الدَّرسُ الـ 10

الأشعّة والانسحَابُ

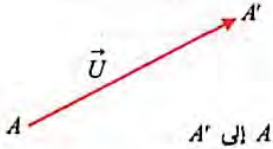
1 - الشعاع و المساواة الشعاعية

1-1 مفهوم الشعاع

A و A' نقطتان متمايزتان من المستوي

الانسحاب الذي يحول A إلى A' يعرف شعاعا نرمز له بـ $\vec{U}$ أو $\vec{V}$ .....الخ

- الثنائية (A,A') تعين شعاعا نرمز له بـ $\vec{AA'}$
- الشعاع $\vec{AA'}$ ممثلا للشعاع $\vec{U}$ و نكتب $\vec{AA'}=\vec{U}$
- منحنى المستقيم (AA') هو منحنى الشعاع $\vec{U}$
- الاتجاه من A إلى A' هو اتجاه الشعاع $\vec{U}$
- طول القطعة $[AA']$ هو طول الشعاع $\vec{U}$



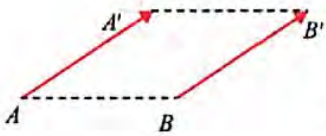
- الانسحاب الذي شعاعه $\vec{AA'}$ هو الانسحاب الذي يحول A إلى A'

1-2 تساوي شعاعين

تعريف

القول أن $\vec{AA'}=\vec{BB'}$ يعني أن الانسحاب الذي يحول A إلى A' يحول أيضا B إلى B'

هذا الانسحاب يسمى الانسحاب الذي شعاعه $\vec{AA'}$ أو $\vec{BB'}$



ملاحظة

القول أن شعاعين متساويين يعني أن لهما نفس المنحى و نفس الاتجاه ونفس الطول

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

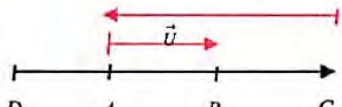
خاصية

- إذا كانت I منتصف القطعة $[AB]$
فإن $\vec{AI} = \vec{IB}$
- إذا كانت $\vec{AI} = \vec{IB}$
فإن I منتصف القطعة $[AB]$

تمرين تدريبي 1

1) ارسم القطعة $[AB]$ ثم أنشئ النقطة C بحيث $\vec{AB} = \vec{BC}$
2) ماذا تمثل النقطة B بالنسبة إلى القطعة $[AC]$ ؟
3) أنشئ النقطة D بحيث $\vec{BD} = \vec{CA}$ ، و ماذا تمثل A بالنسبة إلى القطعة $[DB]$ ؟

الحل



1) من المساواة $\vec{AB} = \vec{BC}$ نستنتج ان
النقطة C هي صورة النقطة B
بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$

2) بما أن $\vec{AB} = \vec{BC}$ فإن النقطة B هي منتصف القطعة $[AC]$

3) من المساواة $\vec{BD} = \vec{CA}$ نستنتج ان النقطة D هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$ النقطة A هي منتصف $[DB]$

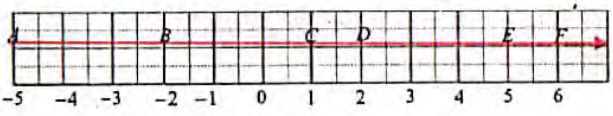
تمرين تدريبي 2

نقط على مستقيم مدرج فواصلها على الترتيب A ، B ، C ، D ، E ، F
-5 ، -2 ، 1 ، 2 ، 5 ، 6

1) علم هذه النقاط
2) اكتب بعض المساويات الشعاعية الممكنة باستعمال النقط المعطاة

الحل

1)



2) $\vec{AB} = \vec{DE}$ ، $\vec{AB} = \vec{BC}$ ، $\vec{DE} = \vec{BC}$ ، $\vec{CE} = \vec{BD}$ ، $\vec{CE} = \vec{DF}$ ، $\vec{EF} = \vec{CD}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

