لحساب مركبتي شعاع $\overrightarrow{AB}$ في معلم منسوب إلى مستو

إذا كانت إحداثيا النقطتين $A(x_A\,;y_A)$ و $B(x_B\,;y_B)$

في المعلم $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$$

مثال : لدينا $A(-3\,;4)$ و $B(5\,;3)$
احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-(-3)\\3-4\end{pmatrix}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}$$

ملاحظة

مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما إحداثيتي النقطة M في المعلم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

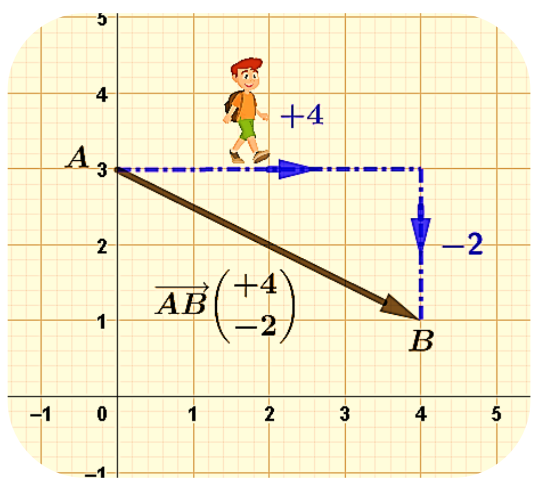
حيث النقطة O هي مبدأ هذا المعلم

القراءة البيانية لمركبتي شعاع ، نتبع الخطوات التالية :

1) ننتقل أفقيا بالتوازي مع محور الفواصل ، من بداية الشعاع إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل مركبة الأولى .

2) ننتقل عموديا بالتوازي مع محور التراتيب ، من بداية الشعاع إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل مركبة الثانية .

3) تُعطى الإشارة (+) أو (−) لكل من مركبة 1 و مركبة 2 إذا تم الإنتقال في الإتجاه موجب أو السالب للمعلم



تساوي الشعاعين

1) يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس مركبتي في المعلم

مثال : نعتبر النقط $A(1;2)$ ، $B(2;4)$ ، $C(1;-3)$
أوجد حسابيا احداثيا النقطة C' صورة C بالانسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

C' صورة C بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ، أي $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB}$

نضع $C'(x;y)$ أي : $\overrightarrow{CC'}\binom{x-1}{y+3}$ و $\overrightarrow{AB}\binom{1}{2}$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases}x-1=1\\y+3=2\end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $C'(2;-1)$

مجموع شعاعين

إذا كان $\overrightarrow{AB}\binom{x_B-x_A}{y_B-y_A}$ و $\overrightarrow{CD}\binom{x_D-x_C}{y_D-y_C}$

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ هما :

$$\begin{pmatrix}x_B-x_A+x_D-x_C\\y_B-y_A+y_D-y_C\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$$

تابع للمثال السابق : أحسب احداثياتي النقطة D
علمًا أن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

نضع $D(x;y)$ ثم نكتب مركبتي كل من الأشعة الثلاثة

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$$

و منه بالتعويض في العبارة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ نجد :

$$\begin{pmatrix}1+0\\2+(-5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases}x-1=1\\y-2=-3\end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $D(2;-5)$

تعيين إحداثيتي النقطة منتصف قطعة مستقيمة

A و B نقطتان إحداثياهما $(x_A\,;y_A)$ و $(x_B\,;y_B)$ في المعلم

M منتصف القطعة [AB] ، حيث إحداثيا M في المعلم $(O;i;j)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad ; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال : لدينا $A(-3;4)$ و $B(5;3)$
أحسب إحداثيا M منتصف [AB]

بما أن M منتصف [AB] ، فإن :

$$x_M = \frac{(-3)+5}{2} = 1 \text{ و } y_M = \frac{4+3}{2} = 3{,}5$$

إذا إحداثيا النقطة M هما : $(1\,;3{,}5)$

لإثبات أن النقطة M هي منتصف القطعة مستقيمة [AB] ،

نتبع إحدى الطرق التالية :

1) نبين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

2) نحسب إحداثيا النقطة M منتصف القطعة مستقيمة .

3) نتحقق من أن $AB = AM + MB$ ، بعد حساب المسافات

مثال : M نقطة من القطعة [AB]
حيث : $A(-3;4)$ ، $B(5;3)$ و $M(1;3{,}5)$
أثبت أن M منتصف هذه القطعة

نختار الطريقة الأولى ، أي نبين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

$$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}1-(-3)\\3{,}5-4\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}4\\-0{,}5\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}5-1\\3-3{,}5\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}4\\-0{,}5\end{pmatrix}$$

ومنه نستنتج أن النقطة M منتصف [AB]

إذا اتبعنا الطريقة الثانية ، سنعيد نفس مراحل المتبعة في المثال السابق لحساب إحداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة

المسافة بين نقطتين من المستوي في معلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

إذا كانت $(x_A\,;y_A)$ ، $(x_B\,;y_B)$ إحداثيا النقطتان A و B

في معلم متعامد و متجانس فإن المسافة AB تعطى بالعلاقة :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

أو يمكن أن نكتب هكذا :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

مثال $A(-1\,;2)$ و $B(-3\,;5)$ ، احسب AB

$$AB^2 = \big((-3)-(-1)\big)^2 + (5-2)^2$$
$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$
$$AB = \sqrt{25} = 5\,cm$$

تذكير بالمكتسبات القبلية

إحداثيا نقطة في المستوي

يمكن تحديد موضع نقطة من المستوي بواسطة الثنائية $(x;y)$ عددان نسميهما إحداثيا هذه النقطة في المعلم $(O\,;i\,;j)$

x : تسمى بالفاصلة ، y تسمى بالترتيبة

أنواع المعالم

الشكل 1 : معلم كيفي

الشكل 2 : معلم متعامد و غير متجانس

الشكل 3 : معلم متجانس و غير متعامد

الشكل 4 : معلم متعامد و متجانس