا من اليسار:

[sin] [2ndf] [5] [3] [•] [0] ، فيظهر على الشاشة العدد 20.48731511

و بالتدْوير إلى الوحدة من الدّرجة نكتب $\widehat{B} \approx 20°$.

أوْجد قيْس كلا من $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$ بحيْث: $\sin\widehat{A} = 0,5$ و $\tan\widehat{C} = 1,73$.

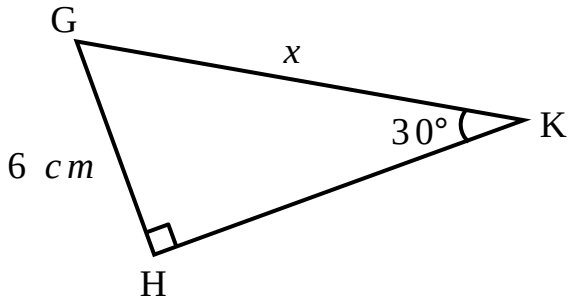
(تدوّر النتائج إلى الوحدة من الدّرجة)

$\widehat{A} \approx \ldots$ ؛ $\widehat{C} \approx \ldots$

نشاط 04 ص 171 : حساب زوايا و أطوال.

اوجد العدد x (بالتدوير إلى الوحدة) في كل حالة من الحالات الآتية:

1) . . . . . .

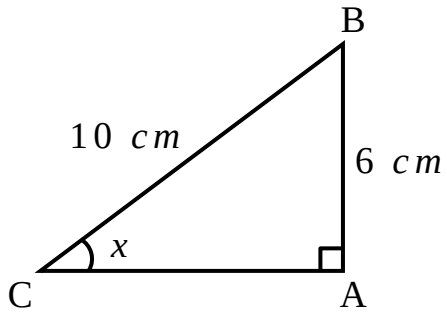


. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) . . . . . .

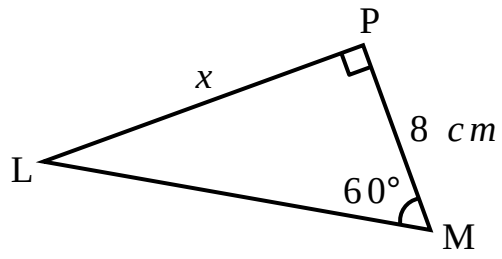


. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) . . . . . .



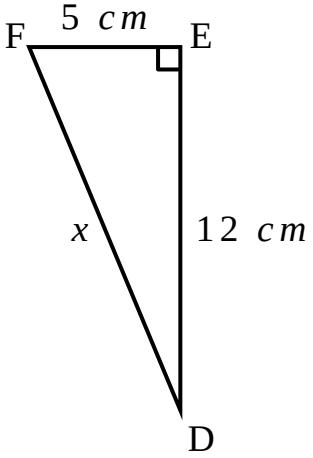
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

4) . . . . . .



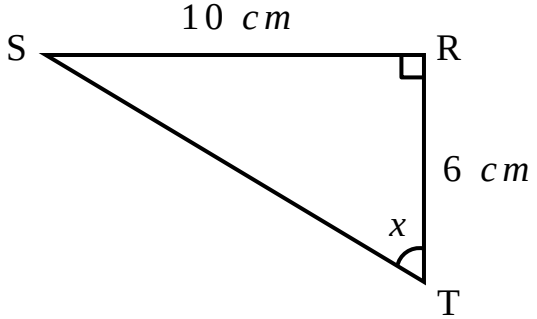
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

5) . . . . . .



. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

<u>نشـاط 05 ص 171</u> : انشـاء زاويـة بمعـرفة إحـدى نسبـها المثـلثية هندسيا.

α قيس زاوية حادة بحيث $\sin\alpha = 0,6$.

لاحـــظ أن $\sin\alpha = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

اوجـد α باستعمال الحاسبة.

. . . . . .

انشيء مثلثا قائما طول أحد ضلعي زاويته القائمة $3x$ و وتره $5x$ حيث x طول مختار.

x	طول أحد ضلعي الزاوية القائمة	طول الوتر	المثلث
1			
1,5			
2			

قس باستعمال المنقلة الزاوية التي قيسها α في كل شكل وارد في الجدول. ماذا تلاحظ؟

. . . . . .

