**متوسطة سليمان بن حمزة البيض** **المستوى الرابعة متوسط**

## مراجعة عامة

### القاسم المشترك الأكبر:pgcd

طريقة خوارزمية اقليدس عملية القسمات

| a | b | الباقي |
|---|---|---|
| 42 | 30 | 12 |
| 30 | 12 | 6 |
| 12 | 6 | 0 |

طريقة خوارزمية اقليدس عملية الطرح

**42-30=12**
**30-12=18**
**18-12=6**
**12-6=6**
**6-6=0**

و منه القاسم المشترك الأكبر للعددين 42 و 30 هو 6 أي

$PGCD(42\ ,\ 30)=6$

لكتابة $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال نحسب $PGCD(a\ ,\ b)=d$ و نقسم البسط و المقام على d أي: $\frac{a\div d}{b\div d}$ هو كسر غير قابل للاختزال مثل $\frac{2}{3}=\frac{34\div 17}{51\div 17}=\frac{34}{51}$ لأن $PGCD(51\ ,\ 34)=17$

يكون الكسر $\frac{a}{b}$ كسر غير قابل للاختزال إذا كان $PGCD(a\ ,b)=1$

### المتطابقات الشهيرة:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

مثال: $(2x+3)^2=4x^2+12x+9$

$(\sqrt{5}+3)^2=5+6\sqrt{5}+9=14+6\sqrt{5}$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

مثال: $(3x-5)^2=9x^2-30x+25$

$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=12-4\sqrt{15}+5=17-4\sqrt{15}$

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

مثال : $(3x-4)(3x+4)=9x^2-16$

$(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)=7-25=-18$

**نشر عبارة جبرية:** نشر عبارة جبرية مكتوبة على شكل جداء يعني كتابتها على شكل مجموع

$A=(3x+1)(2x-5)=6x^2-15x+2x-5$

$=6x^2-13x-5$

مع الانتباه لضرب الإشارات

### تحليل عبارات جبرية: 1- باستعمال العامل المشترك

تحليل العبارة A: $A=(5x-1)(4x+2)-2x(5x-1)$

1- نبرز العامل المشترك: $=\mathbf{(5x-1)}(4x+2)-2x\mathbf{(5x-1)}$

2- نخرج العامل المشترك: $=\mathbf{(5x-1)}[(4x+2)-2x]$

3- نحذف الأقواس التي بداخل العارضتين: $=\mathbf{(5x-1)}[4x+2-2x]$

4- نبسط داخل العارضتين فنحصل على: $A=\mathbf{(5x-1)}(2x+2)$

تحليل العبارة B: $B=64x^2-12x$

$B=\mathbf{4x}\times 16x-\mathbf{4x}\times 3$

$B=\mathbf{4x}(16x-3)$

### 2- باستعمال المتطابقات الشهيرة

تحليل العبارة C: أي عكس عملية النشر

$C=36x^2+12x+1$

$C=(6x+1)^2$

تحليل العبارة D:

$D=49-14x+x^2$

$D=(7-x)^2$

تحليل العبارة E:

$E=25-4x^2$

$E=5^2-(2x)^2$

$E=(5-2x)(5+2x)$

تحليل العبارة F:

$F=(2x-1)^2-16$

$F=(2x-1)^2-4^2$

$F=[(2x-1)-4][(2x-1)+4]$

$F=[2x-1-4][2x-1+4]$

$F=(2x-5)(2x+3)$

### حل معادلة الجداء المعدوم: $(3x-5)(x+4)=0$

إما $x+4=0$ أو $3x-5=0$

أي $x=-4$ أو $3x=5$

و منه $x=-4$ أو $x=\frac{5}{3}$

حلا المعادلة هما $x=-4$ ، $x=\frac{5}{3}$

### حل المعادلة: $(3x-5)+(x+4)=0$

نحذف الأقواس $3x-5+x+4=0$

ننقل المجاهيل في طرف و المعاليم في طرف

$3x+x=5-4$

$4x=1$

أي: $x=\frac{1}{4}$ و هو حل المعدلة

### حل معادلة يؤول حلها إلى معادلة الجداء المعدوم:

مثال : حل المعادلة $(x+3)^2-2(x+3)(2x+1)=0$

نجعل طرفها الأيمن صفرا ثم نحلل الطرف الأيسر أي:

$\mathbf{(x+3)}(x+3)-2\mathbf{(x+3)}(2x+1)=0$

$\mathbf{(x+3)}[(x+3)-2(2x+1)]=0$

$\mathbf{(x+3)}[x+3-4x-2]=0$

نحصل على معادلة الجداء المعدوم: $(x+3)(-3x+1)=0$

إما $-3x+1=0$ أو $x+3=0$

أي $-3x=-1$ أو $x=-3$

و منه $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-3$ وهما حلا المعادلة

### تريض مسألة و حلها:

1-قراءة المسألة جيدا 2-اختيار المجهول 3-حل المعادلة 4- التحقق من الحل(معقولية النتائج) 5- الإجابة عن السؤال

**حل متراجحة من الدرجة الأولى:** تتبع نفس مراحل حل معادلة مع مراعاة الخواص المتعلقة بضرب و قسمة متراجحة في عدد سالب ثم نستنتج مجموعة الحلول و نمثلها على مستقيم مدرج نلون الجزء الذي يمثل مجموعة الحلول و نشطب الجزء الآخر

مثال 1 : حل المتراجحة: $5x+3\geq 2x+1$

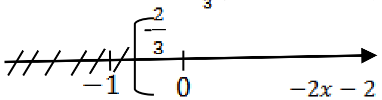
$5x-2x\geq -3+1$

أي : $3x\geq -2$ ( نقسم الطرفين على 3)

و منه: $x\geq \frac{-2}{3}$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأكبر أو تساوي $-\frac{2}{3}$

**التمثيل البياني:**



مثال 2: حل المتراجحة $-2x-2>3x+3$

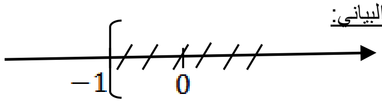
$-2x-3x>3+2$

$-5x>5$ ( نقسم الطرفين على -5 فيتغير الاتجاه)

ومنه: $x<\frac{5}{-5}$ أي $x<-1$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأصغر تماما من -1

التمثيل البياني:



### الجذور: بعض الخواص حيث $b\neq 0$ و $a>b$

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ مثل : $\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ مثل: $\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$

$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$ مثل : $\sqrt{5}+\sqrt{5}\neq\sqrt{10}$ الصحيح $\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

$\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$

تبسيط عدد غير ناطق (أصم) هو كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$

مثال : $\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

جعل مقام النسبة عدد ناطق

مثال1: $\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

مثال2: $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{2}=\sqrt{2}+1$

حل معادلة: $x\sqrt{2}-3=1+x$

$x\sqrt{2}-x=1+3$

$x(\sqrt{2}-1)=4$

$x=\frac{4}{\sqrt{2}-1}$ و هو حل المعادلة

**الدالة الخطية:** $f(x)=ax$ تعبر الدالة الخطية عن وضعية تناسبية

مثال: $f(x)=3x$ صورة العدد 2 بالدالة $f$ هو $6$ أي: $f(2)=6$

صورة العدد $\sqrt{2}$ بالدالة $f$ هو $3\sqrt{2}$ أي: $f(\sqrt{2})=3\sqrt{2}$

**إيجاد عبارة الدالة الخطية:** أوجد عبارة الدالة الخطية $f$ حيث: $f(2)=3$

الجواب: $a=\frac{3}{2}$ و منه عبارة $f$ هي: $f(x)=\frac{3}{2}x$

التمثيل البياني للدالة $f$ هو مستقيم يمر بالمبدأ يكفي نقطة واحدة تختلف عن المبدأ لرسم معادلته: $y=\frac{3}{2}x$ معامل توجيهه هو $\frac{3}{2}$

$f(2)=3$ يعني أن المستقيم يشمل النقطة $A(2\ ;\ 3)$ و المبدأ

**الدالة التآلفية:** $g(x) = ax + b$

مثال: $g(x) = 3x + 2$ ، التمثيل البياني لهذه الدالة هو مستقيم معادلته

$y = 3x + 2$ لا يمر بالمبدأ يكفي نقطتين لرسمه هما:

$g(0) = 2$ أي النقطة الأولى هي $A(0\ ;\ 2)$

$g(1) = 5$ أي النقطة الثانية هي $B(1\ ;\ 5)$

**إيجاد عبارة دالة تآلفية:** أوجد عبارة الدالة التآلفية حيث $g(2) = 3$ ، $g(3) = 5$

1-الطريقة الحسابية: نعتبر الدالة التآلفية كما يلي $g(x) = ax + b$

حساب $a$: $a = \frac{g(3)-g(2)}{3-2} = \frac{5-3}{1} = 2$

بعد حساب $a$ تصبح العبارة ما يلي: $g(x) = 2x + b$

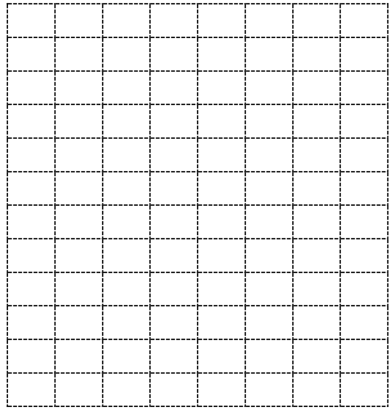
نحسب $g(3) = 6 + b = 5$

$b = 5 - 6 = -1$

و منه عبارة الدالة هي: $g(x) = 2x - 1$

**الطريقة البيانية:** أوجد عبارة الدالة التآلفية $g$ التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(2\ ;3)$ ، $B(3\ ;\ 5)$ يعني $g(2) = 3$ و $g(3) = 5$ أي نفس السؤال السابق

في المعلم نعلم النقطتين $A$ و $B$ ثم نرسم المستقيم الذي يشمل النقطتين



من التمثيل البياني

إيجاد $b$ : نقطة تقاطع المستقيم مع محور التراتيب أي b= -1

إيجاد $a$: *من نقطة التقاطع تتقدم بوحدة نحو اليمين ثم نصعد بوحدتين أي* a=2

*و منه عبارة الدالة التآلفية* g *هي :* $g(x) = 2x - 1$

**النسب المئوية:**

حساب $p\%$ من $x$ هو حساب $y$ حيث: $y = \frac{p}{100}x$

حساب زيادة $x$ بـ $p\%$ هو حساب $y$ حيث: $y = \left(1+\frac{p}{100}\right)x$

حساب خفض $x$ بـ $p\%$ هو حساب $y$ حيث: $y = \left(1-\frac{p}{100}\right)x$

**المقادير المركبة:**

**الكتلة الحجمية** : هي كتلة الجسم بالنسبة إلى حجمه

$\rho = \frac{m}{v}$ أي الكتلة الحجمية $= \frac{الكتلة}{الحجم}$ ، وحدتها $\frac{g}{cm^3}$ أو $\frac{kg}{m^3}$

**السرعة المتوسطة:** هي نسبة المسافة المقطوعة على الزمن المستغرق لقطعها

$v = \frac{d}{t}$ أي السرعة المتوسطة $= \frac{المسافة}{الزمن}$ ، وحدتها $\frac{m}{s}$ أو $\frac{km}{h}$

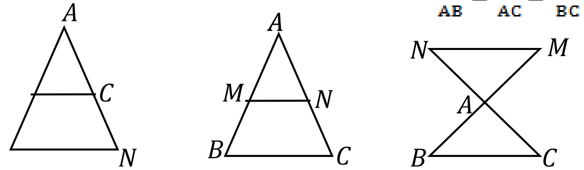
**الطاقة الكهربائية:** هي كمية الاستطاعة الكهربائية المستهلكة خلال زمن معين

$E = P \times t$ أي الطاقة الكهربائية = الاستطاعة × الزمن ، وحدتها $Kwh$ أو wh

**نظرية طالس:** $M$ نقطة من $(AB)$ و $N$ نقطة من $(AC)$

**إذا كان:** التوازي $(MN)\ //\ (BC)$

**فإن:** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$




**النظرية العكسية:**

**إذا كان:** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ و النقط $A$ , $M$, $B$ على نفس الترتيب مع $A$ , $N$ , $C$

**فإن:** $(MN)\ //\ (BC)$

تستعمل لإثبات توازي مستقيمين

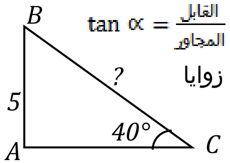
**النسب المثلثية في المثلث القائم:** ∝ زاوية حادة في مثلث قائم