❷ ـ الأشعة و المتوازي الأضلاع

خاصية

- إذا كان للقطعتين $[AD]$ و $[BC]$ نفس المنتصف فإن $\vec{AC}=\vec{BD}$ و $\vec{AB}=\vec{CD}$
- إذا كان $\vec{AB}=\vec{CD}$ فإن القطعتين $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف و $\vec{AC}=\vec{BD}$

النقطتان C ، D لا تنتميان إلى المستقيم (AB)

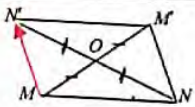
النقطتان C ، D تنتميان إلى المستقيم (AB)

ملاحظة

الخاصية السابقة يمكن صياغتها بالكيفية التالية

- إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\vec{AB}=\vec{CD}$
- إذا كان $\vec{AB}=\vec{CD}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

تمرين تدريبي ـ 1



بالتناظر المركزي الذي مركزه النقطة O نظيرة M هي M' و نظيرة N هي N'

ـ برهن أن $MN'=NM'$

الحل

في المتوازي الأضلاع $MNM'N'$ القطران $[MM']$ و $[NN']$ متقاطعان و لهما نفس المنتصف الذي هو النقطة O إذن $\vec{MN'}=\vec{NM'}$

تمرين تدريبي ـ

$ABCD$ متوازي أضلاع ، M نقطة من المستوي بحيث $\vec{BM}=\vec{AB}$

ـ ارسم الشكل ثم بين أن الرباعي $BMCD$ متوازي أضلاع

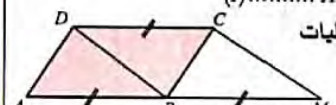
الحل

بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\vec{AB}=\vec{CD}$ .....(1)

و لدينا (2) ..... $\vec{BM}=\vec{AB}$ من المعطيات

من (1) و (2) نجد $\vec{BM}=\vec{DC}$

إذن فالرباعي $BMCD$ متوازي أضلاع



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

3 ـ تركيب انسحابين (مجموع شعاعين)

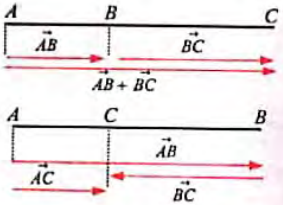
3-1 تعريف

A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي

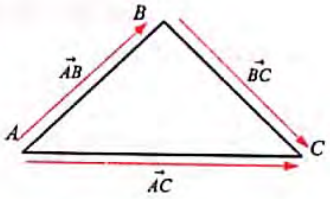
تركيب الانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$ متبوع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BC}$ هو الانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$

نقول أن الشعاع $\vec{AC}$ هو مجموع الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{BC}$ و نكتب $\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{BC}$ .....(1)

تسمى العلاقة (1) بعلاقة شال



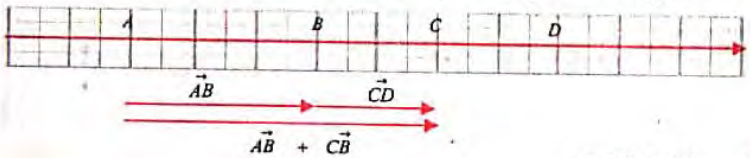
حالة A ، B ، C على استقامة واحدة



حالة A ، B ، C ليست على استقامة واحدة

مثال

A ، B ، C ، D اربع نقط كما هي موضحة في الشكل

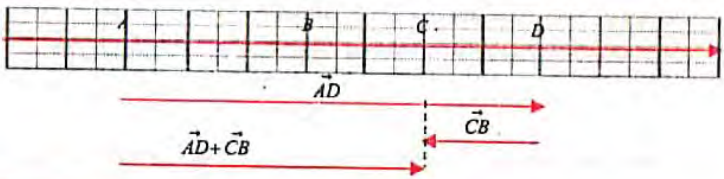


مثل كل من الأشعة التالية

1) $\vec{AB}+\vec{CD}$ 2) $\vec{AD}+\vec{CB}$

الحل

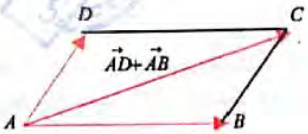
1)