انشىء زاوية حادة β بحيث $tan\ \beta = 1,5$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

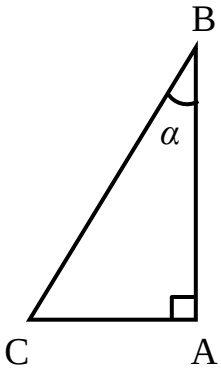
نشاط 06 ص 172 : العلاقات بين النسب المثلثية .

1) اكمل الجدول (تعطى النتائج بالتقريب إلى 0,001 بالنقصان) :

α	30°	45°	50°	60°	68°
$sin\alpha$					
$cos\alpha$					
$\frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha}$					
$tan\alpha$					
$sin^2\alpha + cos^2\alpha$					

ماذا تلاحظ؟

. . . . . .



2) لاحظ الشكل المقابل و أتمم مايلي :

$tan\alpha = \frac{...}{...}$ ؛ $sin\alpha = ... : ...$ ؛ $cos\alpha = ... : ...$

بين أن $tan\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha}$ و $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) α زاويـة حـادة بحيـث $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

اوجـد كـلا مـن $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$.

➤ . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

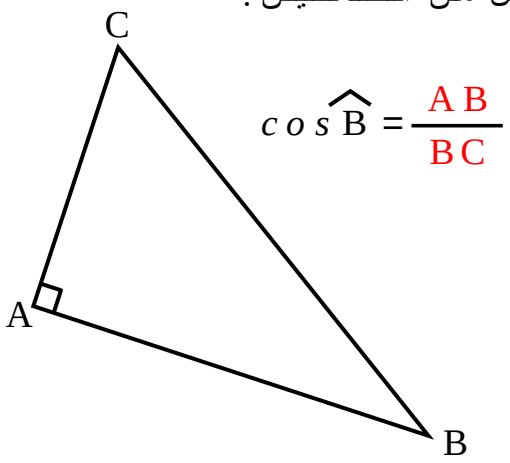
. . . . . .

. . . . . .

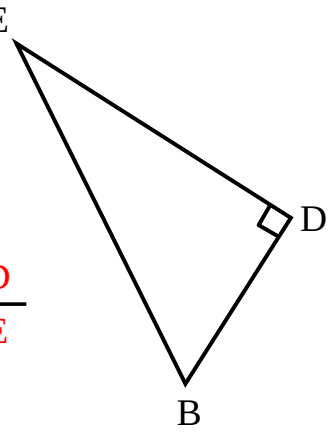
النسب المُثلثية في مُثلث قائم

نشاط تمهيدي :

1) أكتب النسب المُثلثية التي تعبّر عن $\cos\widehat{B}$ في كل من الحالتيْن :



$\cos\widehat{B}=\dfrac{AB}{BC}$



$\cos\widehat{B}=\dfrac{BD}{BE}$

2) أعْطِ القيمة المُقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان لكل من : $\cos 80°$ ؛ $\cos 56°$ ؛ $\cos 12°$.

باستعمال الحاسبة نجدْ : $\cos 80° \approx 0,17$ ؛ $\cos 56° \approx 0,55$ ؛ $\cos 12° \approx 0,97$.

3) أعْط تدويرا إلى الوحدة من الدّرجة للعدد x في كل من الحالتيْن :

$\cos x = 0,561$ ؛ $\cos x = 0,985$.

نستعمل الحاسبة : $\cos x = 0,561$ ومنه $x \approx 56°$

$\cos x = 0,985$ ومنه $x \approx 10°$

4) ABC مثلث قائم في A بحيث $AC = 3\,cm$ و $BC = 4\,cm$.

احسب قيْس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدّرجة.

