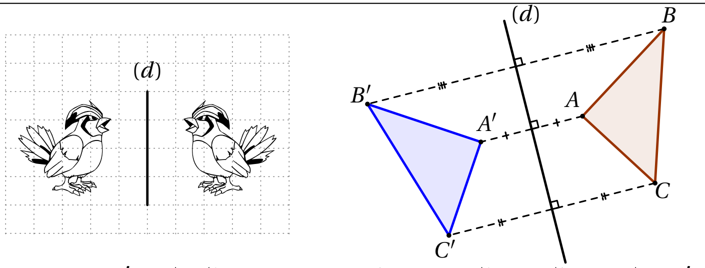
I) تذكير

التناظر المحوري

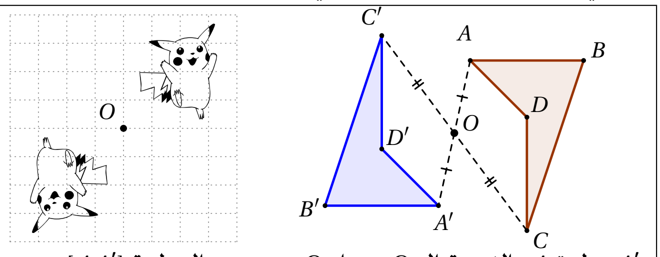
الشكلان المتناظران بالنسبة إلى مستقيم هما شكلان قابلان للتطابق بعد الطي حول هذا المستقيم.



A' نظيرة A بالنسبة إلى (d) معناه (d) هو محور القطعة $[AA']$.

التناظر المركزي

الشكلان المتناظران بالنسبة إلى نقطة هما شكلان قابلان للتطابق بعد تدوير أحدهما بنصف دورة (زاوية قيسها $180°$) حول هذه النقطة.

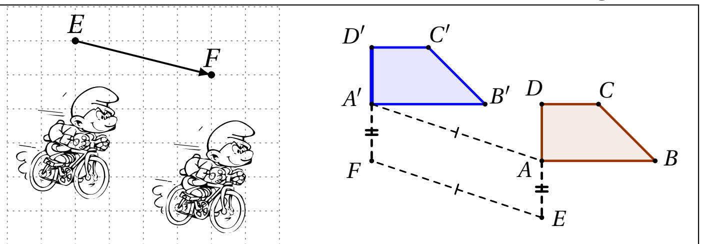


A' نظيرة A بالنسبة إلى O معناه O منتصف القطعة $[AA']$.

الانسحاب

انسحاب شكل هو إزاحته (دون دوران) بحيث تُنقل كل نقاط الشكل وفق مستقيمات متوازية، في نفس الاتجاه و بنفس المسافة.

الشكل الناتج هو **صورة** الشكل المُعطى، بهذا الانسحاب، و الشكلان قابلان للتطابق.



A' صورة A بالانسحاب الذي يحول E إلى F معناه الرباعي $AEFA'$ متوازي الأضلاع.

كل من التناظر المحوري، التناظر المركزي و الانسحاب يسمى **تحويلا نقطيا**.

خواص

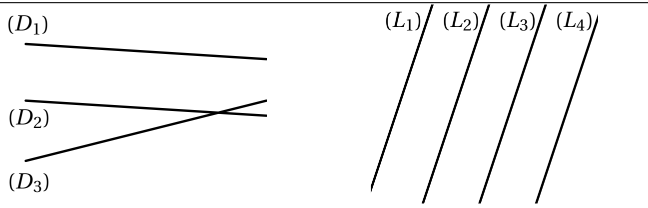
التحويلات النقطية السابقة تحفظ :

- **الأطوال** : صورة شكل هو شكل له نفس المحيط.
- **المساحات** : للشكل و لصورته نفس المساحة.
- **الاستقامية** : صورة مستقيم هي مستقيم.
- **التوازي** : صورتا مستقيمين متوازيين هما مستقيمان متوازيان.
- **التعامد** : صورتا مستقيمين متعامدين هما مستقيمان متعامدان.
- **أقياس الزوايا** : صورة زاوية هي زاوية لها نفس القيس.

II) مفهوم الشعاع

II.1) المنحى و الاتجاه La direction et le sens

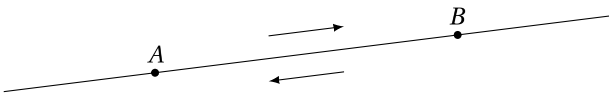
المستقيمات المتوازية لها نفس المنحى



- المستقيمات المتوازية (L_1) ، (L_2) ، (L_3) ، (L_4) لها نفس المنحى.
- المستقيمان (D_1) و (D_2) متوازيان إذاً لهما نفس المنحى.
- المستقيمان (D_2) و (D_3) متقاطعان (ليسا متوازيين) إذاً ليس لهما نفس المنحى.

النقطتان A و B تعيّنان اتجاهين :

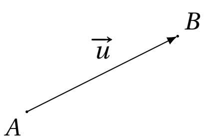
- الاتجاه من A نحو B (أي $A \longrightarrow B$).
- الاتجاه من B نحو A (أي $B \longrightarrow A$).



II.2) مفهوم الشعاع

A و B نقطتان مختلفتان (متمايزتان) من المستوي.

الانسحاب الذي يحول A إلى B يعرف **شعاعا** نرمز إليه بالرمز $\vec{u}$ (مثلا) :

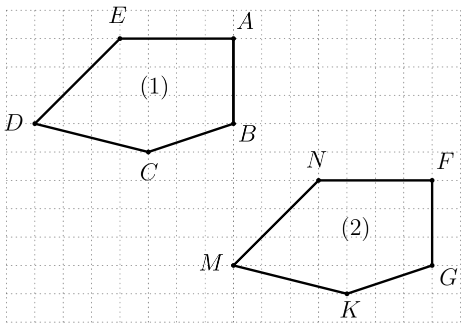


- منحاه هو منحى المستقيم (AB).
- اتجاهه من A نحو B.
- طوله هو طول القطعة $[AB]$.

