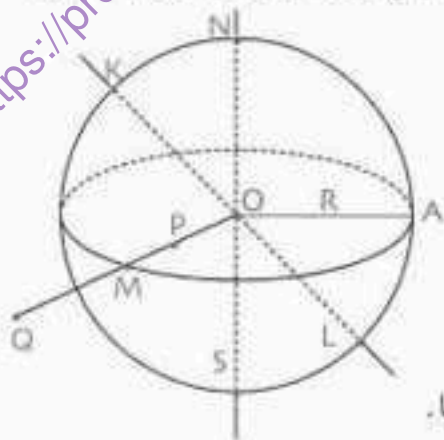


1-1 الكرة

تعريف الكرة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الفضاء التي تبعد عن O بالمسافة R.

مثال

الكرة التي مركزها O و نصف قطرها 1,8 cm هي مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $OM = 1,8 \text{ cm}$ في الشكل لدينا :



• M نقطة من الكرة لأن $OM = R$.

• P ليست نقطة من الكرة لأن $OP < R$.

P تقع داخل الكرة.

• Q ليست نقطة من الكرة لأن $OQ > R$.

Q تقع خارج الكرة.

• S, K, L و N نقط من الكرة.

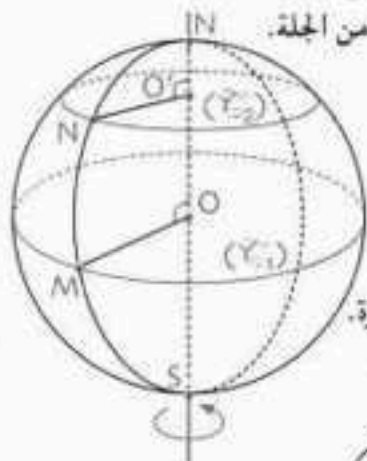
كل من القطعتين [KL] و [NS] تشمل مركز الكرة، فهما قطران لها.

1-2 الجلة

تعريف

الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة النقط M حيث $OM \leq R$.

• الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R و النقط التي تقع داخل هذه الكرة، و بالتالي كل نقطة من الكرة هي نقطة من الجلة.



1-3 تمثيل الكرة لاحظ الشكل.

• عندما تدور الدائرة $(\mathcal{C}_1)$ ذات المركز O حول محورها (NS)

فإنها تولد سطح الكرة التي مركزها O و قطرها NS.

• مسار النقطة M هي دائرة كبرى $(\mathcal{C}_1)$ مركزها O و قطرها قطر الكرة.

• مسار النقطة N هي دائرة صغيرة $(\mathcal{C}_2)$ مركزها O و قطرها أصغر من قطر الكرة.

$(\mathcal{C}_1)$ و $(\mathcal{C}_2)$ تقعان في مستويين متوازيين.

• يمكن تمثيل كرة بإحدى دوائرها

الكبرى و مركزها

و نصف قطرها.

2 مساحة كرة و حجم جلة

تعريف

• مساحة كرة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $A = 4\pi R^2$

• حجم جلة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

مثال

مساحة كرة نصف قطرها 1,2 cm و حجم جلة نصف قطرها 1,2 cm هما :

• $A = 4\pi R^2 = 4\pi (1,2)^2$ أي $A \approx 18,09 \text{ cm}^2$ بتقريب 1 mm^2

• $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (1,2)^3$ أي $V \approx 7,235 \text{ cm}^3$ بتقريب 1 mm^3