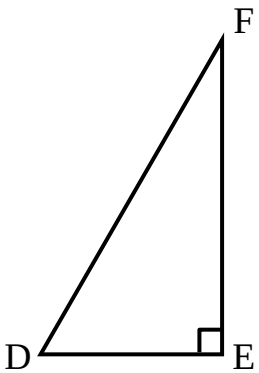
المثلث ABC قائم في A ؛ إذن $\cos\widehat{ACB}=\dfrac{AC}{BC}$.

$$\cos\widehat{ACB}=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}=0,75$$

باستعمال الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة من الدّرجة نجدْ : $\widehat{ACB} \approx 41°$.

5) DEF مثلث قائم في E بحيث $DE = 4\,cm$ و $\widehat{EDF} = 60°$.

احسب كلا من DF و EF.



المثلث DEF قائم في E ؛ إذن $\cos\widehat{EDF}=\dfrac{DE}{DF}$.

ومنه $DF=\dfrac{DE}{\cos\widehat{EDF}}$

$$DF=\frac{DE}{\cos 60°}=\frac{4}{0,5}=8\,cm$$

المثلث DEF قائم في E ؛

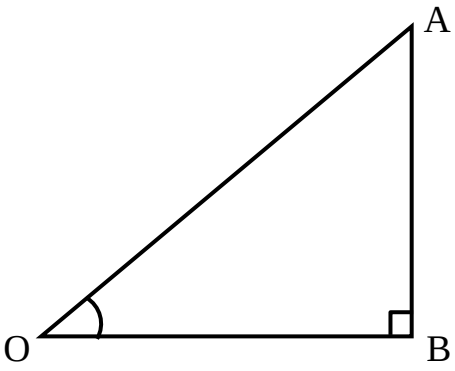
إذن حسب مُبرهنة فيثاغورس :

$EF^2+DE^2=DF^2$ ومنه $EF^2=DF^2-DE^2$ ومنه $EF=\sqrt{DF^2-DE^2}$

$$EF=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times 3}=4\sqrt{3}\,cm$$

نشاط 01 ص 168 : تعريف جيب و ظل زاوية حادّة في مثلث قائم .

1) أتمم مايلي :



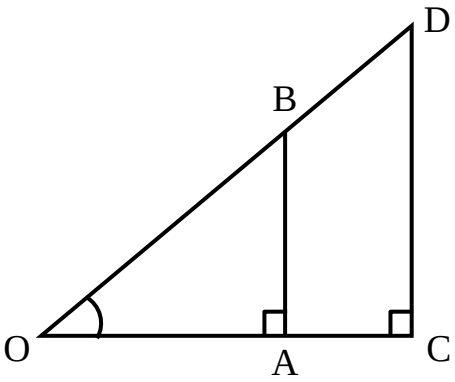
المثلث OAB قائم في B .

كل من الزاويتيْن $\widehat{AOB}$ و $\widehat{OAB}$ هي زاوية حادّة .

الضلع [OA] هو وتر المثلث OAB .

الضلع [OB] هو الضلع المجاور للزاوية $\widehat{AOB}$.

الضلع [AB] هو الضلع المقابل للزاوية $\widehat{AOB}$.



2) تمعّن في الشكل المقابل :

- بيّن أن : $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$.
- استنتج أن : $OB\times CD=OD\times AB$ ؛ $OC\times AB=OA\times CD$.
- هل المُساوتان $\frac{AB}{OB}=\frac{CD}{OD}$ و $\frac{AB}{OA}=\frac{CD}{OC}$ صحيحتان ؟ علل .

- حسب المُعطيات $(OC)\perp(DC)$ و $(OC)\perp(BA)$ إذن $(BA)//(DC)$ (مُبرهنة)

المستقيمان (OC) و (OD) مُتقاطعان في O بحيث $(BA)//(DC)$

إذن $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$ (مُبرهنة طالس)

- من $\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$ ينتج $OB\times CD=OD\times AB$

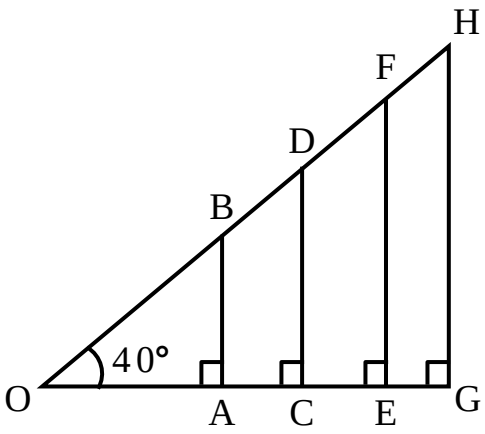
من $\frac{OA}{OC}=\frac{AB}{CD}$ ينتج $OC\times AB=OA\times CD$

- نعم ؛ المُساوتان صحيحتان .

