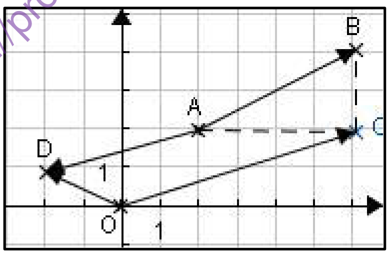
11 المـعـالـم

أتذكر الأهم:

5. قراءة إحداثيي شعاع في معلم

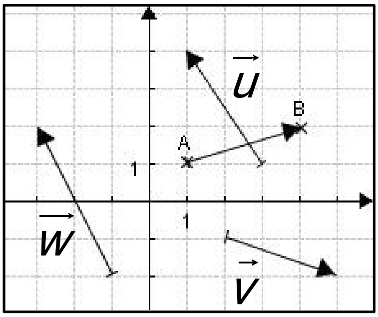


مثال: نقرا في الشكل المقابل:

$\overrightarrow{AB}(4;2)$ ، $\overrightarrow{AC}(4;0)$ ، $\overrightarrow{BC}(0;-2)$ ،

$\overrightarrow{AD}(-4;-1)$ ، $\overrightarrow{OC}(6;2)$ ، $\overrightarrow{OD}(-2;1)$.

6. تمثيل شعاع بمعرفة إحداثييه



مثال: لقد تم في الشكل المقابل تمثيل الأشعة التالية:

$\overrightarrow{AB}$ حيث $A(1;1)$ و $B(4;2)$.

$\vec{u}(-2;3)$ ، $\vec{v}(3;-1)$ و $\vec{w}(-2;4)$.

7. حساب إحداثيي شعاع بمعرفة مبدأ و نهاية ممثل له.

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن:

$AB=\sqrt{17}$ $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;Y_B-Y_A)$

مثال: إذا كان $A(3;2)$ و $B(-1:3)$ فإن $\overrightarrow{AB}(-1-3;3-2)$ و منه $\overrightarrow{AB}(-4;1)$

8. حساب إحداثيي منتصف قطعة مستقيمة

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ و كانت $M(x_M;y_M)$ منتصف $[AB]$ فإن:

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2} \quad \text{و} \quad Y_M=\frac{Y_A+Y_B}{2}$$

مثال: إذا كانت $A(3;2)$ و $B(-1:3)$ فإن منتصف $[AB]$ هي النقطة $M\left(\frac{3-1}{2};\frac{2+3}{2}\right)$

و منه $M\left(1;\frac{5}{2}\right)$

9. حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد و متجانس

في معلم متعامد و متجانس إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(Y_B-Y_A)^2}$$

مثال: إذا كانت $A(3;2)$ و $B(-1:3)$ فإن $AB=\sqrt{(-1-3)^2+(3-2)^2}$

و بالتالي فإن: $AB=\sqrt{17}$.

تمارين

أتدرب:

التمرين 1: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

علم النقط $A(2;3)$ ، $B(-2;5)$ و $C(-2;1)$.

أحسب الأطوال AB ، AC و BC.

أحسب إحداثيي النقطة E منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

هل المستقيم (AE) محورا للقطعة المستقيمة $[BC]$ ؟

عين إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

التمرين 2: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

علم النقط $A(-2;2)$ ، $B(1;5)$ ، $C(5;1)$ و $D(2;-2)$.

تحقق أن النقطة B هي صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DC}$.

أحسب الأطوال AB ، AC و BC ثم بين أن المثلث ABC قائم.

ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

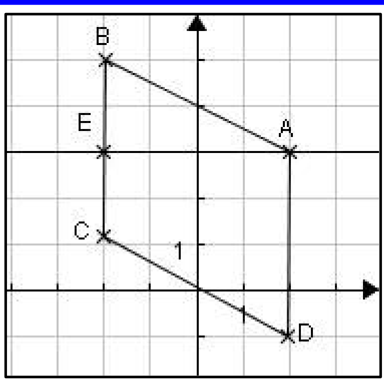
عين إحداثيي النقطة E منتصف القطعة $[AC]$.

بين أن النقطة E هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

حلول التمارين

حل التمرين 1

أنظر الشكل المقابل.



2. $AB=\sqrt{(-2-2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

بنفس الطريقة نجد: $AC=2\sqrt{5}$ و $BC=4$.

3. لدينا $E\left(\dfrac{-2-2}{2};\dfrac{5+1}{2}\right)$ أي $E(-2;3)$.

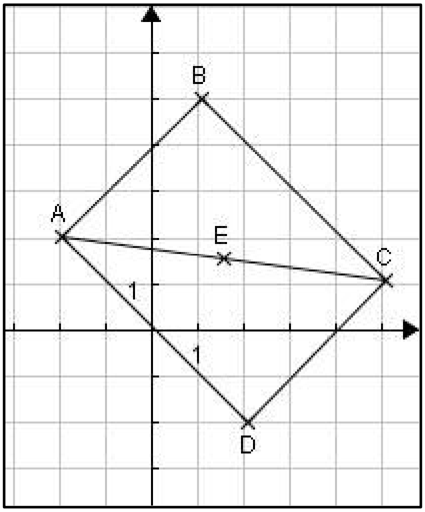
4. بما أن المستقيم (AB) يمر من A رأس المثلث ABC و النقطة E منتصف القطعة $[BC]$ و بما أن المثلث ABC متساوي الساقين في A فإن (AE) محور للقطعة المستقيمة $[BC]$.

5. نفرض أن $D(x;y)$ و منه $\overrightarrow{AD}(x-2;y-3)$ و لدينا $\overrightarrow{BC}(0;-4)$.

$ABCD$ متوازي أضلاع يعني $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ أي $\begin{cases} x-2=0 \\ y-3=-4 \end{cases}$

نجد هكذا أن $D(2;-1)$.

حل التمرين 2



أنظر الشكل المقابل.

يكفي أن نبين أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

لدينا:

$\overrightarrow{AB}(1+2;5-2)$ أي $\overrightarrow{AB}(3;3)$ و لدينا:

$\overrightarrow{DC}(5-3;1+2)$ أي $\overrightarrow{DC}(3;3)$. و بالتالي:

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

$AB=3\sqrt{2}$، $AC=5\sqrt{2}$ و $BC=4\sqrt{2}$

لدينا: $AB^2+BC^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2=50$

و لدينا من جهة ثانية: $AC^2=\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$

و منه: $AB^2+BC^2=AC^2$. نستنتج حسب عكس مبرهنة طالس أن المثلث ABC قائم في النقطة A.

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن $ABCD$ متوازي أضلاع و بما أن إحدى زواياه قائمة فهو إذن مستطيل.

لدينا: $E\left(\frac{-2+5}{2};\frac{2+1}{2}\right)$ و منه $E\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

المثلث ABC قائم في A و E منتصف وتره فهي إذن مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. أو بإتباع طريقة ثانية يكون لدينا من جهة: $EA=EC=\frac{AC}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

و $EB=\sqrt{\left(1-\frac{3}{2}\right)^2+\left(5-\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ و هكذا فإن $EA=EB=EC$ مما يدل على أن النقطة E هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.