الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

❖ القاسم المشترك الأكبر لعددين a و b هو اكبر قاسم مشترك لهما ونرمز له بـ: $PGCD(a;b)$.

❖ **طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:**

خوارزمية اقليدس (القسمات الاقليدية)

مثال: أوجد $PGCD(156;132)$

$156 = 132 \times 1 + 24$

$132 = 24 \times 5 + 12$

$24 = 12 \times 2 + 0$

اذن : $PGCD(156;132) = 12$

اخر باقي قسمة غيرمعدوم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 156 و132

خوارزمية (عملية الطرح المتتالية)

مثال: أوجد $PGCD(156,132)$

$156 - 132 = 24$

$132 - 24 = 108$

$108 - 24 = 84$

$84 - 24 = 60$

$60 - 24 = 36$

$36 - 24 = 12$

$24 - 12 = 12$

$12 - 12 = 0$

اذن : $PGCD(156;132) = 12$

اخر ناتج عملية طرح غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 156 و132

ملاحظات:

1. (a و b اوليان فيما بينهما) معناه $(PGCD(a;b) = 1)$ معناه(الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال).
2. لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ الى كسر غير قابل للاختزال يكفي قسمة كلا من a و b على $PGCD(a;b)$.

❖ **الأولوية في الحساب:**

* في سلسلة عمليات نجري:
* العمليات داخل الاقواس والداخلية أولا.
* العمليات على القوى.
* الضرب والقسمة قبل الجمع و الطرح.

$M = 26 - (3-1)^3 \times 3$
$M = 26 - 2^3 \times 3$
$M = 26 - 8 \times 3$
$M = 26 - 24$
$M = 2$

❖ **الكتابة العلمية لعدد:**

كتابة عدد عشري كتابة علمية تعني كتابته على شكل $a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري مكتوب برقم واحد (غير معدوم) قبل الفاصلة .

أمثلة:

$4800 = 4.8 \times 10^3$
$12,05 = 1,205 \times 10^1$
$0,067 = 6.7 \times 10^{-2}$

خاصية طالس

❖ **خاصية طالس:**

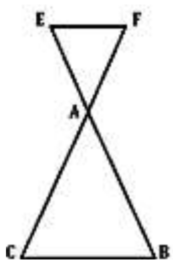
الخاصية: اذا كان(AB)و (AC) مستقيمان متقاطعان في A.
E و F نقطتان من (AB) و (AC) على الترتيب ويختلفان عن A و $(EF) // (BC)$ ، فإن :

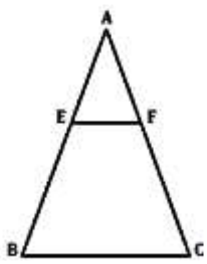
$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

او

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$

وضعية الفراشة



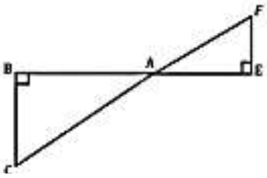


ملاحظة:
تسمح نظرية طالس من حساب الاطوال .

الخاصية العكسية:
اذا كان $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ والنقاط B,E,A و C,F,A بنفس الترتيب ، فإن $(EF) // (BC)$.

ملاحظة:
تسمح النظرية العكسية لطالس من اثبات ان المستقيمين متوازيان .

❖ **استنتاج أن: $(EF) // (BC)$**

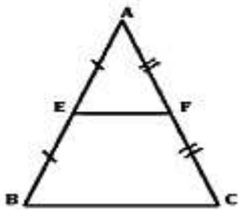


لدينا :

$$\begin{cases} (BE) \perp (EF) \\ (BE) \perp (BC) \end{cases}$$

ومنه : $(EF) // (BC)$

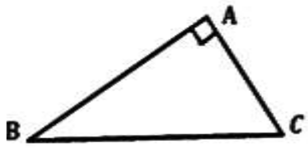
❖ **إثبات أن: $(EF) // (BC)$**



في المثلث ABC.
E منتصف $[AB]$ و F منصف$[AC]$ ،
اذن حسب خاصية مستقيم المنتصفين فإن:
$(EF) // (BC)$.