من $OB\times CD=OD\times AB$ ينتج $\frac{AB}{OB}=\frac{CD}{OD}$

من $OC\times AB=OA\times CD$ ينتج $\frac{AB}{OA}=\frac{CD}{OC}$

3) إملأ الجدول الآتي بعد تعيين الأطوال المطلوبة مع إعطاء القيم التقريبية إلى 0,1 لهذه القياسات :



المثلث القائم	OAB	OCD	OEF	OGH
طول الضلع المقابل للزاوية 40°	4,5	3,8	2,9	2
طول الضلع المجاور للزاوية 40°	5,4	4,6	3,5	2,4
طول الوتر	7,1	6	4,5	3,1
$\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الوتر}}$	0,6	0,6	0,6	0,6
$\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 40°}$	0,8	0,8	0,8	0,8

ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن النسب في السّطر الخامس من الجدول مُتساوية ؛

وكذلك النسب في السّطر السّادس من الجدول مُتساوية .

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الوتر}}$ ثابتة .

تسمّى جيب الزاوية 40° ، ونرمز لها بالرّمز $sin\,40°$.

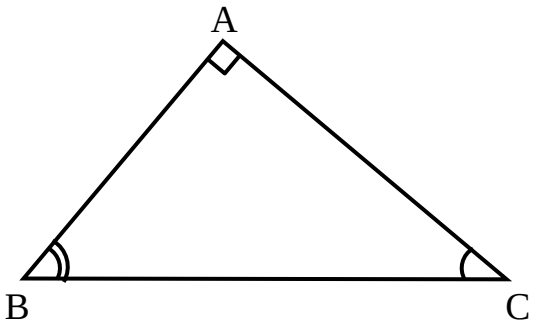
ما هي قيمة $sin\,40°$ ؟ $sin\,40° \approx 0,6$ (من الجدول)

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 40°}$ ثابتة .

تسمّى ظل الزاوية 40° ، ونرمز لها بالرّمز $tan\,40°$.

ما هي قيمة $tan\,40°$ ؟ $tan\,40° \approx 0,8$ (من الجدول)

4) أتمم مايلي :



في المثلث ABC القائم في A لديْنا :

$sin\,\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$ ؛ $sin\,\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$

$tan\,\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$ ؛ $tan\,\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$

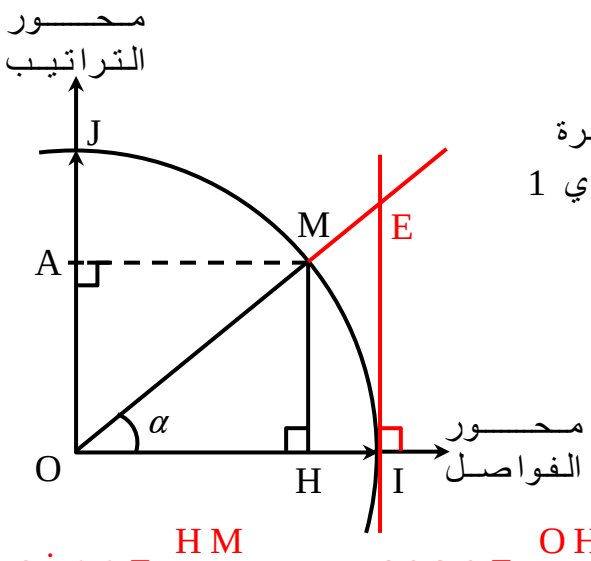
➤ بين أن $0 < sin\,\widehat{ABC} < 1$ و $0 < sin\,\widehat{ACB} < 1$.

الوتر هو أطول ضلع في المثلث القائم ؛ إذن $0 < AC < BC$ و $0 < AB < BC$.

