الدوال التآلفية

نشاط تمهيدي :

1) الجدولان (1) و (2) يمثلان جدولي تناسبية :

×					×
	5	15		8	
	7		2,1		

الجدول (1)

×					×
	3	6		21	
	4		10		

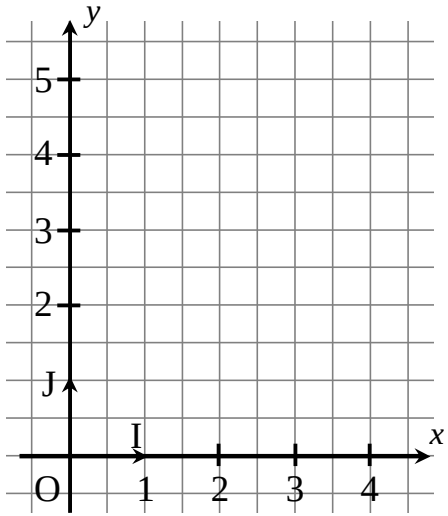
الجدول (2)

احسب معامل التناسبية في كل حالة ؛
ثمّ أكمل الجدوليْن .
معامل التناسبية في الجدول (1) هو . . أو . .

معامل التناسبية في الجدول (2) هو . . أو . .

2) مثل بيانيا الجدول الآتي :

x	0	1	3	4
y	1	2	4	5



هل هذا التمثيل يعبّر عن وضعيّة تناسبية ؟ لماذا ؟

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 01 ص 85 : التعرّف على الدالة التآلفية و الدالة الخطيّة .

1) في حركة مستقيمة منتظمة ؛ اكتب المساواة التي تعبّر عن المسافة بدلالة الزمن t بأخذ $d(t)$ كترميز للمسافة و v كترميز للسّرعة المتوسطة .

. . . . . .

لقد أرفقنا كل زمن t بمسافة $d(t)$ ؛

نقول إننا عرّفنا **دالة تآلفية خطية d**

العبارة $d(t)$ تسمّى صورة t بالدالة التآلفية الخطية d .

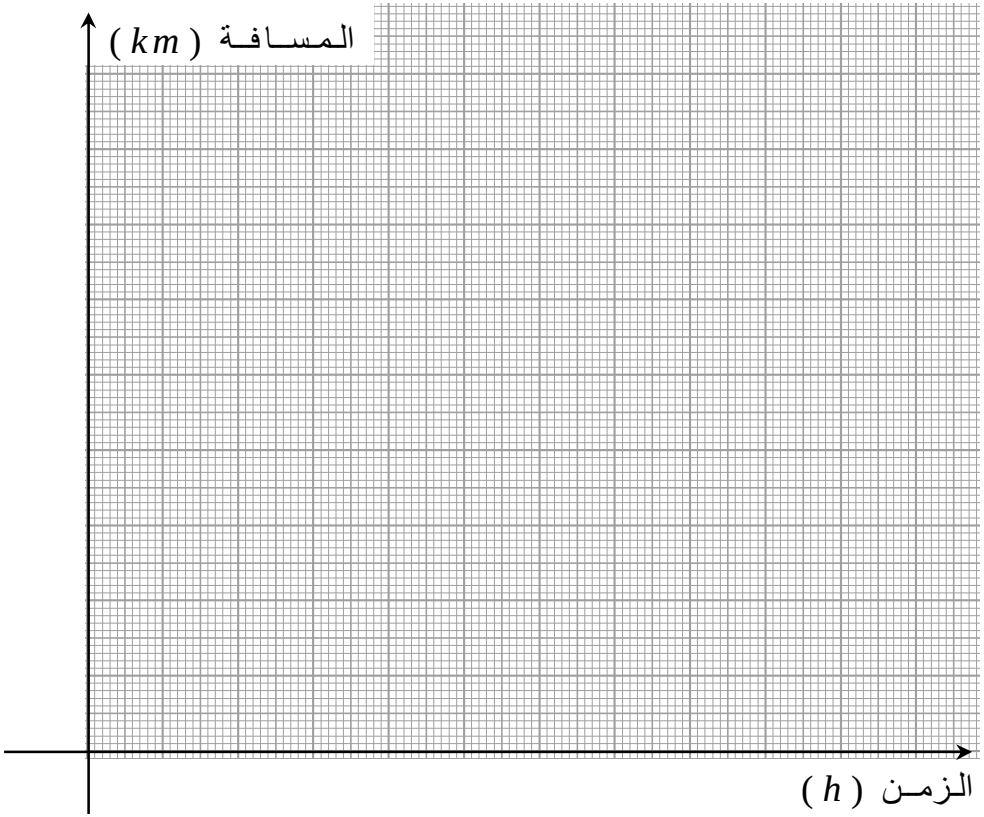
اكمل الجدول الآتي :

الزمن t (h)	1	4	9	12	16
المسافة $d(t)$ (km)	80				

مثل في مستو مزوّد بمعلم المسافة بدلالة الزمن بوضع قيّم t على محور الفواصل و قيّم $d(t)$ على محور التراتيب .

. . . . . .

. . . . . .



2) قيمة اشتراك الهاتف الثابت هي 300 DA و ثمن الوحدة هو 2 DA
اكمل الجدول الآتي :

عدد الوحدات المستهلكة	250	350	500	600
مبلغ فاتورة الهاتف بدون رسوم				

هل الجدول يعبّر عن وضعيّة تناسبية ؟ علل .

. . . . . .

ليكن x عدد الوحدات المستهلكة و $F(x)$ مبلغ الفاتورة بدون رسوم .

عبّر عن $F(x)$ بدلالة x . . . . . .

لقد أرفقنا كل عدد x من الوحدات المستهلكة بمبلغ $F(x)$ ؛ نقول إننا عرّفنا **دالة تآلفية F**

العبارة $F(x)$ تسمّى صورة x بالدالة التآلفية F .

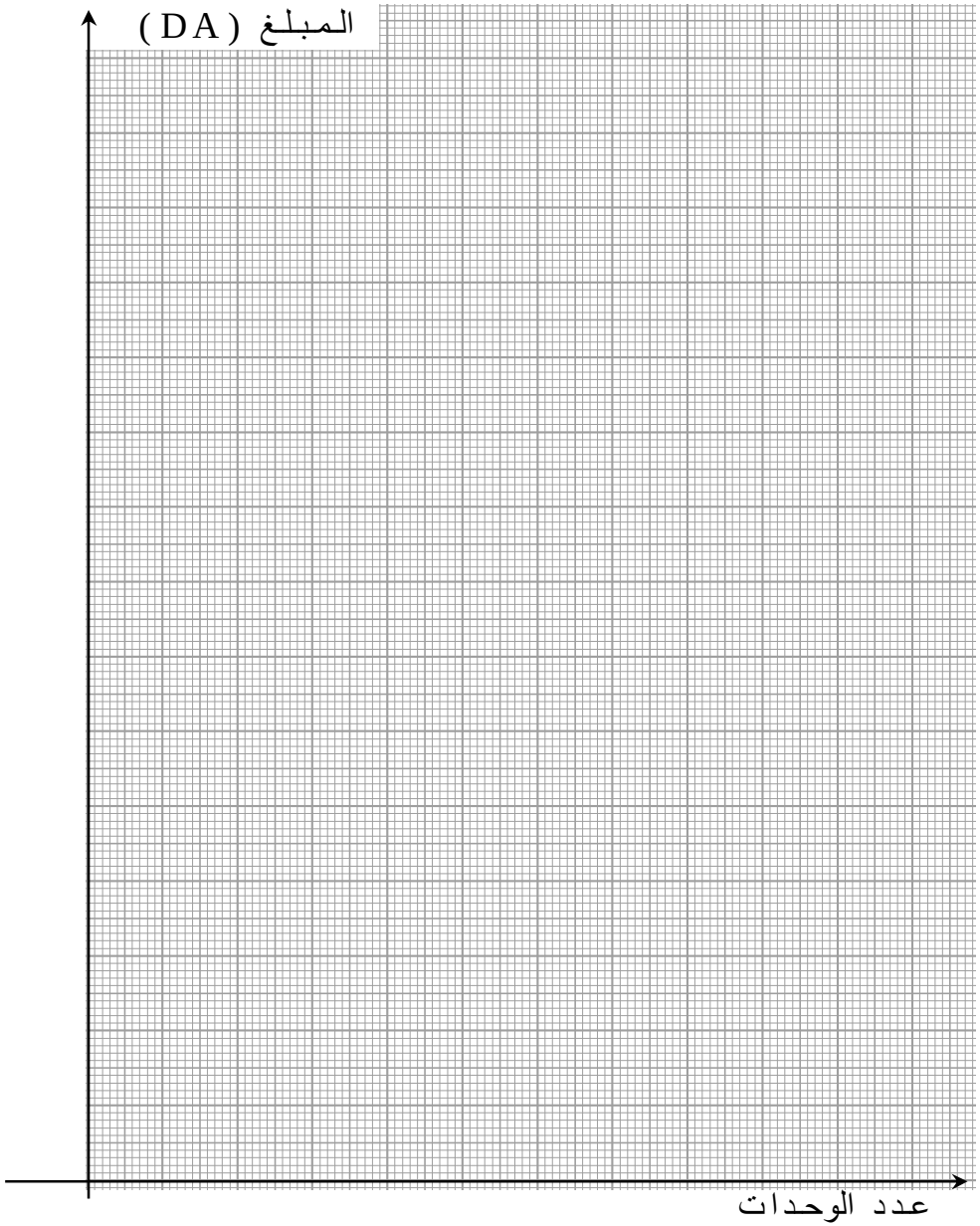
3) اكمل الجدول الآتي باستعمال إحدى الجمل :
تآلفية خطية ؛ تآلفية غير خطية ؛ ليست تآلفية .

$f(x) = -4x + 5$	دالة f
$g(x) = \frac{2}{3}x + 4$	دالة g
$h(x) = 3x^2$	دالة h
$i : x \longmapsto -\frac{3}{4}x$	دالة i
$j : x \longmapsto 4 - 3x$	دالة j
$k : x \longmapsto \sqrt{3}\,x$	دالة k
$d(x) = 7\sqrt{x}$	دالة d

مثل في مستو مزوّد بمعلم مبلغ فاتورة الهاتف بدلالة عدد الوحدات المستهلكة x و ذلك بوضع عدد الوحدات على محور الفواصل و مبلغ الفاتورة على محور التراتيب .

. . . . . .

. . . . . .



نشاط 02 ص 86 : تعيين صورة عدد بدالة؛ تعيين عدد إذا علمت صورته بدالة.

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كمايلي: $f : x \longmapsto 5x$ و $g : x \longmapsto 5x + 2$

➤ الدالة الخطية f تعبّر عن فعل «أضرب في العدد 5».

مثلا: $x = 4$؛ إذن $20 \xleftarrow{\times 5} 4$.
نقول إن العدد الذي صورته 20 بالدالة f هو 4؛
ونقول أيضا إن العدد 20 هو صورة 4 بالدالة f؛ ونكتب: $f(4) = 20$.

➤ الدالة التآلفية g تعبّر عن فعل «أضرب في العدد 5 ثمّ أضيف العدد 2».

مثلا: $x = -3$؛ إذن $-13 \xleftarrow{+2} -15 \xleftarrow{\times 5} -3$.
نقول إن العدد الذي صورته -13 بالدالة g هو -3؛
ونقول أيضا إن العدد -13 هو صورة -3 بالدالة g؛ ونكتب: $g(-3) = -13$.

اكمل الجدول التالي:

قيم x	صورة x بالدالة f بحيث $f(x) = 5x$	صورة x بالدالة g بحيث $g(x) = 5x + 2$	النتيجة
2	10	12	صورة 2 بالدالة f هي 10؛ ونكتب $f(2) = 10$ صورة 2 بالدالة g هي 12؛ ونكتب $g(2) = 12$
$\frac{1}{5}$			صورة $\frac{1}{5}$ بالدالة f هي ..؛ ونكتب ..... صورة $\frac{1}{5}$ بالدالة g هي ..؛ ونكتب .....
			20 هو صورة .. بالدالة f؛ ونكتب $f(..) = 20$ .. هو صورة .. بالدالة g؛ ونكتب $g(..) = ..$
			1 هو صورة .. بالدالة g؛ ونكتب $g(..) = ..$ .. هو صورة .. بالدالة f؛ ونكتب $f(..) = ..$
0			.....
			صورة .. بالدالة g هي 17؛ ونكتب $g(..) = 17$ .. هو صورة .. بالدالة f؛ ونكتب $f(..) = ..$

نشاط 03 ص 87 : تعيين دالة خطية.

f دالة خطية بحيث $f(-7) = 3$.
اوجد العبارة الجبرية للدالة f.
احسب صوّر كل من الأعداد -7 ؛ $3,5$ و $-10,5$ بالدالة f.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

نشاط 04 ص 87 : تعيين دالة تآلفية .

1) نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x) = 3x - 5$.
اكمل الجدول التالي :

x_1	-1	0	1	2
$f(x_1)$				
x_2	5	3	4	0,5
$f(x_2)$				
$x_2 - x_1$	$= 5 - (-1)$			
$f(x_2) - f(x_1)$				
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$				

هل أعداد السّطر الخامس من الجدول متناسبة مع أعداد السّطر السّادس على الترتيب ؟

. . . . . .

. . . . . .

اكمل : . . $= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

النسبة $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ تُسمّى **معامل التناسب** للدالة f .

2) g دالة تآلفية بحيث $g(2) = 3$ و $g(4) = 1$.
اكمل مايلي :
g دالة تآلفية إذن $g(x) = \ldots\ldots$ حيث a و b عددان حقيقيان .

$$a = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

معامل التناسب للدالة g هو . .
لنحسب بطريقتين المعامل b :

$g(2) = 3$ ؛ إذن $a \times \ldots + b = \ldots$
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .

$g(4) = 1$ ؛ إذن $a \times \ldots + b = \ldots$
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .
ومنه . . . . . .

استنتاج العبارة الجبرية للدالة التآلفية g :

. . . . . .

نشاط 05 ص 88 : تمثيل دالة خطية.

نعتبر الدالة الخطية f المعرفة كمايلي : $f : x \longmapsto 3x$.

- لتمثيل الدالة الخطية f في مستو مُزوّد بمعلم $(O ; \vec{OI} ; \vec{OJ})$ ، نختار قيمة للمتغيّر x و نضعها على محور الفواصل ، ثمّ نضع $f(x)$ صورة x بالدالة f على محور التراتيب فنتحصل على النقطة التي إحداثيتيْها $(x ; f(x))$.
مثلا بأخذ $x = 1$ يكون $f(1) = 3$ ، فنتحصل على نقطة C إحداثيتاها $(1 ; 3)$ ؛
و عليْه يكون المستقيم (OC) هو التمثيل البياني للدالة الخطية f .
- اكمل الجدول التالي :

النقطة	B	C	O	A
الفاصلة x	2	1		-2
الترتيب $f(x)$		3		
إحداثيتا النقطة		$(1 ; 3)$		

- هل النقط B ؛ C ؛ O ؛ A في استقامية ؟ علل.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

- لنبرهن أن كل النقط التي إحداثيتيْها $(x ; f(x))$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f.
لتكن M نقطة إحداثيتاها $(x ; f(x))$.
اكمل مايلي :

النقطة	C	A	M
إحداثيتا النقطة			
الفاصلة x			
الترتيب $f(x)$			

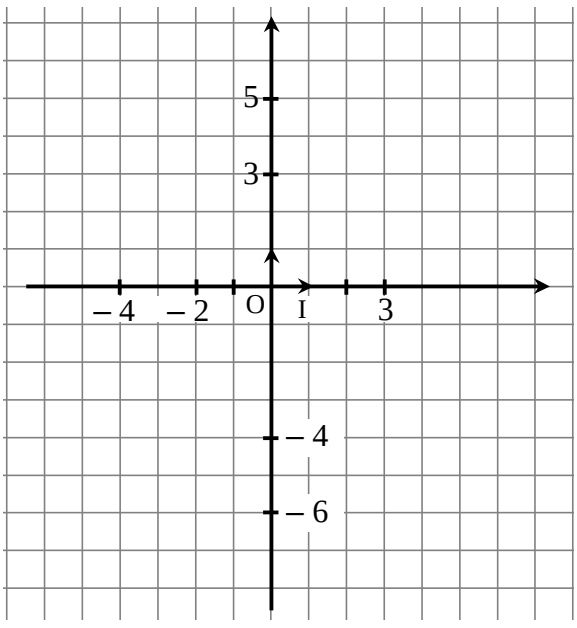
هذا الجدول يعبّر عن . . . . . .
لأنه في كل عموديْن من السطريْن الثالث و الرّابع ، الجداءان . . . . . .
فالنقط C ؛ A ؛ M . . . . . .
نستنتج أن . . . . . .

نشاط 06 ص 88 : تمثيل دالة تآلفية.

المستوي منسوب إلى معلم $(O ; \vec{OI} ; \vec{OJ})$.

1) انشىء (D) التمثيل البياني للدالة الخطية f المعرفة بـ : $f(x) = 3x$.

- انشىء (D') صورة (D) بالإنسحاب الذي يحوّل النقطة O إلى F بحيث $F(0 ; 2)$.



➤ نعتبر الدالة التآلفية g المعرفة بـ: $g(x)=3x+2$

لنبيّن أن كل نقط التمثيل البياني للدالة g تنتمي إلى المستقيم (D').
لتكن $M'(x;y)$ نقطة من التمثيل البياني للدالة التآلفية g؛
إذن $y=\ldots$ أي $y=\ldots$.
ومنه M' هي صورة $M(x;3x)$ من ...
بالإنسحاب الذي .....
إذن M' تنتمي إلى .....

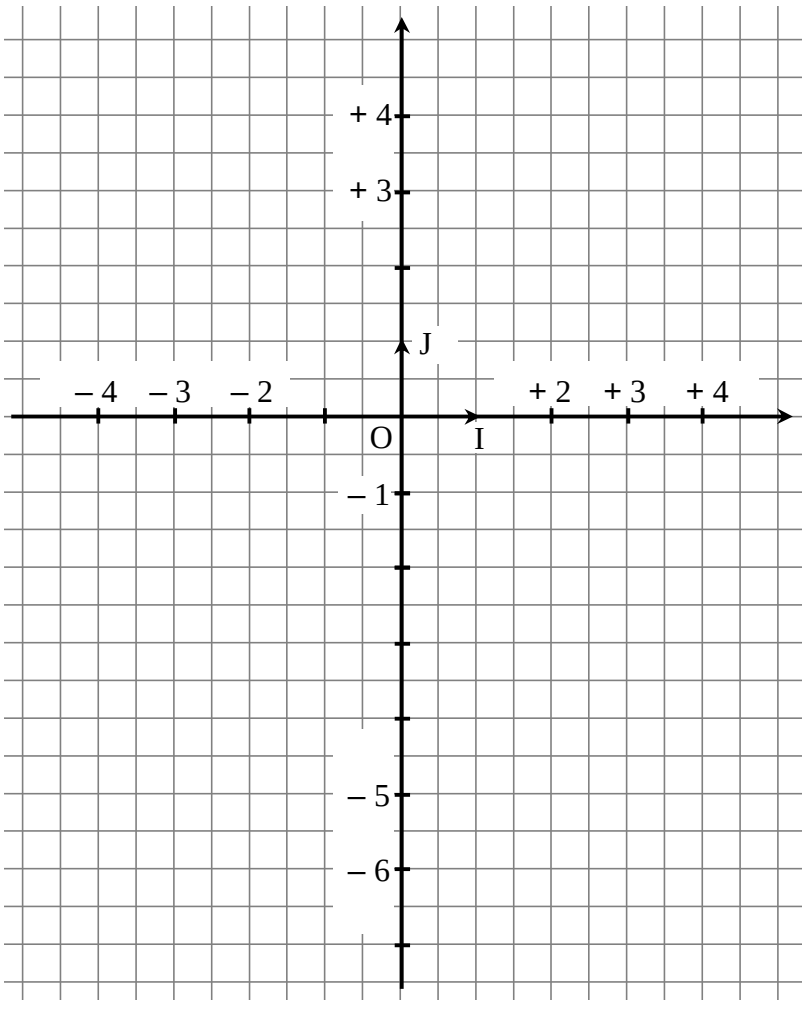
لنبيّن أن كل نقط المستقيم (D') تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g.
لتكن $M'(x;y)$ نقطة من (D')؛
إذن M' هي صورة $M(x;3x)$ من ...
بالإنسحاب الذي .....
ومنه $y=\ldots$ أي $y=\ldots$.
إحداثيتا M' تحققان .....
إذن M' تنتمي إلى .....

نستنتج أن المستقيم (D') هو .....

2) لتكن h الدالة الخطية حيث: $h(x)=-4x$ وليكن (Δ_1) التمثيل البياني لها.
اكمل مايلي:
$h(1)=\ldots$، فالمستقيم (Δ_1) يشمل النقطة $K(\ldots;\ldots)$؛
المستقيم (Δ_1) يشمل المبدأ O لأن .....
إذن (Δ_1) هو .....

➤ لتكن k الدالة التآلفية حيث: $k(x)=-4x-5$ وليكن (Δ_2) التمثيل البياني لها.
اكمل مايلي:
$k(-2)=\ldots$، فالمستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $P(\ldots;\ldots)$؛
$k(0)=\ldots$، فالمستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $S(\ldots;\ldots)$؛
إذن (Δ_2) هو .....

➤ انشىء (Δ_1) و (Δ_2).



نشـاط 07 ص 89 : معـادلـة مستـقيـم .

1) نعتبـر $M(x;y)$ نقـطـة من المسـتـقيـم الممثـل للدالـة التآلفيـة k المعـرفـة كـالتـالي : $k(x)=3x+5$.

➤ اكـتـب y بدلالـة x . . . .

المسـاواة . . . . $y=$ تُسـمّى **المعـادلـة المبسّـطـة للمسـتـقيـم** الممثـل للدالـة k .

➤ اكمـل الجـدول المـوالي :

الدالـة	العبـارة الجبـريـة للدالـة	ترميـز الدالـة	المعـادلـة المبسّـطـة للمسـتـقيـم الممثـل للدالـة
k	$k(x)=3x+5$	$k:x\longmapsto 3x+5$	$y=3x+5$
h	$h(x)=-2x+6$		
f		$f:x\longmapsto x+1$	
g	$g(x)=-\dfrac{2}{3}x+2$		
i		$i:x\longmapsto -3x$	
j			$y=7x$

2) لتكـن النقطتـان $A(-2;-1)$ و $B(-6;-8)$.

هل النقطتـان A و B تنتميـان إلى التمثيل البيـاني للدالـة k المعـرفـة بـ $k(x)=3x+5$ ؟

. . . .

. . . .

. . . .

3) لتكـن النقط $C(\frac{1}{2};5)$ ؛ $D(4;-2)$ ؛ $E(0;6)$.

➤ اوجـد العبـارة الجبـريـة للدالـة التـآلفيـة h التـي تمـثيلـها البيـاني المسـتـقيـم (CD) .

h دالـة تـآلفيـة ؛ إذن . . . . حيـث a و b . . . .

C و D نقـطتـان من التمـثيـل البيـانـي للدالـة h ؛ إذن . . . $= h(\frac{1}{2})$ و . . . .

حسـاب معـامـل التنـاسـب a : $= ____ = ____ = ______ = a$

حسـاب b : $h(4)=-2$ و منـه . . . .

$a=-2$ و منـه . . . .

نسـتـنـتـج أن . . . . $h(x)=$

➤ بيّـن أن النقـط C ؛ D ؛ E فـي استـقـامـيـة .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

4) f و g دالتان معرفتان كمايلي: $f(x)=x+1$ و $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$.

➤ حل جبريا المعادلة $f(x)=g(x)$.

$f(x)=g(x)$ ومنه .....

ومنه .....

ومنه .....

ومنه ..... ؛ أي .. = x

.....

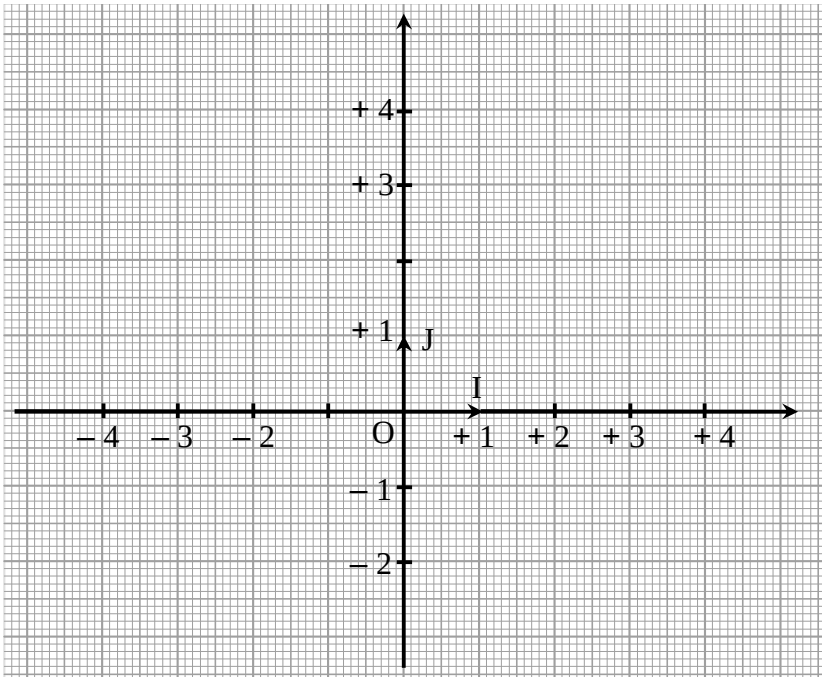
➤ مثل بيانيا الدالتيْن f و g في مستو منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$.
(d) هو التمثيل البياني للدالة f و (d') هو التمثيل البياني للدالة g.

.....

.....

.....

.....



➤ احسب إحداثيّتيْ S نقطة تقاطع المستقيميْن (d) و (d').

.....

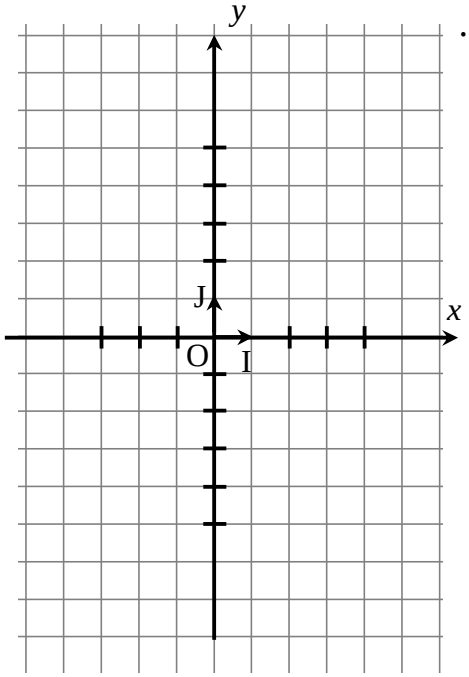
.....