❖ **خاصية فيثاغورس:**

الخاصية:



إذا كان المثلث ABC قائم فيA،فإن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

الخاصية العكسية:
إذا كانت أطوال المثلث ABC تحقق: $BC^2 = AB^2 + AC^2$
فإن المثلث ABC قائم في A .

ملاحظة: المثلث اذا كان احد اضلاعه قطر للدائرة المحيطة به فهو مثلث قائم .

الحساب على الجذور

❖ **الجذر التربيعي لعدد موجب:**

ليكن a عدد موجب نسمي جذر تربيعي للعدد a العدد الموجب الذي مربعه a . نرمز للجذر التربيعي للعدد a بالرمز $\sqrt{a}$ ، ونكتب :
$(\sqrt{a})^2 = a$ ، مثال: $(\sqrt{2})^2 = 2$

❖ **حل المعادلة $x^2 = b$ حيث b عدد حقيقي:**

1. اذا كان $b > 0$،فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و$-\sqrt{b}$، مثال: $x^2 = 3$ للمعادلة حلين هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$
2. اذا كان $b = 0$ ، فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلاّ واحداً فقط هو العدد 0 .
مثال: للمعادلة $x^2 = 0$ حل وحيد وهو 0 .
3. إذا كان $b < 0$ ، فإن المعادلة $x^2 = b$ ليس لها حلاً حقيقياً لان $x^2 \geq 0$ ، مثال: $x^2 = -3$ المعادلة ليس لها حلاً لان x^2 موجب و -3 سالب تماماً .

❖ **العمليات على الجذور التربيعية:**

a و b عددان موجبان.

* $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$، مثال: $\sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5} \times \sqrt{2}$
* $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$، مثال: $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
* $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$، مثال: $\sqrt{6}^2 = 6$
* $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ ، مثال: $\sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$
* $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ ،
مثال: $3\sqrt{5} + \sqrt{5} = (3+1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

ملاحظات:

* $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ؛ $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$
* لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عدد ناطقاً نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$، مثال: اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ عدد ناطقاً:

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}^2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

الحساب الحرفي

❖ **المتطابقات الشهيرة:**

النشر

$(a+b)^2$	$=$	a^2+b^2+2ab
$(a-b)^2$	$=$	a^2+b^2-2ab
$(a+b)(a-b)$	$=$	a^2-b^2

التحليل

مثال 01: نشر العبارات الآتية:

- $(2x+1)^2=(2x)^2+(1)^2+2(2x)(1)$
  $(2x+1)^2=4x^2+4x+1$
- $(x-3)^2=(x)^2+(3)^2-2(x)(3)$
  $(x-3)^2=x^2-6x+9$
- $(\sqrt{3}x+5)(\sqrt{3}x-5)=(\sqrt{3}x)^2-(5)^2$
  $(\sqrt{3}x+5)(\sqrt{3}x-5)=3x^2-25$

مثال 02: تحليل العبارات الآتية:

- $9x^2+12x+4=(3x)^2+(2)^2+2(3x)(2)$
  $9x^2+12x+4=(3x+2)^2$
- $x^2-2x+1=(x)^2+(1)^2-2(x)(1)$
  $x^2-2x+1=(x-1)^2$
- $4x^2-(x+1)^2=(2x)^2-(x+1)^2$
  $4x^2-(x+1)^2=[2x+(x+1)][2x-(x+1)]$
  $4x^2-(x+1)^2=(3x+1)(x-1)$

❖ **الخاصة التوزيعية:**

النشر

$a(b+c)$	$=$	$ab+ac$
$(a+b)(c+d)$	$=$	$a(c+d)+b(c+d)$

التحليل

مثال 01: نشر العبارات الآتية:

- $4(2x+1)=8x+4$
- $(x+5)(3x+2)=x(3x+2)+5(3x+2)$
  $(x+5)(3x+2)=3x^2+2x+15x+10$
  $(x+5)(3x+2)=3x^2+17x+10$

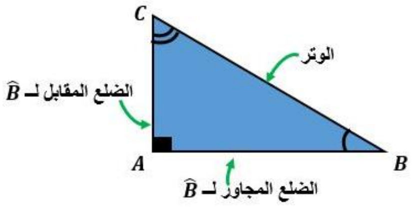
مثال 02: تحليل العبارات الآتية:

- $2x+4=2(x+2)$
- $2x(x+3)-(x+3)=(x+3)(2x-1)$
- $3x-12-(x-4)^2=3(x-4)-(x-4)^2$
  $3x-12-(x-4)^2=(x-4)[3-(x-4)]$
  $3x-12-(x-4)^2=(x-4)(3-x+4)$
  $3x-12-(x-4)^2=(x-4)(7-x)$

النسب المثلثية في مثلث قائم

❖ **جيب تمام وجيب و ظل زاوية حادة:**

في المثلث ABC قائم في A .



$$COS\widehat{B}=\frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{B}}{\text{طول الوتر}}=\frac{AB}{BC}$$

$$Sin\,\widehat{B}=\frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{B}}{\text{طول الوتر}}=\frac{AC}{BC}$$

$$tan\,\widehat{B}=\frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{B}}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{B}}=\frac{AC}{AB}$$

❖ **العلاقات بين النسب المثلثية في مثلث قائم:**

مهما يكن العدد α قيس زاوية حادة ، فإن :

$$Sin^2\alpha+COS^2\alpha=1 \quad \text{و} \quad tan\,\alpha=\frac{Sin\,\alpha}{cos\,\alpha}$$

ملاحظة: $Sin^2\widehat{B}=(Sin\,\widehat{B})^2$ و $Sin^2\widehat{B}\neq Sin\widehat{B}^2$

❖ **استعمال الآلة حاسبة:**

امثلة:

1. حساب $Sin\,30^o$:

نضغط بدءا من اليسار على:

الآلة 01:  3 | 0 | Sin

الآلة 02:  Sin | 3 | 0 |)

نقرأ: 0.5

2. حساب قيس $\widehat{A}$ علما أن $Sin\,\widehat{A}=0.5$:

نضغط بدءا من اليسار على:

الآلة 01:  0 | . | 5 | 2ndf | Sin

الآلة 02:  Shift | Sin | 0 | . | 5 |)

نقرأ: 30

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

❖ تريبض مشكلة وحلها:

لحل مسألة بواسطة معادلة نتبع الخطوات التالية:

1. اختيار المجهول، وليكن مثلا x؛
2. ترجمة كل المعطيات الواردة في النص بدلالة x؛ 3. وضع المعادلة؛
4. حل المعادلة؛ 5. التصريح بالحل؛ 6. التحقق من صحة النتيجة.

مثال: مستطيل طوله هو 3 مرات عرضه ومحيطه $240\ cm$ أوجد طول وعرض المستطيل .

نفرض x عرض المستطيل فيكون $3x$ هو طول المستطيل.

لدينا: $2(x+3x)=240$ وعليه: $2(4x)=240$

وبالتالي: $8x=240$ أي: $x=\frac{240}{8}$ ومنه: $x=30$

إذن عرض المستطيل هو $30\ cm$ وطول المستطيل هو $90\ cm$ لان $30\times 3=90$

❖ خاصية الجداء المعدوم:

جداء عاملين معدوم يعني أحد هذين العاملين على الأقل معدوم.