2)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

3-2 الشعاع المعدوم ، الشعاعان المتعاكسان



- الشعاع المعدوم الذي نرمز له بـ $\vec{0}$ هو الشعاع $\vec{AA}$ (أو $\vec{BB}$ أو $\vec{CC}$ .....)
- الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان مجموعهما يساوي الشعاع المعدوم فمثلا الشعاع العكسي للشعاع $\vec{AB}$ هو الشعاع $\vec{BA}$ و نرمز له ايضا بـ $-\vec{AB}$

ونكتب $\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{AA}=\vec{0}$

خاصية

إذا كان الرباعي $ABCD$ متوازي اضلاع فإن $\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AC}$

الإثبات

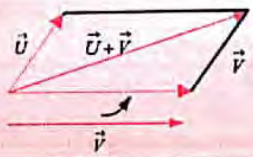
بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن $\vec{AD}=\vec{BC}$ إذن $\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ (حسب علاقة شال)

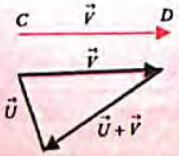
ملاحظة

إذا كان $\vec{U}$ و $\vec{V}$ شعاعين كيفيين فإن تمثيل المجموع $\vec{U}+\vec{V}$ يكون بالكيفية التالية

ننشئ ممثلا للشعاع $\vec{V}$ من نهاية الشعاع $\vec{U}$ ثم نطبق علاقة شال.

ننشئ ممثلا للشعاع $\vec{V}$ من بداية $\vec{U}$ ثم نطبق قاعدة متوازي الأضلاع





تمرين تدريبي

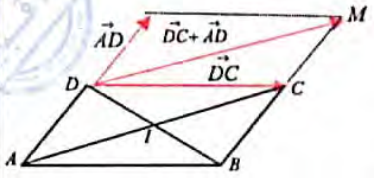
$ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة I ، على شكلين مختلفين .

أ) انشئ النقطة M بحيث $\vec{DM}=\vec{DC}+\vec{AD}$

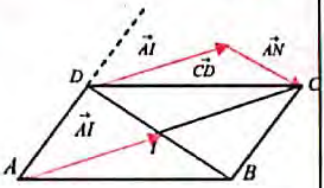
ب) انشئ النقطة N بحيث $\vec{AN}=\vec{CD}+\vec{AI}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل



أ) إنشاء النقطة M



ب) إنشاء النقطة N

4 - صور بعض الأشكال بالانسحاب

ليكن t انسحابا شعاعه $\vec{U}=\vec{AB}$

أ) صورة قطعة مستقيمة بواسطة الانسحاب t هي قطعة مستقيمة لها نفس الطول.

ب) صورة مستقيم (d) بواسطة t هو مستقيم (d') يوازي (d).

ج) صورة نصف مستقيم بواسطة t هو نصف مستقيم يوازيه و له نفس الاتجاه.

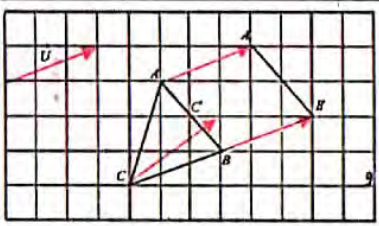
د) صورة دائرة مركزها O و طول نصف قطرها r هي دائرة مركزها O' و طول نصف قطرها r حيث O' صورة O بالانسحاب t