3- المقاطع المستوية لجسمات مألوفة

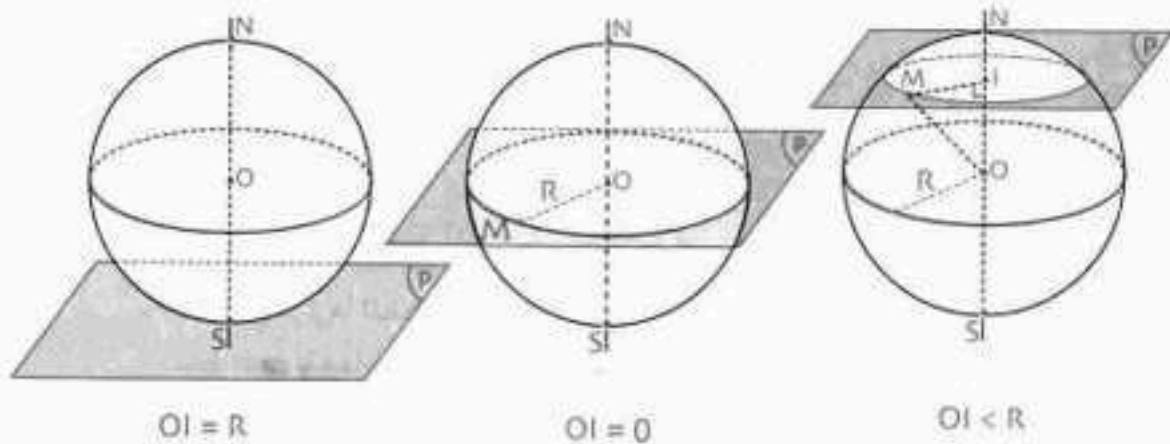
3-1 مقاطع مستوي لكرة و لجة

- مقطع مستوي لكرة هو دائرة.
- مقطع مستوي لجة هو قرص.

خاصية

إذا كان I مركز مقطع المستوي للكرة فإن I نقطة من أحد محاور الكرة.
لكل نقطة M من الدائرة، المثلث OIM قائم في I .
المستوي يقطع الكرة إذا كان $OI < R$.

ملاحظات



يشارك المستوي و الكرة
في نقطة وحيدة.
المستوي مماس للكرة.

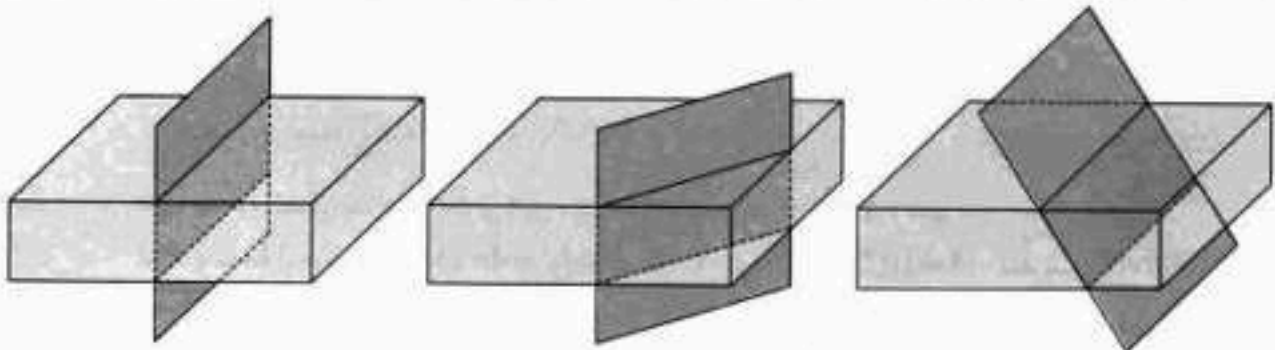
نصف قطر الدائرة يساوي نصف
قطر الكرة.
المستوي يقطع الكرة وفق دائرة
كبيرة.

$IM < R$ و نصف قطر الدائرة
أصغر من نصف قطر الكرة.
المستوي يقطع الكرة وفق دائرة
صغيرة.

3-2 مقاطع مستوية لتوازي مستطيلات

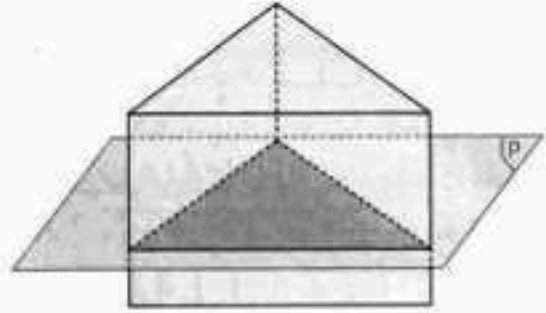
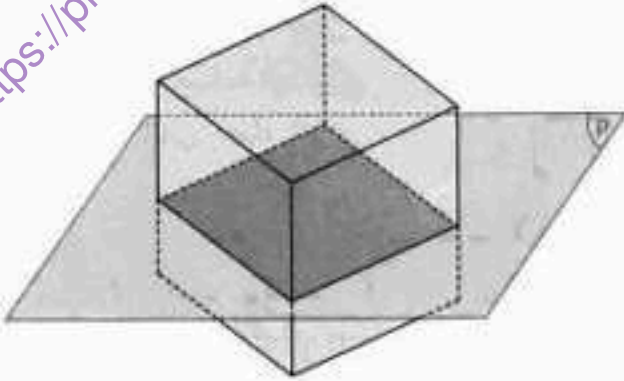
مقطع مستوي لتوازي مستطيلات هو مستطيل.