$a\times b=0$ يعني ان: $a=0$ أو $b=0$

مثال: $5x=0$ يعني أن $x=0$ لأن: $5\neq 0$

❖ حل معادلة جداء معدوم:

لحل المعادلة من النوع $(ax+b)(cx+d)=0$ حيث ان a و b و c و d اعداد حقيقية معلومة مع $a\neq 0$ و $c\neq 0$ نحل المعادلتين :

$ax+b=0$ و $cx+d=0$

مثال: لنحل المعادلة: $(x+3)(2x-5)=0$

يعني ان: $x+3=0$ اي: $x=-3$ أو $2x-5=0$ أي: $2x=5$

ومنه: $x=\frac{5}{2}$ إذن للمعادلة حلان هما -3 و $\frac{5}{2}$

❖ حل معادلة يؤول حلّها إلى حل معادلة جداء معدوم:

لحل معادلة ليست من الدرجة الأولى نتبع الخطوات التالية:

1. نجعل طرفها الأيمن صفراً.
2. نقوم بتحليل الطرف الايسر لهذه المعادلة، نتحصل عندئذ على معادلة جداء معدوم من الدرجة الأولى.
3. نحل هذه المعادلة الأخيرة. 4. نستنتج حلول المعادلة الأولى.

مثال: حل المعادلة $4x^2=5x$

لدينا: $4x^2-5x=0$ أي $x(4x-5)=0$ يعني ان: $x=0$

أو $4x-5=0$ أي: $4x=5$ ومنه: $x=\frac{5}{4}$

إذن للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{5}{4}$.

الأشعة و الانسحاب

❖ الشعاع: A و B نقطتان مختلفتان.

الانسحاب الذي يحول A الى B يعرف شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ وله ثلاث مميزات الاتجاه والطول والمنحى .

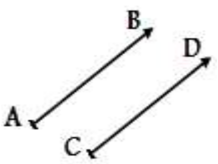
ملاحظة: الشعاع $\overrightarrow{AA}$ يسمى الشعاع المعدوم ونرمز له بالرمز $\vec{0}$.

❖ الشعاعان المتساويان:

📖 هما شعاعان لهما نفس الاتجاه ونفس الطول ونفس المنحى .

الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويان يعني أن:

1. المستقيمين (AB) و (CD) لهما نفس المنحى (*متوازيان*).
2. لنصفي المستقيمين $[AB]$ و $[CD]$ نفس الاتجاه.
3. $AB=CD$. ونكتب: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$



نقول إن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

📖 $ABCD$ متوازي اضلاع

معناه: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

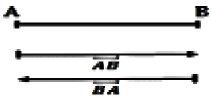
ملاحظة: إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن النقط A و B و C و D ليست على استقامة واحدة.

📖 A و B *نقطتان مختلفتان.*

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ يعني M منتصف $[AB]$.

ملاحظة: إذا كان $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ فإن النقط A، M، B في استقامية.

❖ الشعاعان المتعاكسان:



A و B *نقطتان* لدينا: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.

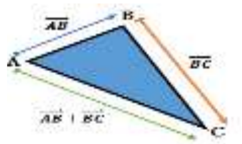
الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يسمى معاكس الشعاع $\overrightarrow{BA}$.

ونكتب: $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

ملاحظة: الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان لهما نفس المنحى ونفس الطول ومختلفان في الاتجاه.

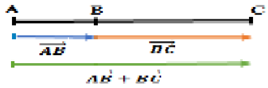
❖ تركيب انسحابين (مجموع شعاعين):

✓ A و B و C ثلاث نقط من المستوي.



تركيب الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هو الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

✓ نقول إن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ هو مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$.



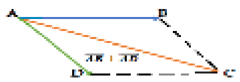
ونكتب: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(*هذه العلاقة تسمى علاقة شال*)

❖ تمثيل مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ:

إذا كان $ABCD$ متوازي اضلاع،

فإن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$



✚ خواص متوازي الاضلاع:

-كل ضلعان في متوازي الاضلاع متوازيان و متقايسان - قطرا متوازي الاضلاع متناصفان- مركز تناظر متوازي الاضلاع هو نقطة تقاطع قطريه.