.....

.....

نشاط 08 ص 90 : تعيين المعاملين a و b انطلاقا من التمثيل البياني لدالة تآلفية.

1) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كمايلي : $f(x)=3x-5$ ؛ $g(x)=-2x+3$
ليكن (D) التمثيل البياني للدالة f و (D') التمثيل البياني للدالة g.



➤ مثل بيانيا كل من f و g في نفس المستوي المزوّد بمعلم.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ اكمل مايلي :

♫ انطلاقا من النقطة A من (D) حيث $A(0;-5)$ ،
إذا اتجهنا بوحدة أفقيا نحو اليمين فإننا نتجه شاقوليا نحو الأعلى بـ . . وحدات لنصل إلى المستقيم (D).
العدد . . يُسمى **مُعامل توجيه المستقيم** (D) ؛
و هو مُعامل التناسب للدالة f.
إذا كان المعلم **متعامد ومتجانس**، العدد . . يُسمى أيضا **ميْل المستقيم** (D).

♫ انطلاقا من النقطة B من (D') حيث $B(0;+3)$ ، إذا اتجهنا بوحدة أفقيا نحو اليمين فإننا . . . . . .
مُعامل توجيه المستقيم (D') هو العدد . . ؛ و هو مُعامل التناسب للدالة g.
إذا كان المعلم **متعامد ومتجانس**، العدد . . يُسمى أيضا **ميْل المستقيم** (D').

♫ ماذا يمثل ترتيبا النقطتين A و B في كل حالة؟
ترتيب النقطة A هو . . . . . للدالة f و هو أيضا . . . . . للمستقيم (D).
ترتيب النقطة B هو . . . . . للدالة g و هو أيضا . . . . . للمستقيم (D').

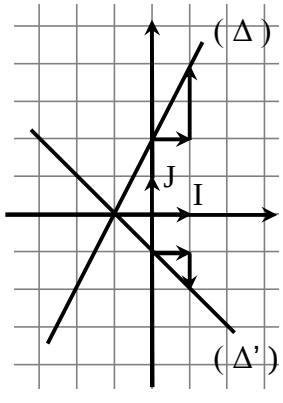
ملاحظة :

عندما نتجه بوحدة أفقيا نحو اليمين، ثمّ **نتجه شاقوليا نحو الأسفل** لنصل إلى التمثيل البياني لدالة تآلفية، يكون **معامل توجيه المستقيم** الممثل لهذه الدالة **عددا سالبا**.

2) نعتبر النقط $A(-1;+4)$ ؛ $B(+5;-8)$ ؛ $C(-2;-3)$.

معامل توجيه المستقيم (AB) هو $\frac{\text{—}}{\text{—}}$ $= a$ ؛ أي $a =$ . .

معامل توجيه المستقيم (AC) هو $\frac{\text{—}}{\text{—}}$ $= a$ ؛ أي $a =$ . .



➤ معامل توجيه المستقيم (Δ) هو . .
معامل توجيه المستقيم (Δ') هو . .

<u>نشاط 09 ص 91</u>: إنجاز تمثيل بياني لوضعية يتدخل فيها مقداران أحدهما مُعطى بدلالة الآخر.

قصد حسّان وكالتين لكراء السّيارات، فكانت شروط الكراء لكل وكالة كالتالي:

الوكالة A: دفع 2500 DA، إضافة إلى 500 DA على كل $50\ km$ مقطوعة.

الوكالة B: دفع 1500 DA، إضافة إلى 750 DA على كل $50\ km$ مقطوعة.

1) ليكن: x المسافة المقطوعة، مُعبّرا عنها بالكيلومتر (km)؛

$f(x)$ المبلغ المُستحق للوكالة A؛

$g(x)$ المبلغ المُستحق للوكالة B.

➤ اكتب كلا من $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

2) ينسب المستوي إلى معلم.

➤ مثل بيانيا الدالتين f و g وذلك بوضع المسافات المقطوعة على محور الفواصل والمبلغ المُستحق على محور التراتيب.

(خذ كسلم رسم: $1\ cm$ على محور الفواصل لتمثيل $100\ km$ و $1\ cm$ على محور التراتيب لتمثيل 1000 DA).

3) بقراءة بيانية، أوجد x' فاصلة نقطة تقاطع التمثيليْن البيانيين للدالتيْن f و g.

➤ تحقق، جبريا، من النتيجة المحصّل عليْها.

➤ ماذا يمثل x' ؟

4) أدرس وضعية المنحنيين (أي المنحنى الممثل للدالة f يقع تحت أو فوق المنحنى الممثل للدالة g) في الحالتين:

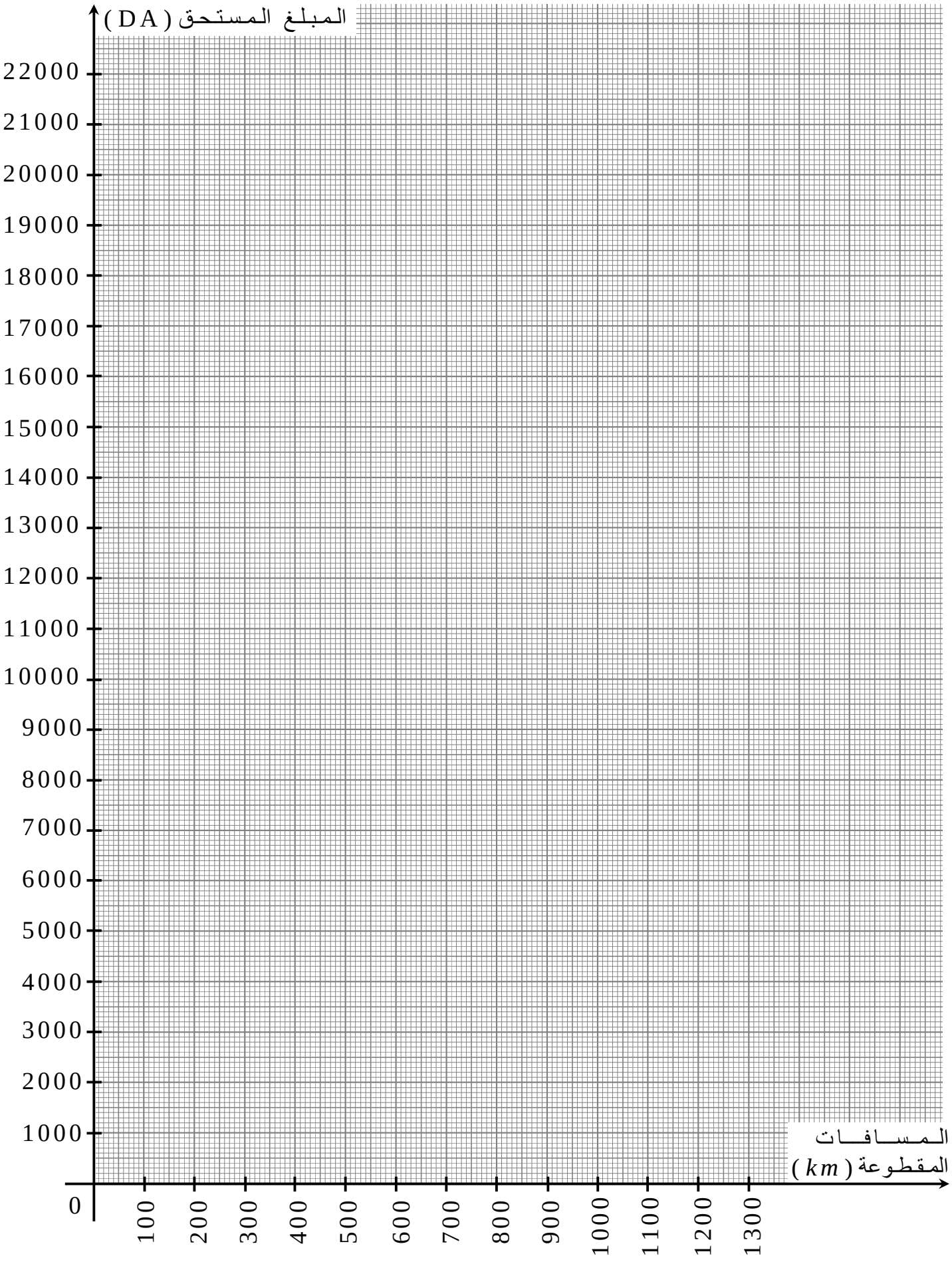
الحالة 1: $x < x'$.

الحالة 2: $x > x'$.

➤ ماذا يعني ذلك بالنسبة للمبلغ المُستحق في كل حالة؟

5) استنتج ممّا سبق في أي حالة تكون الوكالة A أفضل لحسّان؟

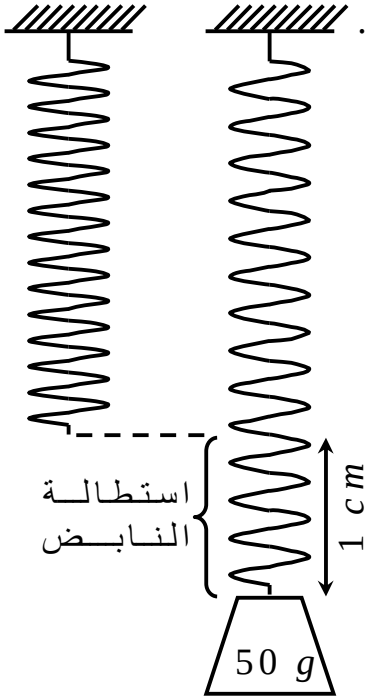
تمثيل الدالتين f و g بيانيا:



نشاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية .

الجزء ① :

نابض مثبت ، نعلق في طرفه الحر كتلة (x) g و نعيّن في كل مرّة الإستطالة y بالسنتمتر علما أن الإستطالة y متناسبة مع الكتلة المعلقة x .



1) اكمل الجدول التالي :

x	0	50	100	350	
y		1			6,7

2) عبّر عن y بدلالة x .

. . . . . .

3) باستعمال عبارة y بدلالة x ؛ احسب استطالة النابض من أجل الكتل 250 g ؛ 1000 g ؛ 1500 g .

من أجل $x = 250$ يكون . . . . . $= y$

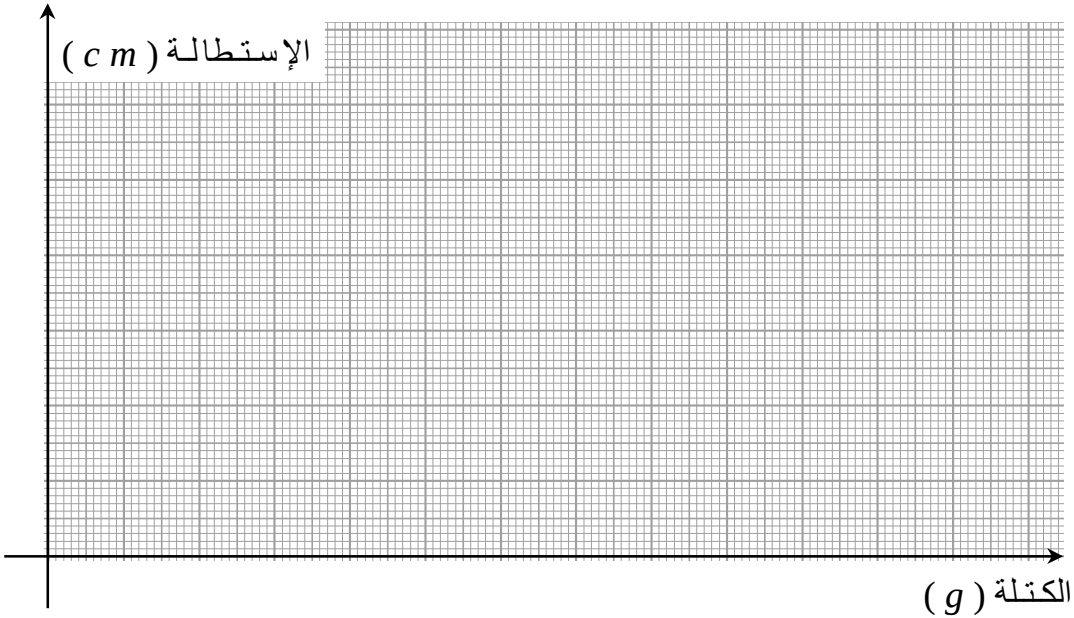
من أجل $x = 1000$ يكون . . . . . .

من أجل $x = 1500$ يكون . . . . . .

4) مثل هذه الوضعية التناسبية (خذ 1 cm على محور الفواصل لتمثيل 100 g و 1 cm على محور التراتيب لتمثيل 5 cm)

. . . . . .

. . . . . .



5) اوجد بيانيا استطالة النابض من أجل الكتلتين 500 g ؛ 1200 g

اوجد بيانيا الكتلتين التي ينبغي تعليقهما للحصول على استطالة قدرُها 15 cm ؛ 22,5 cm .

بقراءة بيانية :

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية .

الجزء ② :

نقرأ الجدول التالي في فاتورة كهرباء .

الشركة الوطنية للكهرباء و الغاز SONELGAZ	رقم التعريف الضريبي : 069160100012742 رقم البند الضريبي : 42120024521 الفترة : الثلاثي الثالث 2005

التعريفة	المبلغ المستحق بدون رسوم القيمة المضافة (DA)	مبلغ رسم القيمة المضافة		المبلغ المستحق بكافة الرسوم (DA)
		النسبة المئوية (%)	المبلغ (DA)	
الكهرباء	1532,00	07	107,24	1639,24
الغاز	176,07	07	12,32	188,39
ضريبة استهلاك الطاقة	100,00	00	00,00	100,00
ضريبة السكن	75,00	00	00,00	75,00
	1883,07		119,56	2002,63

أ) كيْف وُجِدَ مبلغ رسم القيمة المُضافة في استهلاك الكهرباء ؟

. . . . . .