ومنه $0 < \frac{AC}{BC} < 1$ و $0 < \frac{AB}{BC} < 1$.

ومنه $0 < sin\,\widehat{ABC} < 1$ و $0 < sin\,\widehat{ACB} < 1$.

نشاط 02 ص 169 :



1) الشكل المقابل يتكون من معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$ وقوس من الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها الوحدة أي 1 M نقطة من القوس $\overset{\frown}{IJ}$ (ربع الدائرة) بحيث $M(\underbrace{OH}_{\text{فاصلة M}};\underbrace{OA}_{\text{ترتيب M}})$.

➤ بين أن $cos\alpha=OH$ و $sin\alpha=OA$.

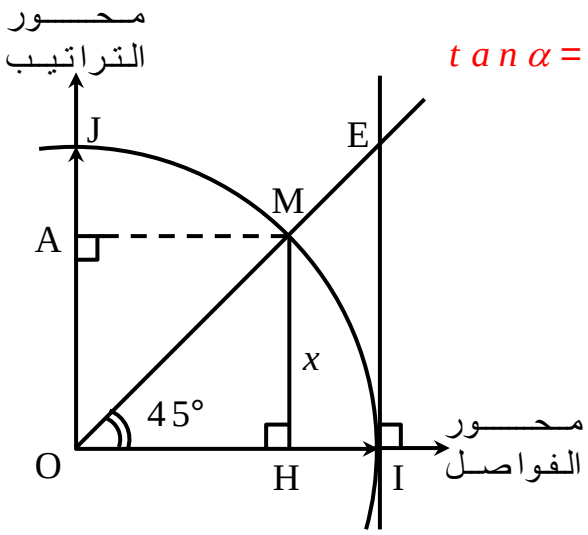
في المثلث HOM القائم في H لدينا : $cos\alpha=\frac{OH}{OM}$ و $sin\alpha=\frac{HM}{OM}$

نصف قطر الدائرة هو $OM=1$ و $HM=OA$ لأن الرباعي HMAO مستطيل

إذن $cos\alpha=OH$ و $sin\alpha=OA$

➤ انشيء المماس للدائرة في النقطة I وسم E نقطة تقاطعه مع المستقيم (OM).

➤ بين أن : $tan\alpha=IE$.



في المثلث OIE القائم في I لدينا : $tan\alpha=\frac{IE}{OI}$

لكن $OI=1$ ؛ إذن $tan\alpha=IE$

2) نضع $\alpha=45°$.

➤ اوجد قيمة x ترتيب النقطة M.

المثلث HOM قائم في H

إذن $\widehat{HMO}=90°-\widehat{HOM}$

$\widehat{HMO}=90°-45°=45°$

نستنتج أن المثلث HOM قائم ومتساوي الساقين رأسه الأساسي H ومنه $OH=HM=x$

حسب مبرهنة فيثاغورس $x^2+x^2=1^2$

ومنه $2x^2=1$ ومنه $x^2=\frac{1}{2}$ ومنه $x=\sqrt{\frac{1}{2}}$ أي $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

➤ استنتج قيمة $sin45°$.

$sin45^o=OA=x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

➤ اوجد قيمة IE ثم استنتج قيمة $tan45°$.

في المثلث OIE لدينا $H\in[OI]$ و $M\in[OE]$ بحيث $(IE)//(HM)$

إذن حسب مُبرهنة طالس $\frac{OE}{OM}=\frac{OI}{OH}=\frac{IE}{HM}$

من $\frac{IE}{HM}=\frac{OI}{OH}$ ينتج $\frac{IE}{x}=\frac{OI}{x}$ ومنه $IE=OI$ ؛ أي $IE=1$

في المثلث OIE القائم في I لدينا $tan45^o=\frac{IE}{OI}$ ؛ أي $tan45^o=1$

نشاط 03 ص 170 : استعمال الحاسبة .

1) يُمْكن استعمال الحاسبة لإيجاد قيّم مُقرّبة لجيب أو ظل زاوية ؛ مثلا $\sin 23°$ و $\tan 23°$.