✚ خواص المستطيل: - كل ضلعان في المستطيل متوازيان و متقايسان -قطران المستطيل متناصفان و متقايسان – مركز تناظر المستطيل هو نقطة تقاطع قطريه - زواياه الأربعة قائمة.

✚ خواص المربع: - كل اضلاعه متقايسة و زواياه قائمة - قطرا المربع متناصفان ومتقايسان و متعامدان - مركز تناظر المربع هو نقطة تقاطع قطريه - للمربع أربعة محاور هي حاملا قطراه و محورا كل ضلعان متقابلان.

خواص المعين: - كل اضلاعه متقايسة – قطرا المعين متناصفان ومتعامدان-مركز تناظر المعين هو نقطة تقاطع قطريه – حاملا قطراه هما محورا تناظره.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

❖ متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

كل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول x تؤول إلى متراجحة من الشكل $ax<b$ أو $ax\le b$ أو $ax>b$ أو $ax\ge b$.

❖ حل متراجحة: حل متراجحة هو ايجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة، هذه القيم هي حلول المتراجحة.

مثال: حل المتراجحات التالية:

1. لدينا: $3(x-2)<5x+4$ و بالتالي: $3x-6<5x+4$

أي: $3x-5x<4+6$ وهذا يكافئ: $-2x<10$

وعليه: $x>\frac{10}{-2}$ ومنه: $x>-5$

حلول هذه المتراجحة هي كل قيم الأكبر من -5 .

2. لدينا: $5x \ge 20$ أي: $x \ge \frac{20}{5}$ ومنه: $x \ge 4$

حلول هذه المتراجحة هي كل قيم الأكبر من أو يساوي 4 .

3. لدينا: $4x + 2 > 7x + 1$ أي: $4x - 7x > 1 - 2$

وهذا يكافئ: $-3x > -1$ وعليه: $x < \frac{-1}{-3}$ ومنه: $x < \frac{1}{3}$

حلول هذه المتراجحة هي كل قيم الأصغر من $\frac{1}{3}$.

4. لدينا: $6x \le -18$ أي: $x \le \frac{-18}{6}$ ومنه: $x \le -3$

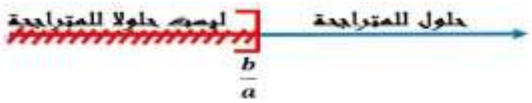
حلول هذه المتراجحة هي كل قيم الأصغر من أو يساوي -3 .

ملاحظة: نسمي كل عدد يحقق المتراجحة حلا لها.

❖ **تمثيل حلول متراجحة بيانيا:** تُمثَّل حلول متراجحة على مستقيم مدرّج (تلوّن الجزء الذي يمثل الحلول ونشطب الجزء الآخر)

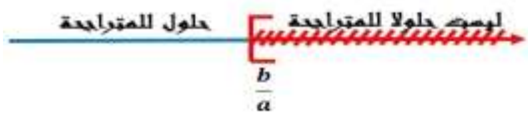
مثال:

1. حلول المتراجحة $x > \frac{b}{a}$ تمثل بيانيا.



2. حلول المتراجحة $x \ge \frac{b}{a}$ تمثل بيانيا.

3. حلول المتراجحة $x < \frac{b}{a}$ تمثل بيانيا.



4. حلول المتراجحة $x \le \frac{b}{a}$ تمثل بيانيا.

ملاحظة: إذا كان $a < 0$ نغير اتجاه المتباينة عند القسمة على a.

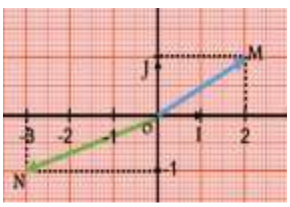
المعالـــــــــم

❖ **مركبتا شعاع:**

M نقطة من المستوي المزودة بالمعلم $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$ بحيث $M(x; y)$.