. . . . . .

ب) كيْف حُسِبَ المبلغ المُستحق بكل الرسوم في استهلاك الكهرباء ؟

. . . . . .

. . . . . .

حساب **%** 7 من الكمية x معناه حساب : $\dots \times x = \dots \times x$ $\frac{\dots}{\dots}$

زيادة الكمية x بـ **%** 7 معناه حساب : $x + \frac{\dots}{\dots} x = (\dots + \frac{\dots}{\dots})\ x$

نشـاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية.

الجـزء ③ :

في إحدى واجهات محلات الملابس عُلِقت اللافتة **تخفيـض % 30**

اخـذ **%** 30 مـن x معناه حساب : $\frac{\ldots}{\ldots} \times x = \ldots \times x$

تخفيض x بـ **%** 30 معناه حساب : $x - \frac{\ldots}{\ldots} x = (\ldots - \frac{\ldots}{\ldots}) x = \ldots x$

اكمل الجدول التالي :

السعر (DA)	1900	4250	3400	5000
قيمة التخفيض				
السعر بعد التخفيض				

الجـزء ④ :

سيّارة سعرها 800 000 DA ؛ انخفض سعرها بـ **%** 5 ؛ ثـمّ انخفض مرّة أخرى بـ **%** 3

1) ما هي الأجوبة الصحيحة من بين الأجوبة الثلاث التالية :

الإجابة 1 :	$800\,000 \times (1 - \frac{3}{100})(1 - \frac{5}{100}) = 737\,200$ DA
الإجابة 2 :	$800\,000 \times (1 - \frac{5}{100}) = 760\,000$ DA $760\,000 \times (1 - \frac{3}{100}) = 737\,200$ DA
الإجابة 3 :	$800\,000 \times (1 - \frac{8}{100}) = 736\,000$ DA

. . . . . .

2) **اكـمـل** : تخفيض x بـ **%** 5 ؛ ثـمّ بـ **%** 3 معناه حساب :

$(\ldots - \frac{\ldots}{\ldots})(\ldots - \frac{\ldots}{\ldots}) x$

3) هل يبقى سعر السيّارة 800000 DA ثابتا ، إذا انخفض بـ **%** 8 ؛ ثـمّ زاد بـ **%** 8 ؟

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

4) **اكـمـل** : تخفيض x بـ **%** 8 ؛ ثـمّ زيادته بـ **%** 8 معناه حساب :

$(\ldots - \frac{\ldots}{\ldots})(\ldots + \frac{\ldots}{\ldots}) x$

نشاط 11 ص 95 : المقادير المركبة .

الجزء ① : الطاقة الكهربائية .

تستهلك الأجهزة الكهربائية طاقة كهربائية E وفق القانون $E = p\,t$ حيث p هي الإستطاعة الكهربائية مُعبّرا عنها بالواط الساعي (wh) أو الكيلوواط الساعي (kwh) و t هو زمن التشغيل بالساعات .

➤ احسب بالواط الساعي ؛ ثمّ بالكيلوواط الساعي الطاقة المستهلكة للأجهزة الآتية خلال المُدَد المبينة في الجدول :

الجهاز	الإستطاعة	مُدّة التشغيل
تلفاز	$80\ w$	$2\ h$
مصباح	$75\ w$	$1\ h\ 20\ mn$
مدْفأة كهربائية	$1800\ w$	$1\ h$

الطاقة التي يستهلكها التلفاز E_1 :

. . . . . .

. . . . . .

الطاقة التي يستهلكها المصباح E_2 :

تحويل : . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

الطاقة التي تستهلكها المدْفأة الكهربائية E_3 :

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ ما هي تكلفة استعمال المدْفأة الكهربائية ، إذا علمت أن ثمن الكيلوواط الساعي هو 1,5 DA ؟

. . . . . .

. . . . . .

الجزء ② : السرعة المتوسطة .

قطعت سيّارة مسافة $d_1 = 126\ km$ في مُدّة قدرها $t_1 = 1\ h\ 24\ mn$.

➤ احسب v سرعتها المتوسطة .

تحويل : . . . . . .

. . . . . .

➤ ما هي المُدّة t_2 التي تستغرقها لقطع مسافة $d_2 = 234\ km$ في نفس الظروف ؟

طريقة أولى : . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

طريقة ثانية : t_2 هو . . . . . .

في جدول التناسبية الآتي :

	t_2

ومنه . . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشاط 11 ص 95 : المقادير المركبة .

الجزء ③ : الكتلة الحجمية .

الكتلة الحجمية للنحاس هي : $8,9\ g/cm^3$.

➤ ماذا تعني هذه الجملة ؟

. . . . . .

➤ لتكن m الكتلة مُعبّرا عنها بالغرام (g) ،
و V الحجم مُعبّرا عنه بالسّنتيمتر المكعب (cm^3) .
عبّر عن m بدلالة V .

. . . . . .

➤ ما هي كتلة $20\ cm^3$ من النحاس ؟

. . . . . .

. . . . . .

➤ مثل بيانيا كتلة النحاس بدلالة حجمه ؛ وذلك بوضع الحجم على محور الفواصل و الكتلة على محور التراتيب .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ بالاعتماد على التمثيل البياني ؛ اعْطِ قيمة مقربة لكتلة $3\ cm^3$ من النحاس ، ثمّ تحقق حسابيا .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

➤ ما هو حجم $1,424\ kg$ من النحاس ؟ علل .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

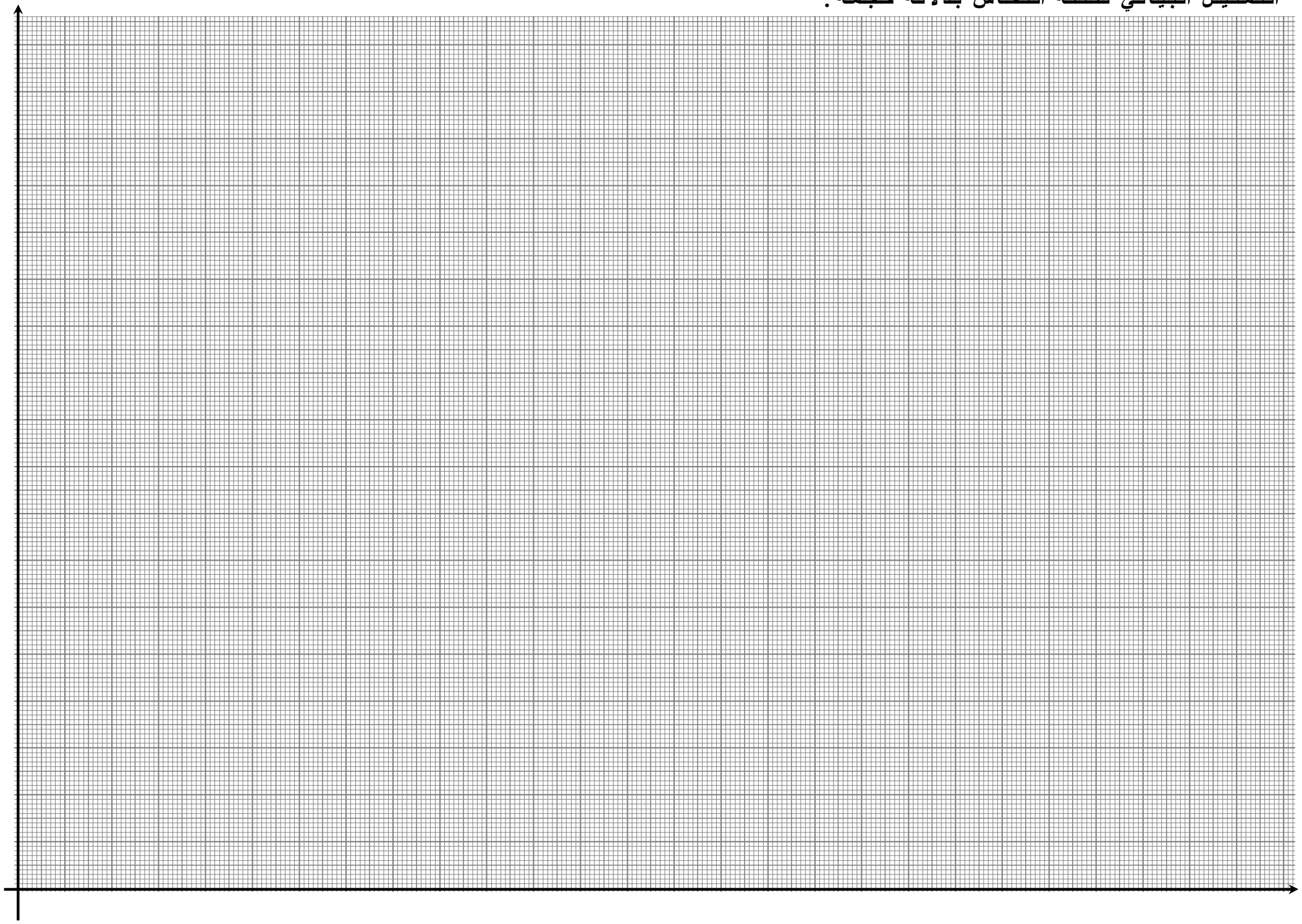
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

التمثيل البياني لكتلة النحاس بدلالة حجمه :



نشاط تمهيدي :

1) الجدولان (1) و (2) يمثلان جدولي تناسبية :

$\times \frac{5}{7}$	5	15	1,5	8	$\times \frac{7}{5}$
	7	21	2,1	11,2	

الجدول (1)

$\times \frac{3}{4}$	3	6	7,5	21	$\times \frac{4}{3}$
	4	8	10	28	

الجدول (2)

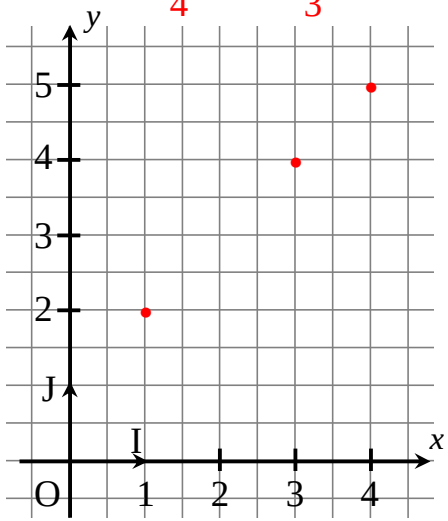
احسب معامل التناسبية في كل حالة ؛ ثمّ أكمل الجدوليْن .

معامل التناسبية في الجدول (1) هو $\frac{7}{5}$ أو $\frac{5}{7}$

معامل التناسبية في الجدول (2) هو $\frac{4}{3}$ أو $\frac{3}{4}$

2) مثل بيانيا الجدول الآتي :

x	0	1	3	4
y	1	2	4	5



هل هذا التمثيل يعبّر عن وضعيّة تناسبية ؟ لماذا ؟

لا ؛ لأن نقاط التمثيل ليست في استقامية مع مبدأ المعلم .

نشاط 01 ص 85 : التعرّف على الدالة التآلفية و الدالة الخطيّة .

1) في حركة مستقيمة منتظمة ؛ اكتب المساواة التي تعبّر عن المسافة بدلالة الزمن t بأخذ $d(t)$ كترميز للمسافة و v كترميز للسّرعة المتوسطة .

$d(t) = v \cdot t$

لقد أرفقنا كل زمن t بمسافة $d(t)$ ؛

نقول إننا عرّفنا **دالة تآلفية خطية d**

العبارة $d(t)$ تسمّى صورة t بالدالة التآلفية الخطية d .

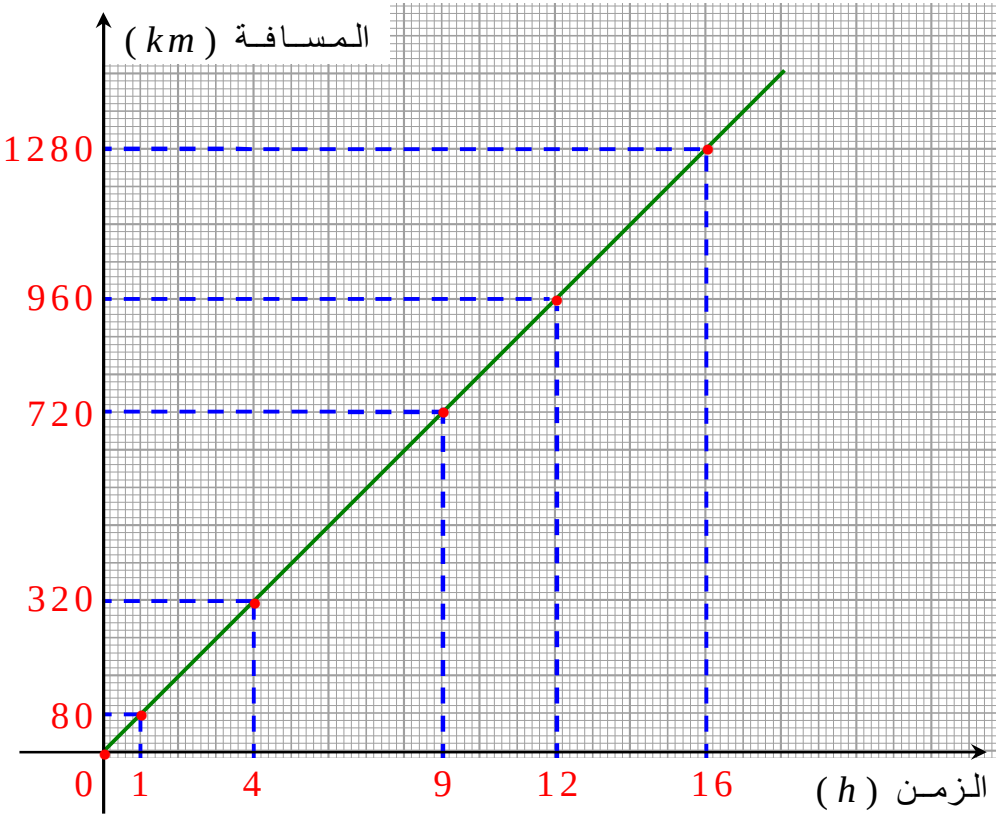
اكمل الجدول الآتي :

الزمن t (h)	1	4	9	12	16
المسافة $d(t)$ (km)	80	320	720	960	1280

مثل في مستو مزوّد بمعلم المسافة بدلالة الزمن بوضع قيّم t على محور الفواصل و قيّم $d(t)$ على محور التراتيب .