$\sin\propto = \frac{المقابل}{الوتر}$ ، $\csc\propto = \frac{المجاور}{الوتر}$ ، $\tan\propto = \frac{المقابل}{المجاور}$

نستعمل النسب المثلثية في حساب أطوال و أقياس زوايا

**مثال1:** في الشكل المقابل احسب الطول $BC$

لحساب الطول $BC$ نتبع ما يلي :




1) نحدد الزاوية الحادة المعلومة و هي $\hat{C} = 40°$
2) نحدد الضلع المعلوم و هو $AB = 5$ يمثل **مقابل** بالنسبة إلى $\hat{C}$
3) نحدد الضلع المطلوب و هو $BC = ?$ يمثل **الوتر** بالنسبة إلى $\hat{C}$
4) ما هي العلاقة التي تتضمن المقابل و الوتر طبعا هي sin

و نكتب : $\sin\hat{C} = \frac{المقابل}{الوتر}$

أي : $\sin 40° = \frac{AB}{BC}$

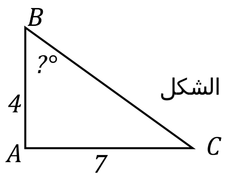
التعويض: $0,64 = \frac{5}{AB}$

و منه: $AB = \frac{5}{0,64}$ أي : $AB = 7,81$

تحقق من الإجابة باستعمال القيس بالمسطرة في الشكل

**مثال2:** في الشكل المقابل أحسب قيس $\hat{B}$

لحساب قيس $\hat{B}$ نتبع ما يلي :




1) نحدد الزاوية الحادة المطلوبة و هي $\hat{B} = ?°$
2) نحدد الضلع المعلوم و هو $AB = 4$ يمثل **مجاور** بالنسبة إلى $\hat{B}$
3) نحدد الضلع المعلوم و هو $AC = 7$ يمثل **المقابل** بالنسبة إلى $\hat{B}$
4) ما هي العلاقة التي تتضمن المقابل و المجاور طبعا هي tan B

و نكتب : $\tan\hat{B} = \frac{المقابل}{المجاور}$ أي : $\tan\hat{B} = \frac{AC}{BC}$

التعويض: $\tan\hat{B} = \frac{7}{4}$

و منه: $\tan\hat{B} = 1,75$ أي $\hat{B} = 60°$: (باستعمال الحاسبة)

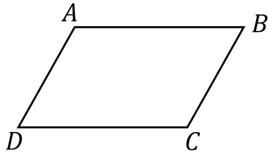
تحقق من الإجابة باستعمال القيس بالمنقلة في الشكل

**العلاقات بين النسب المثلثية:** مهما يكن قيس الزاوية ∝

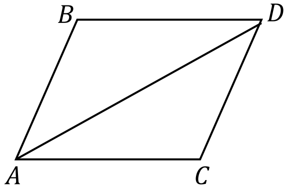
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad ، \quad \tan\propto = \frac{\sin\propto}{\cos\propto}$$

**الأشعة:**

- الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس الطول و المنحى والاتجاه
- للبرهان على أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع يكفي أن نبين أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- للبرهان على أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ أو $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ أو ..... يكفي أن نبين أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع




- M منتصف [AB] *معناه:* $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ أو : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$
- ملاحظة : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
- علاقة شال : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ حيث الرباعي ABCD متوازي أضلاع




**المعالم:**

$A(x_A\ ،\ y_A)$ ، $B(x_B\ ،\ y_B)$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\ ،\ y_B - y_A)$

$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

M منتصف $[AB]$ معناه: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ,\ \frac{y_A+y_B}{2}\right)$

التحقق دائما باستعمال الشكل

$\vec{V}(x\ ,\ y)$ ، $\vec{V'}(x'\ ,\ y')$

$\vec{V} = \vec{V'}$ معناه : $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

**نستعمل احداثيا المنتصف لحساب :**

- مركز متوازي الأضلاع
- مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم
- نظيرة نقطة بالنسبة إلى نقطة
- منتصف قطعة

نستعمل طول قطعة لإثبات أن :

- المثلث قائم ( النظرية العكسية لفيثاغورس)

- المثلث متساوي الساقين أو متقايس الأضلاع
- الدائرة التي تشمل نقط ( حساب المسافة بين المركز و النقط يجب أن تكون متساوية)

أساتذتكم يتمنون لكم التوفيق و النجاح في المستقبل

$B$

$M$