احداثيتا النقطة M بالنسبة إلى هذا المعلم هما مركبتا الشعاع $\vec{OM}$

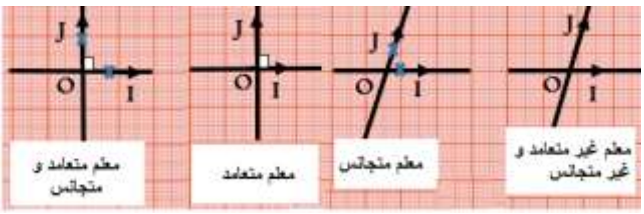
ونرمز لها بالرمز $\vec{OM}\binom{x}{y}$.



مثال: $M(2; 1)$ ومنه $\vec{OM}\binom{2}{1}$

$N(-3; -1)$ ومنه $\vec{ON}\binom{-3}{-1}$

❖ **أنواع المعالم:**



❖ **قراءة مركبتا شعاع:**

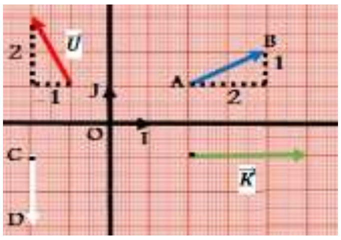
تقرأ مركبتا شعاع بالإزاحتين المتتاليتين اللتين تسمحان بالمرور من المبدأ الشعاع إلى نهايته. الإزاحة الأولى تكون بالتوازي مع محور الفواصل.

الإزاحة الثانية تكون بالتوازي مع محور التراتيب.

نقرأ المركبة الأولى بالإزاحة الأولى (موجب، عندما تنتقل نحو اليمين وسالب، عندما تنتقل نحو اليسار)

نقرأ المركبة الثانية بالإزاحة الثانية (موجب، عندما تنتقل نحو الأعلى وسالب، عندما تنتقل نحو الأسفل)

مثال:



$\vec{U}\binom{-1}{2}$ ؛ $\vec{AB}\binom{2}{1}$

المركبة الأولى

المركبة الثانية

$\vec{CD}\binom{0}{-2}$ ؛ $\vec{K}\binom{3}{0}$

❖ **تمثيل شعاع بمعرفة مركبتيه:** لتمثيل شعاع بمعرفة مركبتيه نعين الإزاحتين الموافقتين لإشارتي المركبتين x و y لشعاع.

مثال:

$x > 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.

$x < 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.

$x > 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.

$x < 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.

❖ **الشعاعان المتساويان:**

$\vec{U}\binom{x}{y}$ و $\vec{V}\binom{x'}{y'}$ شعاعان من مستوي مزود بمعلم.

$\vec{U} = \vec{V}$ معناه $x = x'$ و $y = y'$.

❖ **حساب مركبتي شعاع:**

$A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم.

فاصلة البداية

فاصلة النهاية

مركبتي الشعاع $\vec{AB}$ هما $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$

ترتيب النهاية

ترتيب البداية

مثال: $A(-2; 4)$ ؛ $B(1; 3)$

حساب مركبتي $\vec{AB}$: لدينا: $\vec{AB}\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$ فإن: $\vec{AB}\binom{1-(-2)}{3-4}$

أي: $\vec{AB}\binom{1+2}{3-4}$ ومنه: $\vec{AB}\binom{3}{-1}$.

❖ **حساب إحداثيتي منتصف قطعة:**

A و B نقطتان من مستو مزود بمعلم بحيث $A(x_A; y_A)$ ؛ $B(x_B; y_B)$.

إحداثيتا M منتصف $[AB]$ هما:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال: $A(1; -2)$ ؛ $B(3; 0)$ إذن: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

أي: $M\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}\right)$ ومنه: $M(2; -1)$

❖ **حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس:**

في معلم متعامد ومتجانس، إذا كانت: $A(x_A; y_A)$ ؛ $B(x_B; y_B)$.

فإن: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال: $A(3; -1)$ ؛ $B(0; 2)$ نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس ، لدينا: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2}$$

$$AB = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

اذا كان: $OI = OJ = 1$، فإن: $AB = 3\sqrt{2}$