نمثل كل ساعتين ($2\,h$) بـ $1\,cm$ على محور الفواصل ؛

و نمثل كل $160\,km$ بـ $1\,cm$ على محور التراتيب .



2) قيمة اشتراك الهاتف الثابت هي 300 DA و ثمن الوحدة هو 2 DA
اكمل الجدول الآتي :

عدد الوحدات المستهلكة	250	350	500	600
مبلغ فاتورة الهاتف بدون رسوم	800	1000	1300	1500

هل الجدول يعبّر عن وضعيّة تناسبية ؟ علل .
لا ؛ لأن $250 \times 1000 \neq 350 \times 800$

ليكن x عدد الوحدات المستهلكة و $F(x)$ مبلغ الفاتورة بدون رسوم .

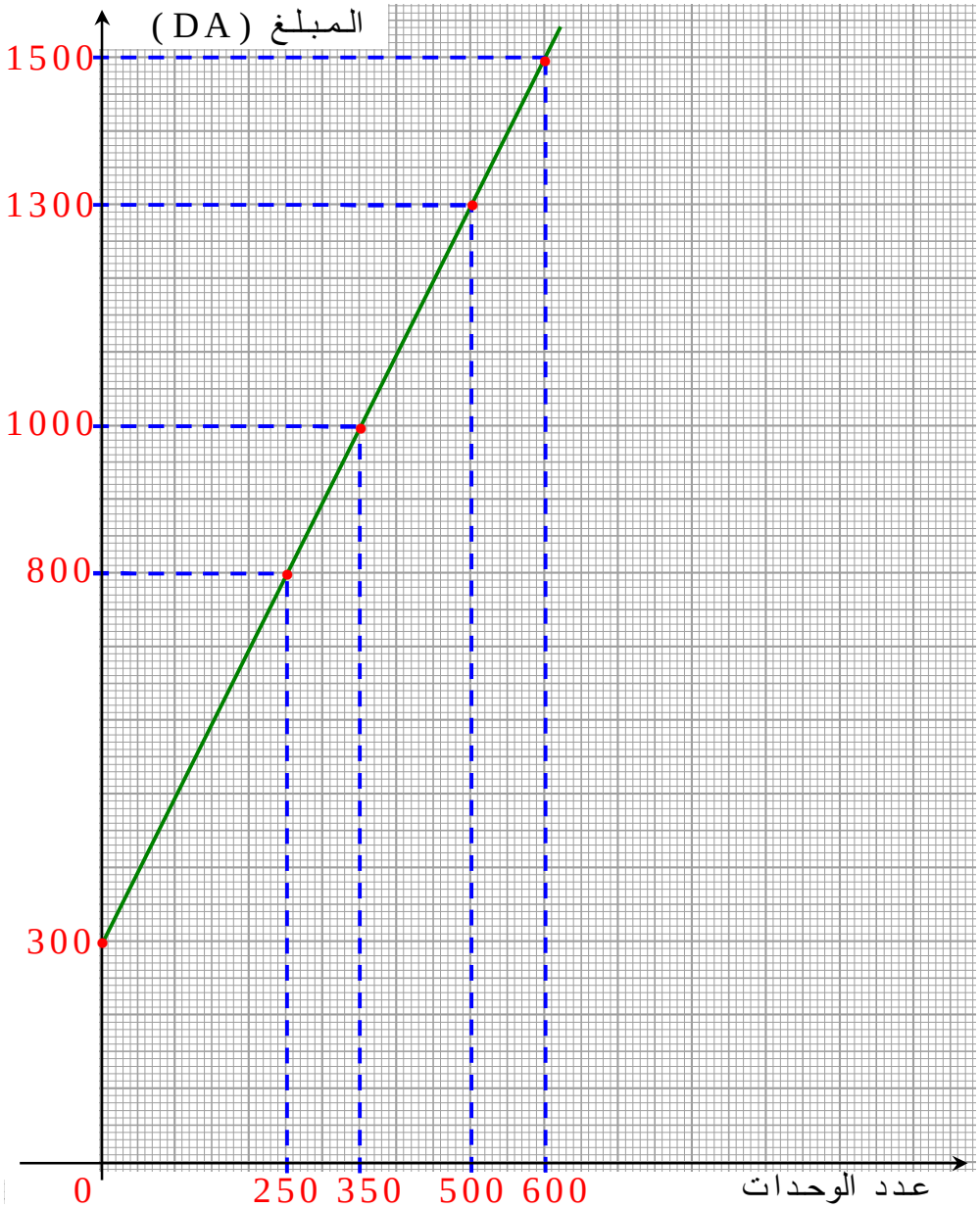
عبّر عن $F(x)$ بدلالة x . . . . . $F(x) = 2x + 300$

لقد أرفقنا كل عدد x من الوحدات المستهلكة بمبلغ $F(x)$ ؛
نقول إننا عرّفنا **دالة تآلفية F**
العبارة $F(x)$ تسمّى صورة x بالدالة التآلفية F .

3) اكمل الجدول الآتي باستعمال إحدى الجمل :
تآلفية خطية ؛ تآلفية غير خطية ؛ ليست تآلفية .

$f(x) = -4x + 5$	f دالة تآلفية غير خطية .
$g(x) = \frac{2}{3}x + 4$	g دالة تآلفية غير خطية .
$h(x) = 3x^2$	h دالة ليست تآلفية .
$i : x \longmapsto -\frac{3}{4}x$	i دالة تآلفية خطية .
$j : x \longmapsto 4 - 3x$	j دالة تآلفية غير خطية .
$k : x \longmapsto \sqrt{3}\,x$	k دالة تآلفية خطية .
$d(x) = 7\sqrt{x}$	d دالة ليست تآلفية .

مثل في مستو مزوّد بمعلم مبلغ فاتورة الهاتف بدلالة عدد الوحدات المستهلكة x و ذلك بوضع عدد الوحدات على محور الفواصل و مبلغ الفاتورة على محور التراتيب .
نمثل كل 100 وحدة بـ $1\,cm$ على محور الفواصل ؛
و نمثل كل 100 DA بـ $1\,cm$ على محور التراتيب .



نشاط 02 ص 86 : تعيين صورة عدد بدالة؛ تعيين عدد إذا علمت صورته بدالة.

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كمايلي : $f : x \longmapsto 5x$ و $g : x \longmapsto 5x + 2$

◄ الدالة الخطية f تعبّر عن فعل « أضرب في العدد 5 ».

مثلا : $x = 4$ ؛ إذن $20 \xleftarrow{\times 5} 4$.
نقول إن العدد الذي صورته 20 بالدالة f هو 4 ؛
ونقول أيضا إن العدد 20 هو صورة 4 بالدالة f ؛ ونكتب : $f(4) = 20$.

◄ الدالة التآلفية g تعبّر عن فعل « أضرب في العدد 5 ثمّ أضيف العدد 2 ».

مثلا : $x = -3$ ؛ إذن $-13 \xleftarrow{+2} -15 \xleftarrow{\times 5} -3$.
نقول إن العدد الذي صورته -13 بالدالة g هو -3 ؛
ونقول أيضا إن العدد -13 هو صورة -3 بالدالة g ؛ ونكتب : $g(-3) = -13$.

اكمل الجدول التالي :

قيم x	صورة x بالدالة f بحيث $f(x) = 5x$	صورة x بالدالة g بحيث $g(x) = 5x + 2$	النتيجة
2	10	12	صورة 2 بالدالة f هي 10 ؛ ونكتب $f(2) = 10$ صورة 2 بالدالة g هي 12 ؛ ونكتب $g(2) = 12$
$\frac{1}{5}$	1	3	صورة $\frac{1}{5}$ بالدالة f هي 1 ؛ ونكتب $f(\frac{1}{5}) = 1$ صورة $\frac{1}{5}$ بالدالة g هي 3 ؛ ونكتب $g(\frac{1}{5}) = 3$
4	20	22	20 هو صورة 4 بالدالة f ؛ ونكتب $f(4) = 20$ 22 هو صورة 4 بالدالة g ؛ ونكتب $g(4) = 22$
$-\frac{1}{5}$	-1	1	1 هو صورة $-\frac{1}{5}$ بالدالة g ؛ ونكتب $g(-\frac{1}{5}) = 1$ -1 هو صورة $-\frac{1}{5}$ بالدالة f ونكتب $f(-\frac{1}{5}) = -1$
0	0	2	صورة 0 بالدالة f هي 0 ؛ ونكتب $f(0) = 0$ صورة 0 بالدالة g هي 2 ؛ ونكتب $g(0) = 2$
3	15	17	صورة 3 بالدالة g هي 17 ؛ ونكتب $g(3) = 17$ 15 هو صورة 3 بالدالة f ؛ ونكتب $f(3) = 15$

نشاط 03 ص 87 : تعيين دالة خطية.

f دالة خطية بحيث $f(7) = -3$.
اوجد العبارة الجبرية للدالة f.
احسب صوّر كل من الأعداد -7 ؛ $3,5$ و $-10,5$ بالدالة f.

f دالة خطية إذن $f(x) = ax$ حيث a عدد حقيقي.
ومنه $f(7) = a \times 7$ ؛ أي $f(7) = 7a$.
$-3 = f(7)$ ؛ إذن $7a = -3$ ومنه $a = -\frac{3}{7}$.
العبارة الجبرية للدالة الخطية f هي : $f(x) = -\frac{3}{7}x$.

صورة -7 بالدالة f هي $+3$ ؛ $f(-7) = -\frac{3}{7}(-7) = +3$

صورة $3,5$ بالدالة f هي $-1,5$ ؛ $f(3,5) = -\frac{3}{7} \times 3,5 = -1,5$

صورة $-10,5$ بالدالة f هي $+4,5$ ؛ $f(-10,5) = -\frac{3}{7}(-10,5) = +4,5$

نشاط 04 ص 87 : تعيين دالة تآلفية .

1) نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x)=3x-5$.
اكمل الجدول التالي :

x_1	-1	0	1	2
$f(x_1)$	-8	-5	-2	1
x_2	5	3	4	$0,5$
$f(x_2)$	10	4	7	$-3,5$
x_2-x_1	$5-(-1)=6$	$3-0=3$	$4-1=3$	$0,5-2=-1,5$
$f(x_2)-f(x_1)$	$10-(-8)=18$	$4-(-5)=9$	$7-(-2)=9$	$-3,5-1=-4,5$
$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$	$\frac{18}{6}=3$	$\frac{9}{3}=3$	$\frac{9}{3}=3$	$\frac{-4,5}{-1,5}=3$

هل أعداد السّطر الخامس من الجدول متناسبة مع أعداد السّطر السّادس على الترتيب ؟
نعم ؛ لأن النسبة $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ثابتة من أجل كل عددين حقيقيين مختلفين x_1 و x_2 .
اكمل : $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=3$.
النسبة $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ تُسمّى **معامل التناسب** للدالة f .

2) g دالة تآلفية بحيث $g(2)=3$ و $g(4)=1$.
اكمل مايلي :
g دالة تآلفية إذن $g(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان .

$$a=\frac{g(4)-g(2)}{4-2}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

معامل التناسب للدالة g هو -1
لنحسب بطريقتين المعامل b :

$g(2)=3$ ؛ إذن $a\times 2+b=3$
ومنه $-1\times 2+b=3$
ومنه $-2+b=3$
ومنه $b=3+2$
ومنه $b=5$

$g(4)=1$ ؛ إذن $a\times 4+b=1$
ومنه $-1\times 4+b=1$
ومنه $-4+b=1$
ومنه $b=1+4$
ومنه $b=5$

استنتاج العبارة الجبرية للدالة التآلفية g :

$g(x)=-1\times x+5$ أي $g(x)=-x+5$.

نشاط 05 ص 88 : تمثيل دالة خطية.

نعتبر الدالة الخطية f المعرفة كمايلي : $f : x \longmapsto 3x$.

- لتمثيل الدالة الخطية f في مستو مُزوّد بمعلم $(O ; \vec{OI} ; \vec{OJ})$ ، نختار قيمة للمتغيّر x و نضعها على محور الفواصل ، ثـمّ نضع $f(x)$ صورة x بالدالة f على محور التراتيب فنتحصل على النقطة التي إحداثيتيْها $(x ; f(x))$.
مثلا بأخذ $x = 1$ يكون $f(1) = 3$ ، فنتحصل على نقطة C إحداثياتها $(1 ; 3)$ ؛
و عليْه يكون المستقيم (OC) هو التمثيل البياني للدالة الخطية f .
- اكمل الجدول التالي :

النقطة	B	C	O	A
الفاصلة x	2	1	0	-2
الترتيب $f(x)$	6	3	0	-6
إحداثيتا النقطة	$(2 ; 6)$	$(1 ; 3)$	$(0 ; 0)$	$(-2 ; -6)$

- هل النقط B ؛ C ؛ O ؛ A في استقامية ؟ علل.