نضبط الحاسبة على الدّرجة بالضغط على اللمْسة DRG حتى يظهر الرّمز DEG في أعلى الشاشة ، ثمّ نضغط على اللمْسات التالية بدْءا من اليسار :

[sin] [2] [3] ، فيظهر على الشاشة العدد 0.390731128 و هو قيمة مُقرّبة لجيب الزاوية $23°$.

[tan] [2] [3] ، فيظهر على الشاشة العدد 0.424474816 و هو قيمة مُقرّبة لظل الزاوية $23°$.

باستعمال الحاسبة ، أعْط القيمة المُقرّبة إلى 0.01 لكل من :

$\tan 46°$ ؛ $\tan 80°$ ؛ $\tan 51°$ ؛ $\sin 46°$ ؛ $\sin 80°$ ؛ $\sin 51°$.

$\sin 46° \approx 0.72$ ؛ $\sin 80° \approx 0.98$ ؛ $\sin 51° \approx 0.78$

$\tan 46° \approx 1.04$ ؛ $\tan 80° \approx 5.67$ ؛ $\tan 51° \approx 1.23$

2) لإيجاد قيمة مُقرّبة لقيْس زاوية $\widehat{B}$ عُلم جيبها أو ظلها ؛ مثلا $\sin \widehat{B} = 0,35$.

نضبط الحاسبة على الدّرجة ، ثمّ نضغط على اللمْسات التالية بدْءا من اليسار :

[sin] [2ndf] [5] [3] [.] [0] ، فيظهر على الشاشة العدد 20.48731511 و بالتدْوير إلى الوحدة من الدّرجة نكتب $\widehat{B} \approx 20°$.

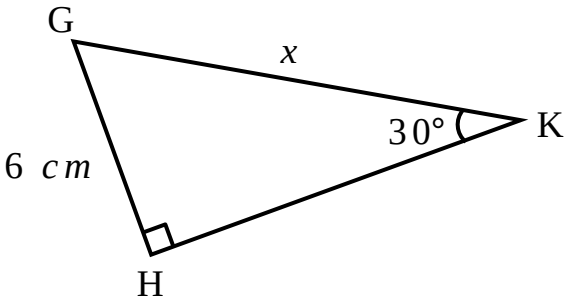
أوْجد قيْس كلا من $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$ بحيْث : $\sin \widehat{A} = 0,5$ و $\tan \widehat{C} = 1,73$.

(تدوّر النتائج إلى الوحدة من الدّرجة)

$\widehat{A} \approx 30°$ ؛ $\widehat{C} \approx 60°$

نشاط 04 ص 171 : حساب زوايا و أطوال .

اوجد العدد x (بالتدوير إلى الوحدة) في كل حالة من الحالات الآتية :