خاصية



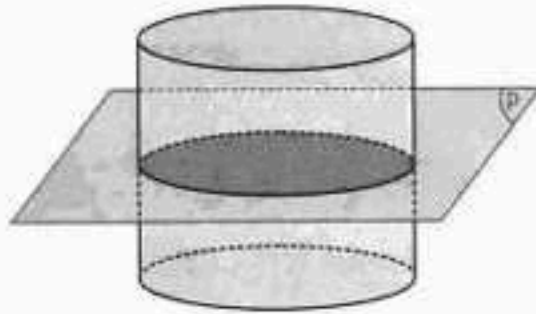
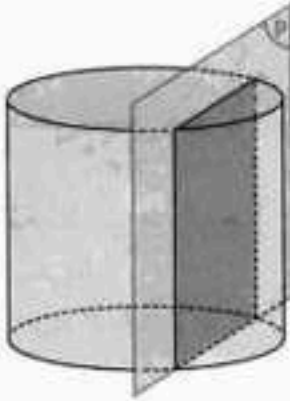
3-3 مقطع مستوي لموشور حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور

خاصية مقطع مستوي لموشور قائم حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور هو سطح مطابق لقاعدة هذا الموشور.



3-4 مقطع مستوي لأسطوانة دوران

خاصية • مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي محور الأسطوانة هو مستطيل.
• مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة الأسطوانة هو قرص مطابق للقاعدة.



4 - التكبير و التصغير

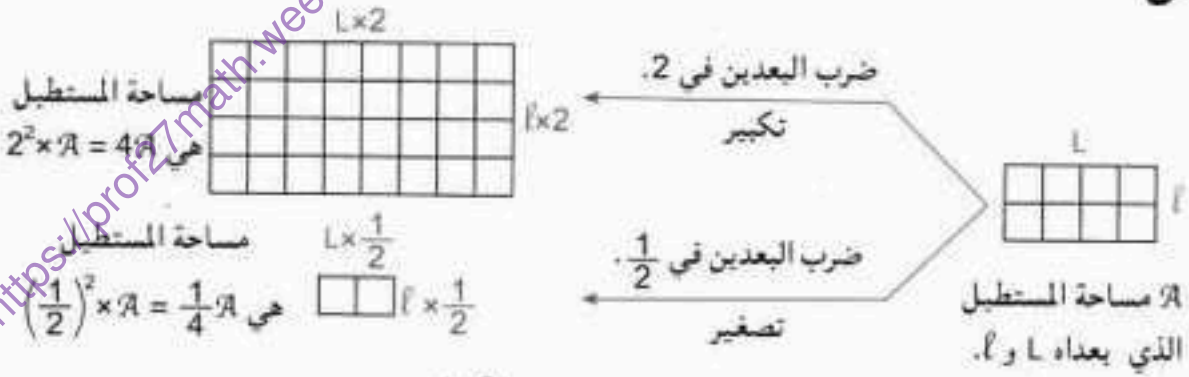
1-4 تعاريف و خواص

تعريف • تكبير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد k أكبر من 1.
• تصغير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد محصور بين 0 و 1.