الجداءان المتصالبان متساويان في كل عموديْن من أعمدة الجدول المكون من السّطريْن الثاني و الثالث ؛ إذن هذا الجدول يعبّر عن وضعية تناسبية ؛
نستنتج أن النقط B ؛ C ؛ O ؛ A في استقامية.

- لنبرهن أن كل النقط التي إحداثيتيْها $(x ; f(x))$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدّالة f.
لتكن M نقطة إحداثياتها $(x ; f(x))$.
اكمل مايلي :

النقطة	C	A	M
إحداثيتا النقطة	$(1 ; 3)$	$(-2 ; -6)$	$(x ; f(x))$
الفاصلة x	1	-2	x
الترتيب $f(x)$	3	-6	$3x$

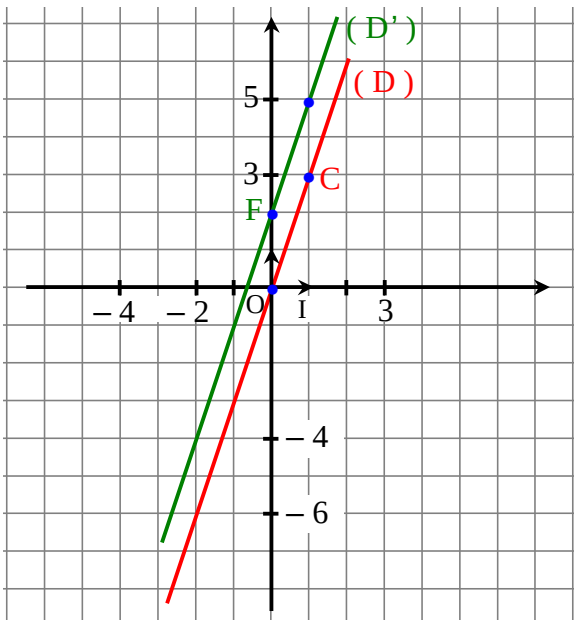
هذا الجدول يعبّر عن وضعية تناسبية ؛
لأنه في كل عموديْن من السطريْن الثالث و الرّابع ، الجداءان المتصالبان متساويان ؛
فالنقط C ؛ A ؛ M في استقامية مع المبدأ O للمعلم.
نستنتج أن M نقطة من المستقيم (OC) التمثيل البياني للدّالة الخطية f .

نشاط 06 ص 88 : تمثيل دالة تآلفية.

المستوي منسوب إلى معلم $(O ; \vec{OI} ; \vec{OJ})$.

1) انشىء (D) التمثيل البياني للدالة الخطية f المعرفة بـ : $f(x) = 3x$.

- انشىء (D') صورة (D) بالإنسحاب الذي يحوّل النقطة O إلى F بحيث $F(0 ; 2)$.



➤ نعتبر الدالة التآلفية g المعرفة بـ: $g(x)=3x+2$

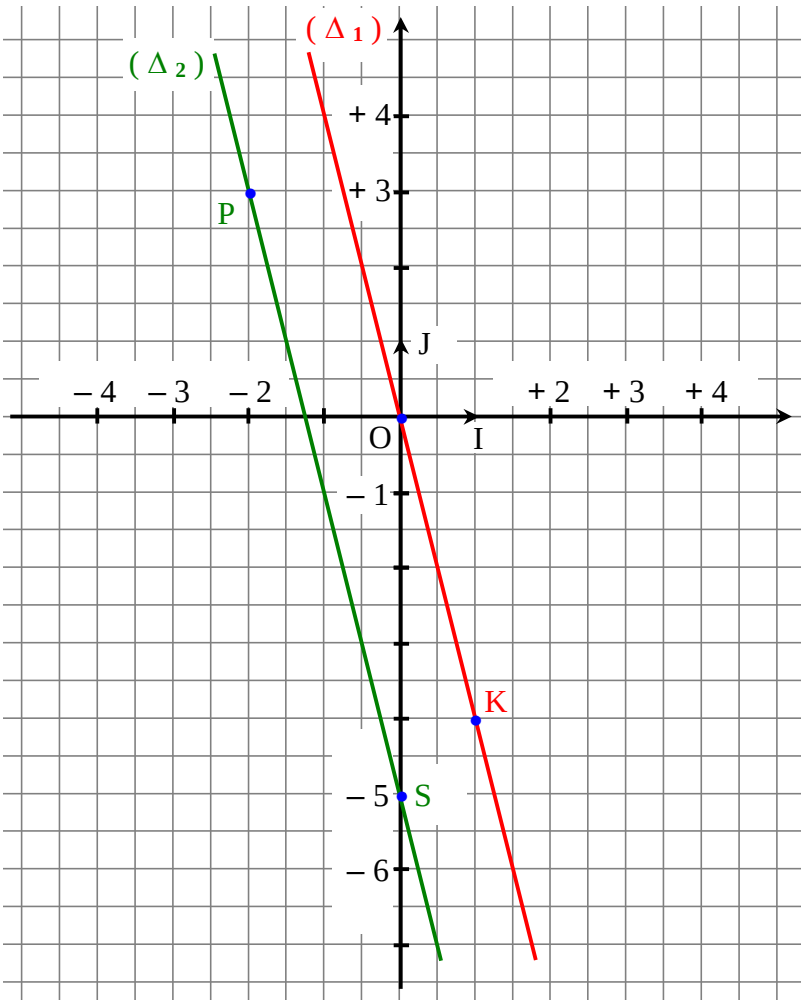
لنبيّن أن كل نقط التمثيل البياني للدالة g تنتمي إلى المستقيم (D').
لتكن $M'(x;y)$ نقطة من التمثيل البياني للدالة التآلفية g؛
إذن $y=g(x)$ أي $y=3x+2$.
ومنه M' هي صورة $M(x;3x)$ من (D) بالإنسحاب الذي يحوّل O إلى F؛
إذن M' تنتمي إلى المستقيم (D').

لنبيّن أن كل نقط المستقيم (D') تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g.
لتكن $M'(x;y)$ نقطة من (D')؛
إذن M' هي صورة $M(x;3x)$ من (D) بالإنسحاب الذي يحوّل O إلى F؛
ومنه $y=3x+2$ أي $y=g(x)$.
إحداثيتا M' تحققان العبارة الجبرية للدالة g؛
إذن M' تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g.

نستنتج أن المستقيم (D') هو التمثيل البياني للدالة التآلفية g.

2) لتكن h الدالة الخطية حيث: $h(x)=-4x$ وليكن (Δ_1) التمثيل البياني لها.
اكمل مايلي:
$h(1)=-4$، فالمستقيم (Δ_1) يشمل النقطة $K(1;-4)$؛
المستقيم (Δ_1) يشمل المبدأ O لأن h دالة خطية.
إذن (Δ_1) هو المستقيم (OK).

➤ لتكن k الدالة التآلفية حيث: $k(x)=-4x-5$ وليكن (Δ_2) التمثيل البياني لها.
اكمل مايلي:
$k(-2)=3$، فالمستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $P(-2;3)$؛
$k(0)=-5$، فالمستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $S(0;-5)$؛
إذن (Δ_2) هو المستقيم (PS).



➤ انشىء (Δ_1) و (Δ_2).

نشاط 07 ص 89 : معادلة مستقيم .

1) نعتبر $M(x;y)$ نقطة من المستقيم الممثل للدالة التآلفية k المعرفة كالتالي : $k(x)=3x+5$.

◄ اكتب y بدلالة x . . . . . $y=3x+5$

المساواة $y=3x+5$ تُسمّى **المعادلة المبسّطة للمستقيم** الممثل للدالة k .

◄ اكمل الجدول الموالي :

الدالة	العبارة الجبرية للدالة	ترميز الدالة	المعادلة المبسّطة للمستقيم الممثل للدالة
k	$k(x)=3x+5$	$k : x \longmapsto 3x+5$	$y=3x+5$
h	$h(x)=-2x+6$	$h : x \longmapsto -2x+6$	$y=-2x+6$
f	$f(x)=x+1$	$f : x \longmapsto x+1$	$y=x+1$
g	$g(x)=-\frac{2}{3}x+2$	$g : x \longmapsto -\frac{2}{3}x+2$	$y=-\frac{2}{3}x+2$
i	$i(x)=-3x$	$i : x \longmapsto -3x$	$y=-3x$
j	$j(x)=7x$	$j : x \longmapsto 7x$	$y=7x$

2) لتكن النقطتان $A(-1;-2)$ و $B(-8;-6)$.

هل النقطتان A و B تنتميان إلى التمثيل البياني للدالة k المعرفة بـ $k(x)=3x+5$ ؟

$k(-2)=3(-2)+5=-1$

إحداثيّتا A تحققان العبارة الجبرية للدالة k

إذن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة k .

$k(-6)=3(-6)+5=-13\neq -8$

إحداثيّتا B لا تحققان العبارة الجبرية للدالة k

إذن B لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة k .

3) لتكن النقط $C(\frac{1}{2};5)$ ؛ $D(4;-2)$ ؛ $E(0;6)$.

◄ اوجد العبارة الجبرية للدالة التآلفية h التي تمثيلها البياني المستقيم (CD) .

h دالة تآلفية ؛ إذن $h(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان .

C و D نقطتان من التمثيل البياني للدالة h ؛ إذن $h(\frac{1}{2})=5$ و $h(4)=-2$.

حساب معامل التناسب a : $a=\frac{h(4)-h(\frac{1}{2})}{4-\frac{1}{2}}=\frac{-2-5}{3,5}=\frac{-7}{3,5}=-2$

حساب b : $h(4)=-2$ ومنه $a\times 4+b=-2$ ومنه $b=-2-4a$

$a=-2$ ومنه $b=-2-4(-2)$ ومنه $b=6$

نستنتج أن $h(x)=-2x+6$

◄ بيّن أن النقط C ؛ D ؛ E في استقامية .

$h(0)=-2\times 0+6=0+6=6$

إحداثيّتا E تحققان العبارة الجبرية للدالة h ؛

إذن E تنتمي إلى (CD) التمثيل البياني للدالة h ؛

نستنتج أن النقط C ؛ D ؛ E في استقامية .

4) f و g دالتان معرفتان كمايلي : $f(x)=x+1$ و $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$.

➤ حل جبريا المعادلة $f(x)=g(x)$.

$f(x)=g(x)$ ومنه $x+1=-\frac{2}{3}x+2$

ومنه $\frac{3}{3}x+\frac{2}{3}x=2-1$

ومنه $\frac{3+2}{3}x=1$

ومنه $\frac{5}{3}x=1$ ؛ أي $x=\frac{3}{5}$

المعادلة $f(x)=g(x)$ تقبل حلا وحيدا هو $\frac{3}{5}$.

➤ مثل بيانيا الدالتيْن f و g في مستو منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$.

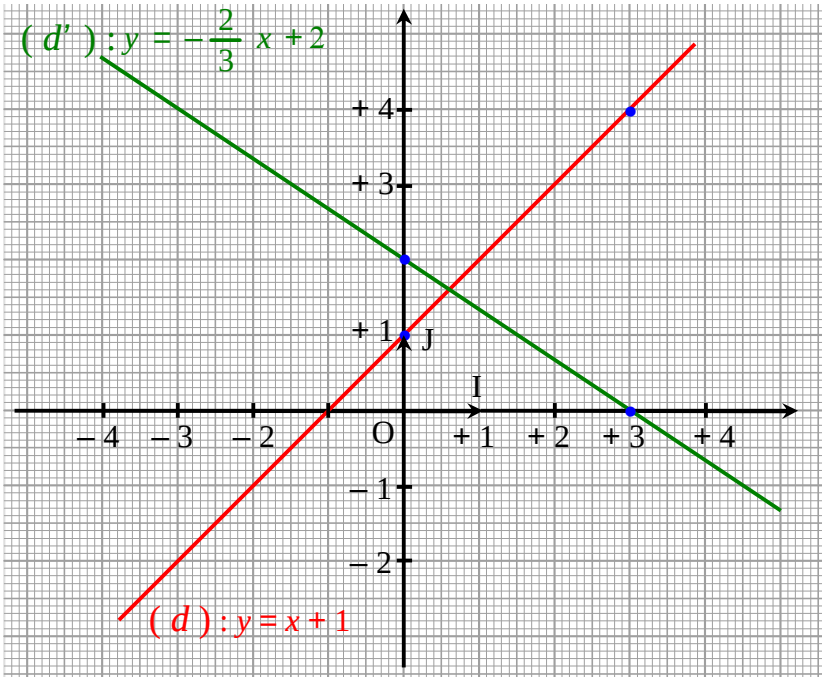
(d) هو التمثيل البياني للدالة f و (d') هو التمثيل البياني للدالة g .

$f(0)=0+1=1$ ؛نستنتج أن (d) يشمل النقطة ذات الإحداثيّتيْن $(0;1)$.

$f(3)=3+1=4$ ؛نستنتج أن (d) يشمل النقطة ذات الإحداثيّتيْن $(3;4)$.

$g(0)=-\frac{2}{3}\times 0+2=2$ ؛نستنتج أن (d') يشمل النقطة ذات الإحداثيّتيْن $(0;2)$.

$g(3)=-\frac{2}{3}\times 3+2=0$ ؛نستنتج أن (d') يشمل النقطة ذات الإحداثيّتيْن $(3;0)$.