الثنائية النقطية (A,B) تعيّن شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ و نقول إن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ **مُثّل** الشعاع $\vec{u}$ و نكتب $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

النقطة A تسمى **بداية** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ و النقطة B تسمى **نهايته**.

مثال : تمرين 5 صفحة 196



- E صورة . . . . بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FN}$.
- . . . . صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{KG}$.
- C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه . . . .
- N صورة M بالانسحاب الذي شعاعه . . . .

تطبيقات : تمارين 1 ، 3 و 4 صفحة 196.

II.3) الشعاع المعدوم

عندما تكون النقطتان A و B متطابقتين فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يسمى الشعاع المعدوم.

$$\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{0}$$

طول الشعاع المعدوم يساوي الصفر (0).

الشعاع المعدوم ليس له منحى.

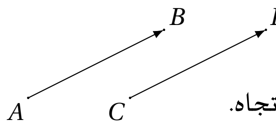
III) الشعاعان المتساويان

III.1) تساوي شعاعين

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المنحى و نفس الاتجاه و نفس الطول

الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويان معناه :

- للمستقيمين (AB) و (CD) نفس المنحى.
- $AB=CD$.
- لنصفَيْ المستقيمين $[AB)$ و $[CD)$ نفس الاتجاه.



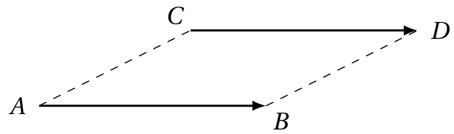
و نكتب $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

نقول إن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

III.2) الأشعة و متوازي الأضلاع

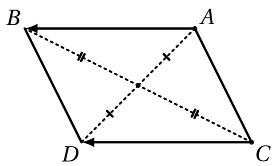
(1) A ، B ، C ، D أربع نقط ليست ثلاث منها على استقامة واحدة.

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ يعني أن الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.



(2) A ، B ، C ، D أربع نقط من المستوى.

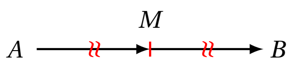
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ يعني أنه للقطعتين $[AD]$ و $[BC]$ نفس المنتصف.



III.3) منتصف قطعة مستقيم

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى.

M منتصف $[AB]$ معناه $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$.



IV) العمليات على الأشعة

IV.1) مجموع شعاعين (تركيب انسحابين) - علاقة شال

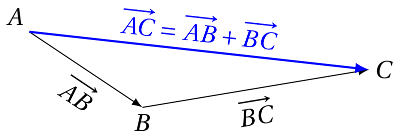
A ، B و C ثلاث نقط من المستوى.

تركيب الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ و الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ بهذا الترتيب هو الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

نقول إن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ هو مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ و نكتب :

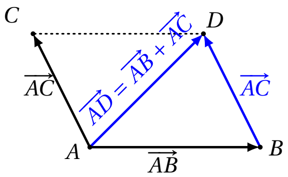
$$\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$$

هذه المساواة تسمى **علاقة شال** (Relation de CHASLES).

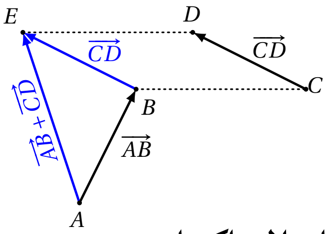


تمثيل مجموع شعاعين :

- إذا كان للشعاعين نفس المبدأ، نطبق **قاعدة متوازي الأضلاع** : لإنشاء المجموع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ ، ننشئ النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع. لدينا إذاً : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ أي $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}$.



- لإنشاء المجموع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ عندما تكون النقطتان B و C مختلفتين، نعين النقطة E بحيث $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BE}$ فيكون $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}$ حسب علاقة شال.

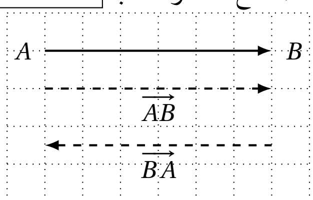


IV.2) الشعاعان المتعاكسان

A و B نقطتان من المستوى.

حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$

الشعاع $\overrightarrow{BA}$ يسمى **معاكس** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ و نكتب $\boxed{\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}}$.



مثال : إذا كانت M منتصف القطعة $[AB]$ فإن :

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{0}$ أي $\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{AM}$.

IV.3) ضرب شعاع في عدد حقيقي

A و B نقطتان من المستوى و k عدد حقيقي.

جداء الشعاع $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k هو الشعاع $\overrightarrow{AC}$ بحيث $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$.

- إذا كان $k>0$ فإن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس الاتجاه.
- إذا كان $k<0$ فإن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ متعاكسان في الاتجاه.

في هذه الحالة، النقط A ، B ، C على استقامة واحدة.

أمثلة :

- إذا كان $k=0$ فإن $\overrightarrow{AC}=0\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$.
- إذا كان $k=-1$ فإن $\overrightarrow{AC}=-1\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$.
- إذا كان $k=\frac{1}{2}$ فإن $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}$ و C هي منتصف $[AB]$.
- إذا كان $k=2$ فإن $\overrightarrow{AC}=2\cdot\overrightarrow{AB}$ و B هي منتصف $[AC]$.

تطبيقات :

تمارين 6 و 7 صفحة 196.

تمارين 9 ، 10 ، 13 ، 16 و 17 صفحة 197.

تمارين 2 ، 7 ، 8 ، صفحة 199.

مسألة 1 صفحة 201.