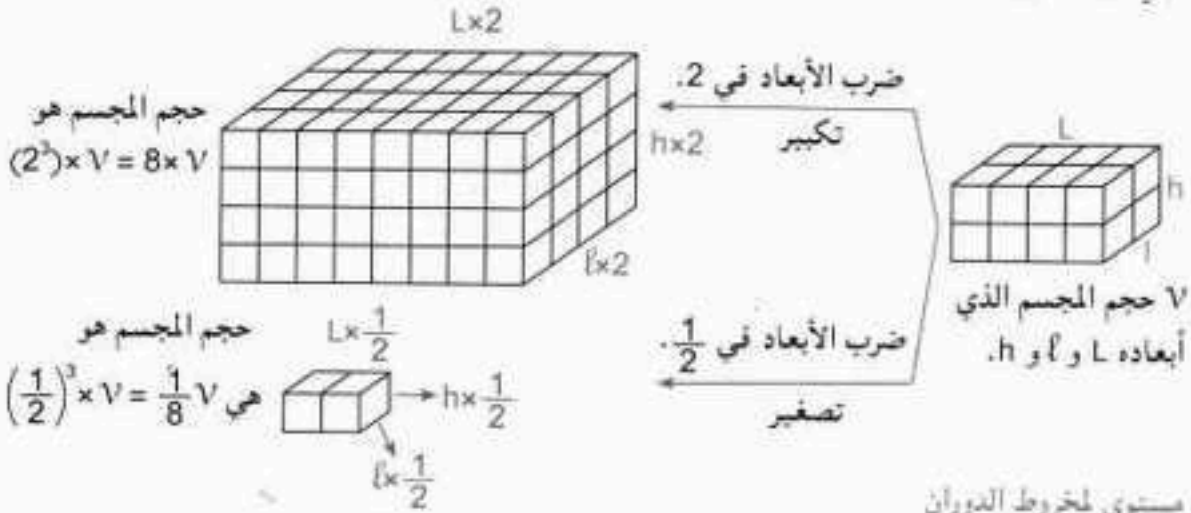
العدد k هو نسبة (أو سلم) التكبير أو التصغير.
في كل من الحالتين تضرب المساحة في k^2 و يضرب الحجم في k^3 .

ملاحظة • عند تكبير أو تصغير مجسم نتحصل على مجسم من نفس الطبيعة الهندسية.
• عند تكبير أو تصغير مجسم، لا تتغير أقياس الزوايا.

مثال 1

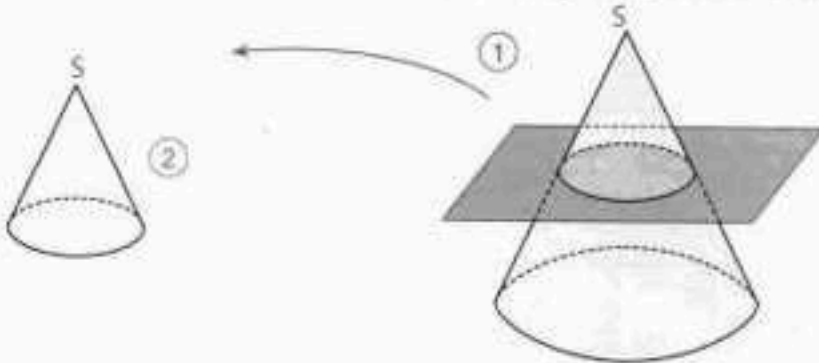


مثال 2



2-4 مقطع مستوي لمخروط الدوران

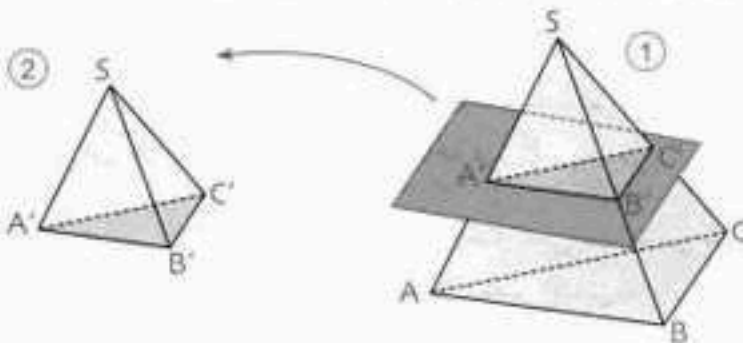
خاصية: مقطع مستوي لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط هو تصغير لقاعدة المخروط.



المخروط 2 هو تصغير للمخروط 1.

2-4 مقطع مستوي لهرم

خاصية: مقطع مستوي لهرم حيث المستوي يوازي قاعدة الهرم هو تصغير لقاعدة الهرم.



الهرم 2 هو تصغير للهرم 1.

- (A'B') يوازي (AB).
- (B'C') يوازي (BC).
- (A'C') يوازي (AC).

على كل وجه من الهرم نلاحظ مثلثين في وضعية طالس.

ملاحظة

طرائق

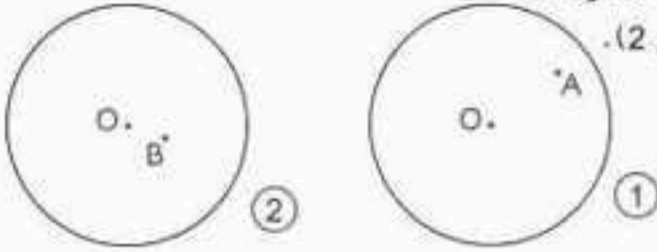
1 - تمثيل نقطة من كرة أو من جلة

طريقة
لتمثيل نقطة A من كرة يكفي رسم إحدى الدوائر الكبرى تشمل A و رسم نصف القطر الذي يشمل A.
لتمثيل نقطة B من الجلة (داخل الكرة) يكفي رسم نصف قطر الكرة [OM] يشمل النقطة B وإحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].