➤ احسب إحداثيّتيْ S نقطة تقاطع المستقيميْن (d) و (d') .

S هي نقطة تقاطع المستقيميْن (d) و (d') ؛

إذن فاصلة S هي الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=g(x)$ ؛ أي $\frac{3}{5}$.

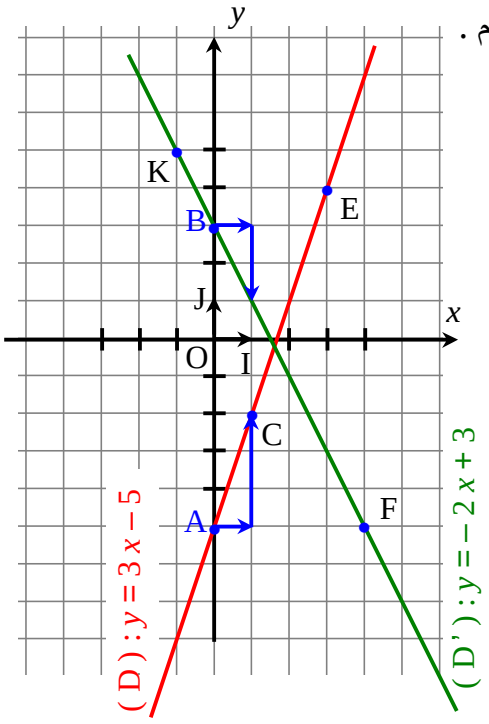
حساب ترتيب S : $f(\frac{3}{5})=\frac{3}{5}+1=\frac{3}{5}+\frac{5}{5}=\frac{8}{5}$

نستنتج أن $S(\frac{3}{5};\frac{8}{5})$.

نشاط 08 ص 90 : تعيين المعاملين a و b انطلاقا من التمثيل البياني لدالة تآلفية .

1) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كمايلي : $f(x)=3x-5$ ؛ $g(x)=-2x+3$

ليكن (D) التمثيل البياني للدالة f و (D') التمثيل البياني للدالة g .



➤ مثل بيانيا كل من f و g في نفس المستوي المزوّد بمعلم .

f و g دالتان تآلفيّتان غيْر خطيتيْن ، إذن يكفي تعيين نقطتين من كل تمثيل بياني لإنشائه .

$f(1)=3\times1-5=-2$ و $f(3)=3\times3-5=4$ ؛

إذن (D) يشمل النقطتيْن $C(1;-2)$ و $E(3;4)$.

$g(4)=-2\times4+3=-5$ و $g(-1)=-2(-1)+3=5$

إذن (D') يشمل النقطتيْن $F(4;-5)$ و $K(-1;5)$.

➤ اكمل مايلي :

♫ انطلاقا من النقطة A من (D) حيث $A(0;-5)$ ،

إذا اتجهنا بوحدة أفقيا نحو اليمين فإننا نتجه شاقوليا نحو الأعلى بـ 3 وحدات لنصل إلى المستقيم (D) .

العدد 3 يُسمى **مُعامل توجيه المستقيم** (D) ؛

و هو مُعامل التناسب للدالة f .

إذا كان المعلم **متعامد ومتجانس** ، العدد 3 يُسمى أيضا **ميْل المستقيم** (D) .

♫ انطلاقا من النقطة B من (D') حيث $B(0;+3)$ ، إذا اتجهنا بوحدة أفقيا نحو اليمين فإننا نتجه شاقوليا نحو الأسفل بوحدتيْن لنصل إلى المستقيم (D') .

مُعامل توجيه المستقيم (D') هو العدد -2 ؛ و هو مُعامل التناسب للدالة g .

إذا كان المعلم **متعامد ومتجانس** ، العدد -2 يُسمى أيضا **ميْل المستقيم** (D') .

♫ ماذا يمثل ترتيبا النقطتين A و B في كل حالة ؟

ترتيب النقطة A هو المعامل b للدالة f و هو أيضا الترتيب إلى المبدأ للمستقيم (D) .

ترتيب النقطة B هو المعامل b للدالة g و هو أيضا الترتيب إلى المبدأ للمستقيم (D') .

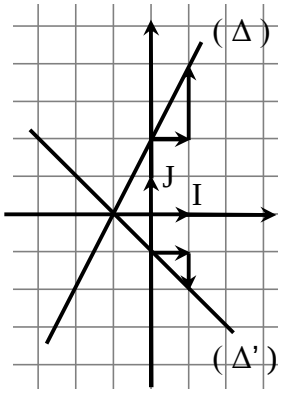
ملاحظة :

عندما نتجه بوحدة أفقيا نحو اليمين ، ثمّ **نتجه شاقوليا نحو الأسفل** لنصل إلى التمثيل البياني لدالة تآلفية ، يكون **معامل توجيه المستقيم** الممثل لهذه الدالة **عددا سالبا** .

2) نعتبر النقط $A(-1;+4)$ ؛ $B(+5;-8)$ ؛ $C(-2;-3)$.

معامل توجيه المستقيم (AB) هو $a=\dfrac{-8-4}{5-(-1)}$ ؛ أي $a=-2$

معامل توجيه المستقيم (AC) هو $a=\dfrac{-3-4}{-2-(-1)}$ ؛ أي $a=+7$



➤ معامل توجيه المستقيم (Δ) هو 2

معامل توجيه المستقيم (Δ') هو -1

نشاط 09 ص 91 : إنجاز تمثيل بياني لوضعية يتدخل فيها مقداران أحدهما مُعطى بدلالة الآخر .

1) كتابة كلا من $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

ثمن الكيلومتر لدى الوكالة A هو $50 \div 500$ ؛ أي $10\,DA$

إذن $f(x) = 10x + 2500$.

ثمن الكيلومتر لدى الوكالة B هو $50 \div 750$ ؛ أي $15\,DA$

إذن $g(x) = 15x + 1500$.

2) تمثيل الدالتين f و g بيانيا :

- التمثيل البياني للدالة f هو نصف مستقيم لأن $x \geq 0$ و f دالة تآلفية ؛ مبدؤه النقطة ذات الإحداثيتين $(0;2500)$ لأن الترتيب إلى المبدأ هو 2500 ، و يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(1000;12500)$ لأن $f(1000) = 12500$.
- التمثيل البياني للدالة g هو نصف مستقيم لأن $x \geq 0$ و g دالة تآلفية ؛ مبدؤه النقطة ذات الإحداثيتين $(0;1500)$ لأن الترتيب إلى المبدأ هو 1500 ، و يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(1000;16500)$ لأن $g(1000) = 16500$.

3) بقراءة بيانية ، التمثيلان البيانيان للدالتيْن f و g يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتين $(200;4500)$

إذن $x' = 200$.

- التحقق ، جبريا ، من النتيجة :

x' هو الحل الوحيد للمعادلة : $g(x') = f(x')$.

$g(x') = f(x')$ و منه $15x' + 1500 = 10x' + 2500$

و منه $15x' - 10x' = 2500 - 1500$

و منه $5x' = 1000$

و منه $x' = 200$

- x' يمثل المسافة المقطوعة التي من أجلها يكون المبلغ المُستحق هو نفسه لدى كل من الوكالتيْن .

4) دراسة وضعية المنحنيين :

الحالة 1 :

بقراءة بيانية $x < 200$ معناه :

المنحنى الممثل للدالة f يقع فوق المنحنى الممثل للدالة g و هذا يعني أنه من أجل المسافات المقطوعة الأقل من $200\ km$ يكون المبلغ المُستحق لدى الوكالة A أكبر من المبلغ المُستحق لدى الوكالة B .

الحالة 2 :

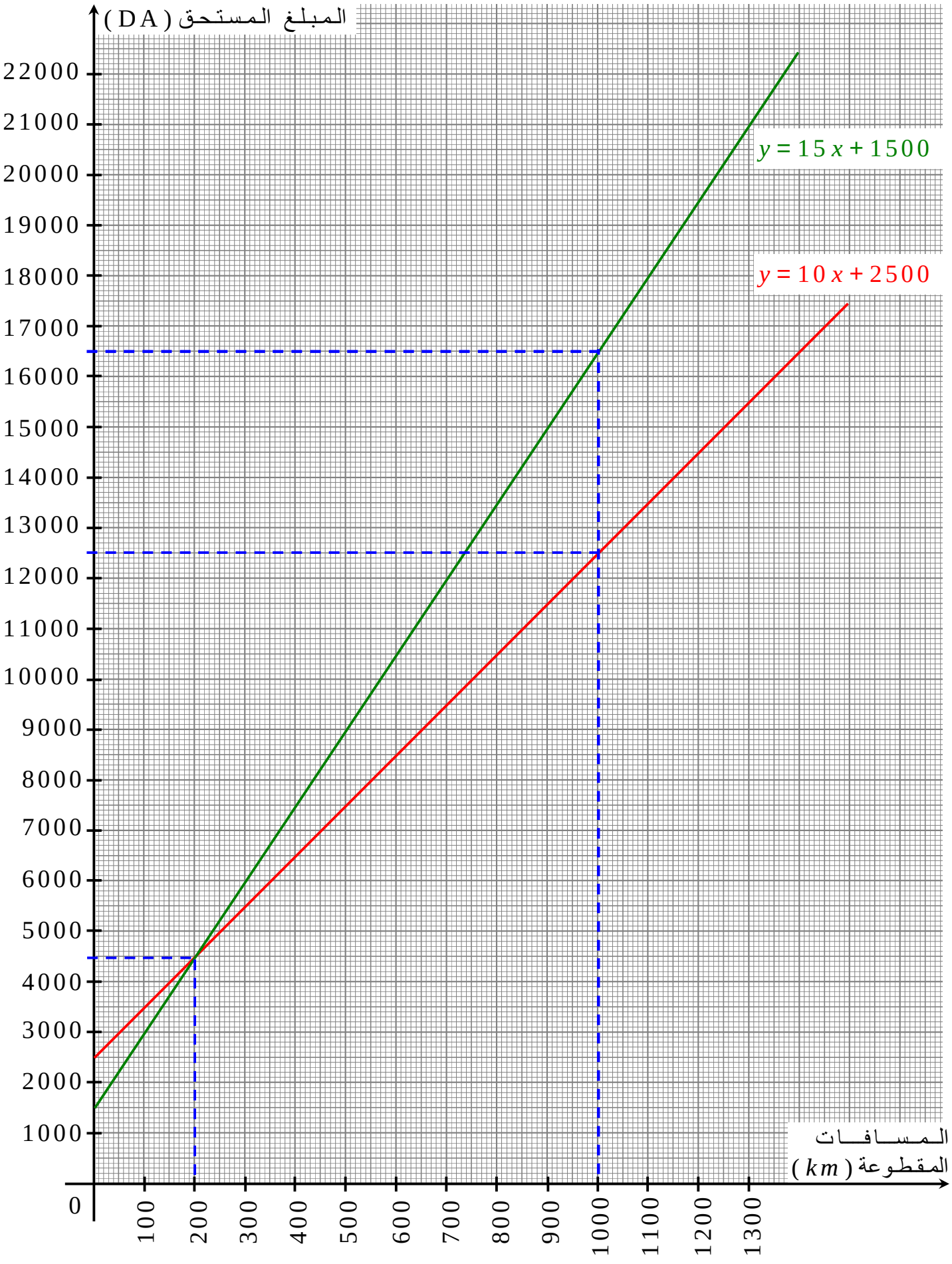
بقراءة بيانية $x > 200$ معناه :

المنحنى الممثل للدالة f يقع تحت المنحنى الممثل للدالة g و هذا يعني أنه من أجل المسافات المقطوعة الأكبر من $200\ km$ يكون المبلغ المُستحق لدى الوكالة A أقل من المبلغ المُستحق لدى الوكالة B .

5) تكون الوكالة A أفضل لحسّان عندما يكون المبلغ المُستحق لدى الوكالة A أقل من المبلغ المُستحق لدى الوكالة B أي عندما تفوق المسافة المقطوعة $200\ km$ ؛

و عليه تكون الوكالة A أفضل لحسّان في الحالة 2 .

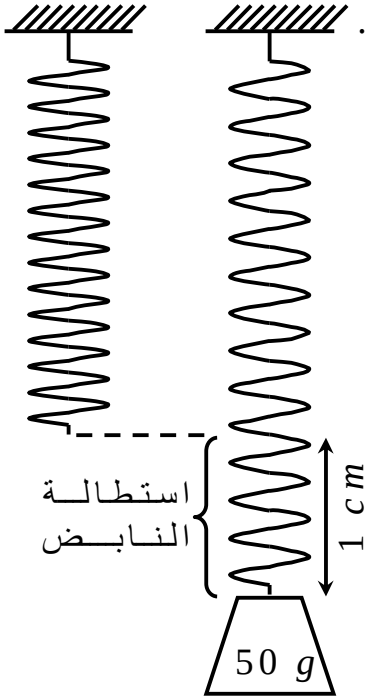
تمثيل الدالتين f و g بيانيا :



نشاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية .

الجزء ① :

نابض مثبت ، نعلق في طرفه الحر كتلة $g(x)$ ونعيّن في كل مرّة الإستطالة y بالسنتمتر علما أن الإستطالة y متناسبة مع الكتلة المعلقة x .



1) اكمل الجدول التالي :

x	0	50	100	350	335
y	0	1	2	7	6,7

× 1/50 ، × 50

2) عبّر عن y بدلالة x . $y = \frac{1}{50}x$

3) باستعمال عبارة y بدلالة x ؛ احسب استطالة النابض من أجل الكتل $250\ g$ ؛ $1000\ g$ ؛ $1500\ g$.