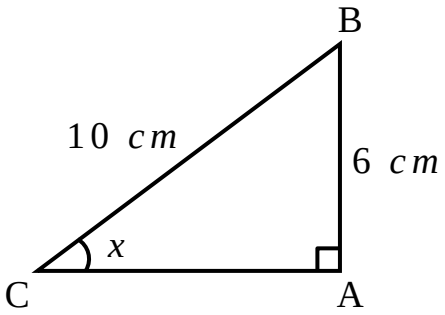


1) المثلث GHK قائم في H

إذن $sin 30^o = \frac{GH}{x}$

ومنه $x = \frac{GH}{sin 30^o}$

$x = \frac{6}{0,5} = 12\ cm$

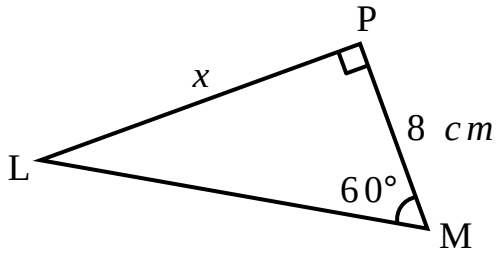


2) المثلث ABC قائم في A

إذن $sin x = \frac{AB}{BC}$

$sin x = \frac{6}{10} = 0,6$

باستعمال الحاسبة، نجد $x \approx 37°$



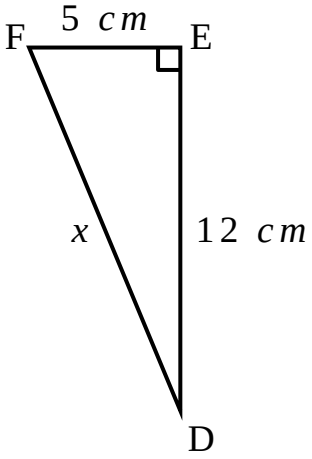
3) المثلث LMP قائم في P

إذن $tan 60^o = \frac{x}{PM}$

ومنه $x = PM \times tan\ 60^o$

$x \approx 8 \times 1,73$

$x \approx 14\ cm$



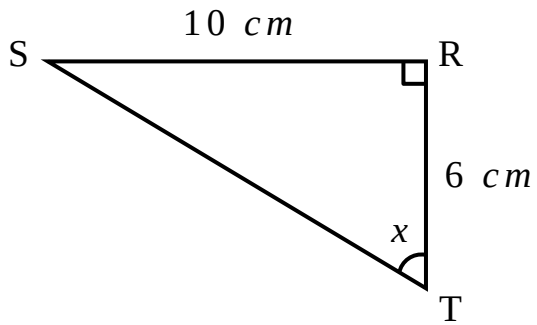
4) المثلث DEF قائم في E

إذن حسب مُبرهنة فيثاغورس $x^2 = DE^2 + EF^2$

$x^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

الطول دائما موجب ؛ إذن $x = \sqrt{169}$

$x = 13\ cm$



5) المثلث RST قائم في R

إذن $tan\ x = \frac{RS}{RT}$

$tan x = \frac{10}{6} \approx 1,67$

باستعمال الحاسبة، نجد $x \approx 59°$

نشاط 05 ص 171 : انشاء زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية هندسيا .

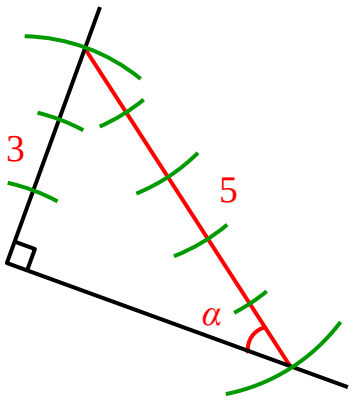
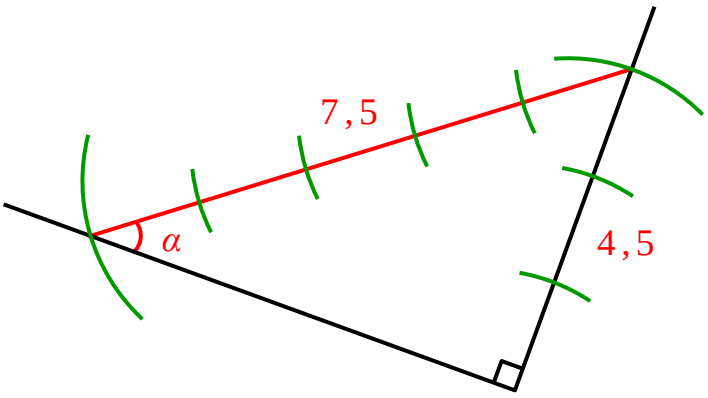
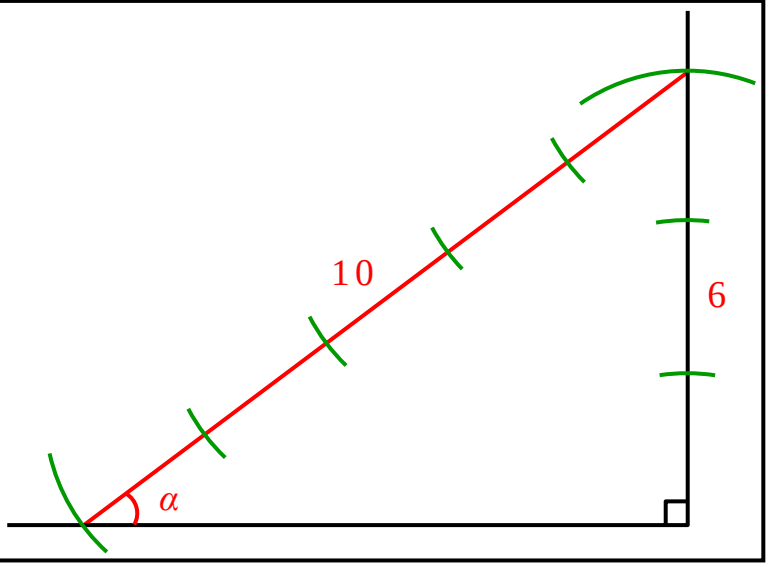
α قيس زاوية حادة بحيث $\sin\alpha = 0,6$.