التمرين
النقطة A نقطة من الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R.

النقطة B نقطة داخل الكرة (لاحظ الشكلين 1 و 2).

• مثل على الكرة النقطتين A و B.



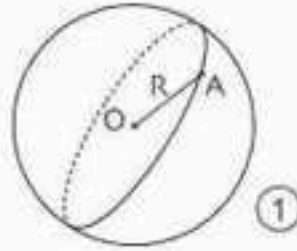
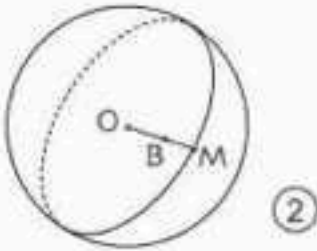
1. • نرسم [OA]

ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OA].

حل

2. • نرسم نصف القطر [OM] يشمل B

ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].



2 - حساب نصف قطر مقطع مستو لكرة

طريقة
لحساب نصف قطر مقطع مستو لكرة يمكن توظيف نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم.

التمرين
يقطع مستوي كرة نصف قطرها 2 cm وفق دائرة مركزها O' بحيث $OO' = 1,5 \text{ cm}$.

• احسب نصف قطر هذه الدائرة.

حل

لتكن M نقطة من الدائرة المقطع المستوي للكرة. المثلث OO'M قائم في O' بحيث $OO' = 1,5 \text{ cm}$.

نعلم أن $OM = 2 \text{ cm}$. بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد :

$$OM^2 = OO'^2 + O'M^2$$

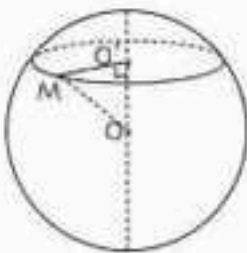
و بعد التعويض نجد :

$$O'M^2 = OM^2 - OO'^2$$

$$O'M^2 = 4 - 2,25 = 1,75$$

$$O'M = \sqrt{1,75}$$

$$\text{أي } O'M \approx 1,32 \text{ cm بتقريب } \frac{1}{100}$$



3 - حساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران

طريقة

لحساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم أو نظرية طاليس.

تمرين

مخروط دوران ارتفاعه 4 cm و نصف قطره 1,5 cm يقطع بمستوي يوازي قاعدة هذا المخروط على بعد 1 cm من القاعدة.

1. احسب نصف قطر المقطع الناتج.
2. احسب نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير.

حل

1. ليكن S رأس المخروط.

N و M نقطتان من نفس المولد.

لدينا : المثلث SO'N قائم في O' و المثلث SOM قائم في O.

المثلثان SO'N و SOM في وضعية طاليس.

إذن $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'N}{OM}$. نعلم أن SO = 4 و OM = 1,5 و OO' = 1

إذن SO' = SO - OO' أي SO' = 3

بعد التعويض نجد : $\frac{3}{4} = \frac{O'N}{1,5}$

ينتج أن $O'N = \frac{3 \times 1,5}{4}$

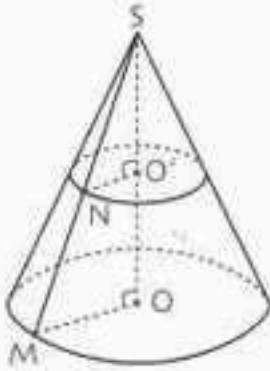
أي O'N = 1,13 cm بتقريب $\frac{1}{100}$.