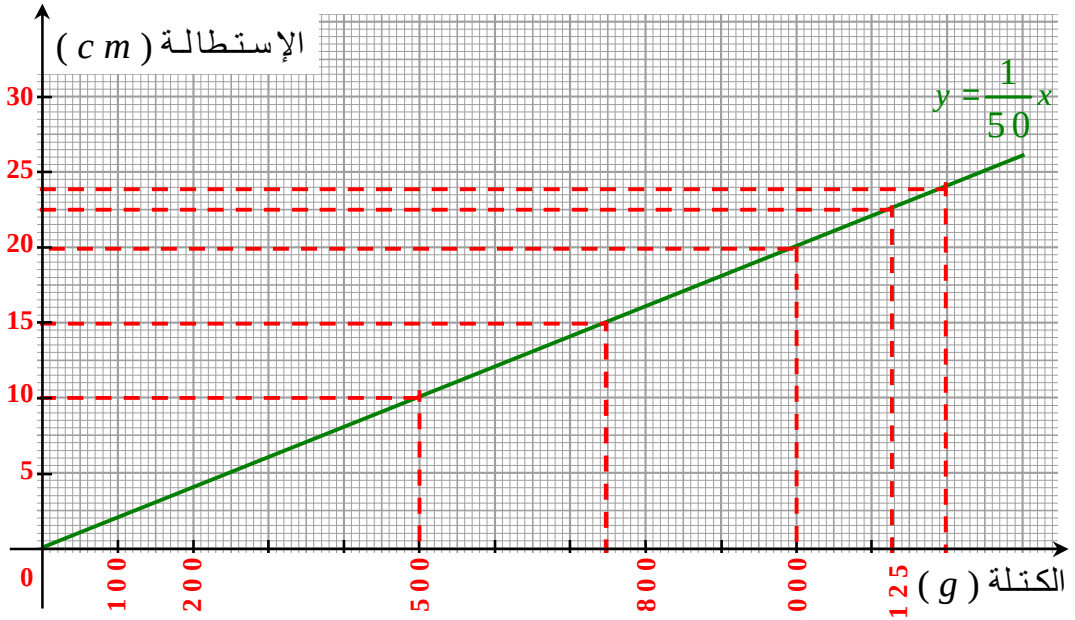
من أجل $x = 250$ يكون $y = \frac{1}{50} \times 250 = 5\ cm$

من أجل $x = 1000$ يكون $y = \frac{1}{50} \times 1000 = 20\ cm$

من أجل $x = 1500$ يكون $y = \frac{1}{50} \times 1500 = 30\ cm$

4) مثل هذه الوضعية التناسبية (خذ $1\ cm$ على محور الفواصل لتمثيل $100\ g$ و $1\ cm$ على محور التراتيب لتمثيل $5\ cm$)

ممّا سبق ينتج أن التمثيل البياني يشمل مبدأ المعلم و النقطة ذات الإحداثيتين $(1000 ; 20)$.



5) اوجد بيانيا استطالة النابض من أجل الكتلتين $500\ g$ ؛ $1200\ g$

اوجد بيانيا الكتلتين التي ينبغي تعليقهما للحصول على استطالة قدرُها $15\ cm$ ؛ $22,5\ cm$.

بقراءة بيانية :

- استطالة النابض من أجل الكتلة $500\ g$ هي ترتيب النقطة من التمثيل البياني التي فاصلتها 500 ؛ فهي إذن $10\ cm$.
- استطالة النابض من أجل الكتلة $1200\ g$ هي ترتيب النقطة من التمثيل البياني التي فاصلتها 1200 ؛ فهي إذن $24\ cm$.
- الكتلة التي ينبغي تعليقها للحصول على استطالة قدرُها $15\ cm$ هي فاصلة النقطة من التمثيل البياني التي ترتيبها 15 ؛ فهي إذن $750\ g$.
- الكتلة التي ينبغي تعليقها للحصول على استطالة قدرُها $22,5\ cm$ هي فاصلة النقطة من التمثيل البياني التي ترتيبها 22,5 ؛ فهي إذن $1125\ g$.

نشاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية .

الجزء ② :

نقرأ الجدول التالي في فاتورة كهرباء .

سونلغاز SONELGAZ الشركة الوطنية للكهرباء و الغاز	رقم التعريف الضريبي : 069160100012742 رقم البند الضريبي : 42120024521 الفترة : الثلاثي الثالث 2005

التعريفة	المبلغ المستحق بدون رسوم القيمة المضافة (DA)	مبلغ رسم القيمة المضافة		المبلغ المستحق بكافة الرسوم (DA)
		النسبة المئوية (%)	المبلغ (DA)	
الكهرباء	1532,00	07	107,24	1639,24
الغاز	176,07	07	12,32	188,39
ضريبة استهلاك الطاقة	100,00	00	00,00	100,00
ضريبة السكن	75,00	00	00,00	75,00
	1883,07		119,56	2002,63

أ) كيْف وُجِدَ مبلغ رسم القيمة المُضافة في استهلاك الكهرباء ؟

بحساب **%** 7 من المبلغ المستحق بدون رسوم القيمة المضافة .

$1532 \times 7\ \% = 1532 \times 0{,}07 = 107{,}24\ DA$

ب) كيْف حُسِبَ المبلغ المُستحق بكل الرسوم في استهلاك الكهرباء ؟

حُسِبَ بجمع المبلغ المستحق بدون رسوم القيمة المضافة و مبلغ رسم القيمة المضافة .

$1532 + 107{,}24 = 1639{,}24\ DA$ أو $1532 \times 1{,}07 = 1639{,}24\ DA$. $1532 \times (1 + 7\ \%)$

حساب **%** 7 من الكمية x معناه حساب : $\frac{7}{100} \times x = 0{,}07 \times x$

زيادة الكمية x بـ **%** 7 معناه حساب : $x + \frac{7}{100} x = (1 + \frac{7}{100})\ x$

نشاط 10 ص 92 : تطبيقات التناسبية .

الجزء ③ :

في إحدى واجهات محلات الملابس عُلِقت اللافتة **تخفيض 30 %**

اخذ **30 %** من x معناه حساب : $\frac{30}{100} \times x = 0,3 \times x$

تخفيض x بـ **30 %** معناه حساب : $x - \frac{30}{100} x = \left(1 - \frac{30}{100}\right) x = 0,7\ x$

اكمل الجدول التالي :

السعر (DA)	1900	4250	3400	5000
قيمة التخفيض	570	1275	1020	1500
السعر بعد التخفيض	1330	2975	2380	3500

الجزء ④ :

سيّارة سعرها 800 000 DA ؛ انخفض سعرها بـ **5 %** ؛ ثمّ انخفض مرّة أخرى بـ **3 %**

1) ما هي الأجوبة الصحيحة من بين الأجوبة الثلاث التالية :

الإجابة 1 :	$\left(1 - \frac{3}{100}\right)\left(1 - \frac{5}{100}\right) \times 800\,000 = 737\,200$ DA
الإجابة 2 :	$\left(1 - \frac{5}{100}\right) \times 800\,000 = 760\,000$ DA $\left(1 - \frac{3}{100}\right) \times 760\,000 = 737\,200$ DA
الإجابة 3 :	$\left(1 - \frac{8}{100}\right) \times 800\,000 = 736\,000$ DA

الإجابة 1 و الإجابة 2 صحيحتان ؛ أما الإجابة 3 فهي خاطئة .

2) **اكمل** : تخفيض x بـ **5 %** ؛ ثمّ بـ **3 %** معناه حساب :

$\left(1 - \frac{5}{100}\right)\left(1 - \frac{3}{100}\right) x$

3) هل يبقى سعر السيّارة 800 000 DA ثابتا ، إذا انخفض بـ **8 %** ؛ ثمّ زاد بـ **8 %** ؟

سعر السيّارة بعد التخفيض هو $\left(1 - \frac{8}{100}\right) \times 800\,000 = 736\,000$ DA

سعر السيّارة بعد الزيادة هو $\left(1 + \frac{8}{100}\right) \times 736\,000 = 794\,880$ DA

إذن سعر السيّارة لا يبقى ثابتا .

4) **اكمل** : تخفيض x بـ **8 %** ؛ ثمّ زيادته بـ **8 %** معناه حساب :

$\left(1 - \frac{8}{100}\right)\left(1 + \frac{8}{100}\right) x$

نشاط 11 ص 95 : المقادير المركبة .

الجزء ① : الطاقة الكهربائية .

تستهلك الأجهزة الكهربائية طاقة كهربائية E وفق القانون $E = p\,t$ حيث p هي الإستطاعة الكهربائية مُعبّرا عنها بالواط الساعي (wh) أو الكيلوواط الساعي (kwh) و t هو زمن التشغيل بالساعات .

➤ احسب بالواط الساعي ؛ ثمّ بالكيلوواط الساعي الطاقة المستهلكة للأجهزة الآتية خلال المُدَد المبينة في الجدول :

الجهاز	الإستطاعة	مُدّة التشغيل
تلفاز	$80\ w$	$2\ h$
مصباح	$75\ w$	$1\ h\ 20\ mn$
مدْفأة كهربائية	$1800\ w$	$1\ h$

الطاقة التي يستهلكها التلفاز E_1 :

$E_1 = 80 \times 2 = 160\ wh$

$= 0,16\ kwh$

الطاقة التي يستهلكها المصباح E_2 :

تحويل : $20\ mn = \frac{20}{60}\ h = \frac{1}{3}\ h$

$E_2 = 75 \times (1 + \frac{1}{3})$

$= 75 \times \frac{4}{3}$

$= 100\ wh$

$= 0,1\ kwh$

الطاقة التي تستهلكها المدْفأة الكهربائية E_3 :

$E_3 = 1800 \times 1$

$= 1800\ wh$

$= 1,8\ kwh$

➤ ما هي تكلفة استعمال المدْفأة الكهربائية ، إذا علمت أن ثمن الكيلوواط الساعي هو 1,5 DA ؟

تكلفة استعمال المدْفأة الكهربائية خلال ساعة واحدة هي : 2,7 DA .

$1,8 \times 1,5 = 2,7$

الجزء ② : السرعة المتوسطة .

قطعت سيّارة مسافة $d_1 = 126\ km$ في مُدّة قدرها $t_1 = 1\ h\ 24\ mn$.

➤ احسب v سرعتها المتوسطة .

تحويل : $t_1 = 1 + \frac{24}{60} = 1 + \frac{24}{60} = 1,4\ h$

$v = \frac{d_1}{t_1} = \frac{126}{1,4} = 90\ km/h$

➤ ما هي المُدّة t_2 التي تستغرقها لقطع مسافة $d_2 = 234\ km$ في نفس الظروف ؟

طريقة أولى :

نعلم أن $v = \frac{d_2}{t_2}$ ومنه $t_2 = \frac{d_2}{v}$

$v = 90\ km/h$

$t_2 = \frac{d_2}{v} = \frac{234}{90} = 2,6\ h$

طريقة ثانية : t_2 هو الرابع المتناسب في جدول التناسبية الآتي :

t_2	234
1,4	126

ومنه $t_2 = \frac{1,4 \times 234}{126}$ أي : $t_2 = 2,6\ h$

$0,6\ h = 0,6 \times 60 = 36\ mn$

$t_2 = 2\ h\ 36\ mn$

نشاط 11 ص 95 : المقادير المركبة .

الجزء ③ : الكتلة الحجمية .

الكتلة الحجمية للنحاس هي : $8,9\ g/cm^3$.

➤ ماذا تعني هذه الجملة ؟

تعني أن $1\ cm^3$ من النحاس يزن $8,9\ g$.

➤ لتكن m الكتلة مُعبّرا عنها بالغرام (g) ،

و V الحجم مُعبّرا عنه بالسّنتيمتر المكعب (cm^3) .

عبّر عن m بدلالة V .

$$m = 8,9 \times V$$

➤ ما هي كتلة $20\ cm^3$ من النحاس ؟

$$m = 8,9 \times 20 = 178\ g$$

كتلة $20\ cm^3$ من النحاس هي : $178\ g$.

➤ مثل بيانيا كتلة النحاس بدلالة حجمه ؛ وذلك بوضع الحجم على محور الفواصل و الكتلة على محور التراتيب .

نأخذ $1\ cm$ على محور الفواصل لتمثيل $1\ cm^3$ من النحاس .

نأخذ $1\ cm$ على محور التراتيب لتمثيل $10\ g$ من النحاس .

إذا كان $V = 0\ cm^3$ فإن $m = 8,9 \times 0 = 0\ g$

إذا كان $V = 20\ cm^3$ فإن $m = 178\ g$

نستنتج أن التمثيل البياني يشمل مبدأ المعلم و النقطة ذات الإحداثيتين $(20 ; 178)$.

➤ بالاعتماد على التمثيل البياني ؛ اعْطِ قيمة مقربة لكتلة $3\ cm^3$ من النحاس ، ثمّ تحقق حسابيا .

بقراءة بيانية ، كتلة $3\ cm^3$ من النحاس هي ترتيب النقطة ذات الفاصلة 3 ، و هي بالتقريب $27\ g$.

التحقق حسابيا :

إذا كان $V = 3\ cm^3$ فإن $m = 8,9 \times 3 = 26,7\ g$

➤ ما هو حجم $1,424\ kg$ من النحاس ؟ علل .

التحويل :

$$m = 1,424\ kg$$

$$= 1424\ g$$

لنحل المعادلة : $m = 1424$

لدينا $m = 1424$

و منه $8,9\ V = 1424$

و منه $V = 1424 \div 8,9$

و منه $V = 160$

حجم $1,424\ kg$ من النحاس هو $160\ cm^3$.

التمثيل البياني لكتلة النحاس بدلالة حجمه :