لاحظ أن $\sin\alpha = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

اوجد α باستعمال الحاسبة .

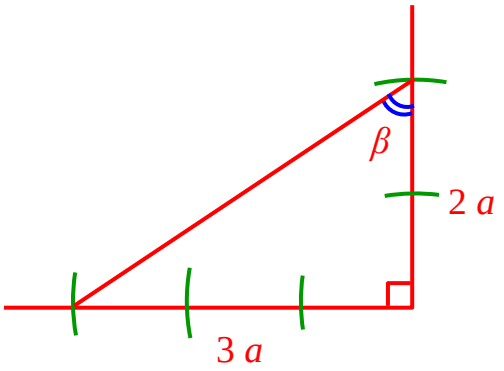
باستعمال الحاسبة ، نجد $\alpha \approx 37°$.

انشىء مثلثا قائما طول أحد ضلعي زاويته القائمة $3x$ و وتره $5x$ حيث x طول مختار .

x	طول أحد ضلعي الزاوية القائمة	طول الوتر	المثلث
1	3	5	
1,5	4,5	7,5	
2	6	10	

قس باستعمال المنقلة الزاوية التي قيسها α في كل شكل وارد في الجدول . ماذا تلاحظ ؟

في كل شكل وارد في الجدول القيس α ثابت و يساوي بالتقريب $37°$.



انشىء زاوية حادة β بحيث $\tan\beta = 1,5$.

$\tan\beta = 1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

a طول مختار ؛ ننشئ مثلثا قائما

طولا ضلعي زاويته القائمة $2a$ و $3a$.

β هي الزاوية المقابلة للضلع ذي الطول $3a$.

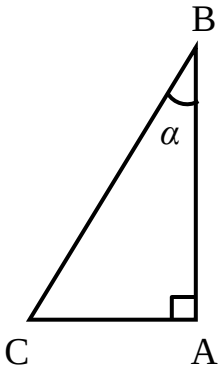
نشاط 06 ص 172 : العلاقات بين النسب المثلثية .

1) اكمل الجدول (تعطى النتائج بالتقريب إلى 0,001 بالنقصان) :

α	30°	45°	50°	60°	68°
$\sin\alpha$	0,500	0,707	0,766	0,866	0,927
$\cos\alpha$	0,866	0,707	0,642	0,500	0,374
$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	0,577	1	1,193	1,732	2,478
$\tan\alpha$	0,577	1	1,191	1,732	2,475
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$	0,999	0,999	0,998	0,999	0,999

ماذا تلاحظ ؟

في كل حالة $\tan\alpha \approx \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ و $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \approx 1$



2) لاحظ الشكل المقابل و أتمم مايلي :

$\cos\alpha = AB : BC$ ؛ $\sin\alpha = AC : BC$ ؛ $\tan\alpha = \frac{AC}{AB}$

بين أن $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ و $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\tan\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{AC : BC}{AB : BC} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

المثلث ABC قائم في A ؛

إذن $AC^2 + AB^2 = BC^2$ (مُبرهنة فيثاغورس)

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2$$

$$= \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$= \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$$

$$= \frac{BC^2}{BC^2}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

3) α زاوية حادة بحيث $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

اوجد كلا من $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$.

➤ نعلم أن $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ ومنه $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

وبما أن $0 < \cos\alpha < 1$ ؛فإن $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{2^2}{3^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{9} - \frac{4}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{9-4}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

➤ نعلم أن $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$= \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$\tan\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$