2. لدينا : $\frac{\text{حجم المخروط العلوي}}{\text{حجم المخروط الكبير}} = \left(\frac{O'N}{OM}\right)^3$

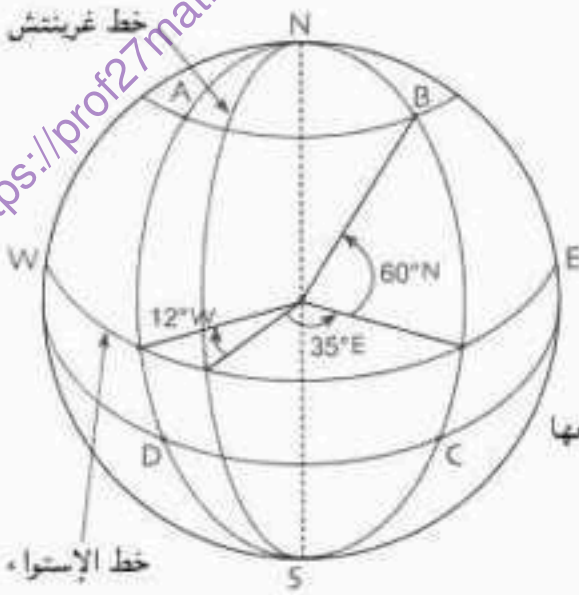
بما أن $\frac{O'N}{OM} = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{4}$

فإن $\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

و بالتالي : نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير هي $\frac{27}{64}$



تمرين محلول



تمرين

أربع نقط من الكرة الأرضية. A ، B ، C ، D

إحداثيات النقطة A هما 12°W و 60°N.

إحداثيات النقطة C هما 35°E و 18°S.

1. ما هما إحداثيات كل من النقطتين B و D

علما أن A و B تقعان على نفس دائرة العرض

B و C على نفس خط الطول ، D و C على نفس

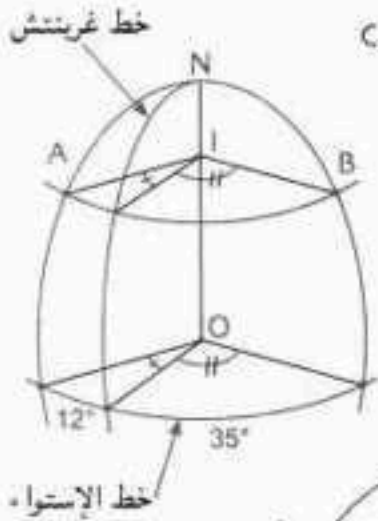
دائرة العرض ، A و D على نفس خط الطول.

2. A و B تمثلان مدينتين. احسب المسافة التي تقطعها

طائرة من A نحو B متبعة دائرة العرض.

ماهي مدة السفر علما أن سرعتها هي 800 km/h

و أن نصف قطر الأرض هو 6380 km.



حل

1. بما أن دائرة عرض B هي دائرة عرض A و خط طول B هو خط طول C

فإن إحداثيات B هما 35°E و 60°N.

بما أن دائرة عرض D هي دائرة عرض C و خط طول D هو خط طول A

فإن إحداثيات D هما 12°W و 18°S.

2. المسافة عبارة عن طول القوس $\widehat{AB}$ من دائرة العرض

التي تقع عليهما المدينتان A و B.

يكفي حساب الزاوية المركزية و نصف قطر الدائرة

لحساب طول القوس $\widehat{AB}$.

• قياس الزاوية المركزية هو $12^\circ + 35^\circ$ أي 47° .

• حساب نصف القطر AI. OIA قائم في I.

$$\text{لدينا : } \sin 30^\circ = \frac{AI}{OA}$$

$$AI = OA \times \sin 30^\circ$$

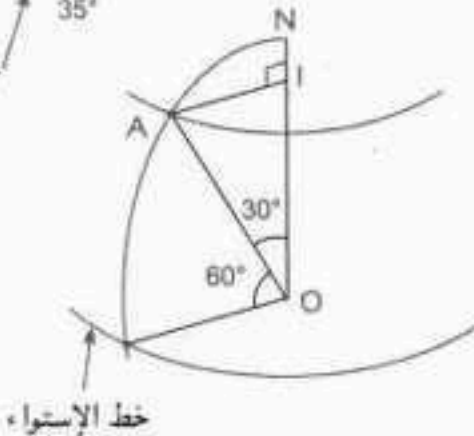
$$AI = 6380 \times \frac{1}{2} = 3190$$

$$AI = 3190 \text{ km}$$

• حساب طول القوس $\widehat{AB}$.

طول $\widehat{AB}$ هو $\frac{2\pi \times 3190}{360}$ أي طول $\widehat{AB}$ هو 2615 km بتقريب 1 km.

• مدة السفر هي المسافة على السرعة أي $\frac{2615}{800}$ أي 3 h 16 min بتقريب 1 min.



خط الإستواء