تمرين تدريبي

ABC مثلث كما هو مبين في الشكل

1) أوجد صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{U}$

2) أوجد صورة الدائرة التي مركزها B طول نصف قطرها 2



الحل

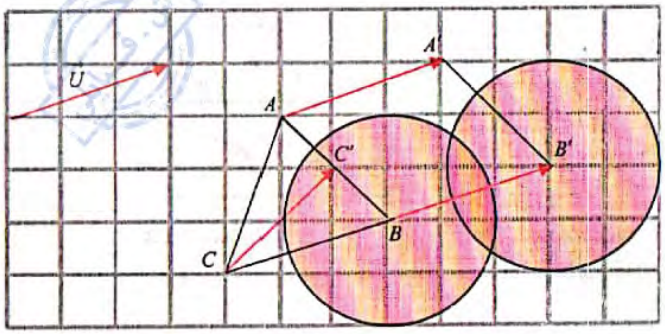
1) صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{U}$ هي النقطة A' حيث $\vec{AA'}=\vec{U}$

بنفس الكيفية نجد $\vec{BB'}=\vec{CC'}=\vec{U}$

2) صورة الدائرة التي مركزها B و طول نصف قطرها 2 بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{U}$ هي

دائرة مركزها B' و طول نصف قطرها 2 حيث $\vec{BB'}=\vec{U}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

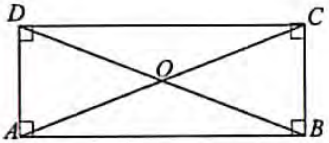
$ABCD$ مستطيل مركزه النقطة O

1) اشرح لماذا $\vec{AO}=\vec{OC}$ ؟

2) انقل ثم أكمل مايلي

$\vec{DO}=.....$ ، $\vec{CO}=.....$ ، $\vec{BO}=.....$

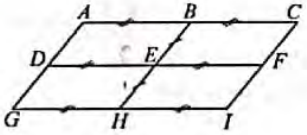
الحل



1) $\vec{AO}=\vec{OC}$ لأن مركز المستطيل $ABCD$ هو منتصف القطعة $[AC]$

2) $\vec{DO}=\vec{OB}$ ، $\vec{CO}=\vec{OA}$ ، $\vec{BO}=\vec{OD}$

تطبيق 2



على هذا الشكل توجد قطع مستقيمة لها نفس الطول.

1) عين متوازيات أضلاع من هذا الشكل

2) انقل ثم أكمل الجمل التالية

C هي صورة ..... بالانسحاب الذي يحول G إلى I

..... هي صورة E بالانسحاب الذي يحول G إلى H

الحل

1) $ABED$ ، $ABHG$ ، $DEHG$
$BCFE$ ، $EFIH$ ، $BCIH$
$ACFD$ ، $DFIG$ ، $ACIG$

2) C هي صورة A بالانسحاب الذي يحول G إلى I
F هي صورة E بالانسحاب الذي يحول G إلى H

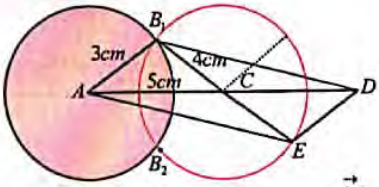
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 3

1) انشئ مثلث ABC بحيث $AB=3cm$ و $AC=5cm$ و $BC=4cm$
2) انشئ النقطة D بحيث $\vec{CD}=\vec{AC}$ ثم النقطة E نظيرة B بالنسبة إلى C
3) ماهي طبيعة الرباعي $ABDE$ ؟ مبررا إجابتك

الحل

1) نرسم قطعة $[AC]$ مستقيمة طولها $5cm$ نرسم دائرة مركزها A وطول نصف قطرها 3
نرسم دائرة مركزها C
وطول نصف قطرها 4 تقطع الدائرة
الأولى في نقطتين B_1 و B_2 عندئذ يكون
$AB_1=AB_2=3cm$ و $CB_1=CB_2=4cm$
إذن $B=B_1$ أو $B=B_2$

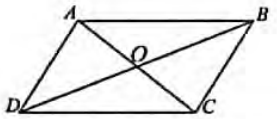


2) $\vec{CD}=\vec{AC}$
النقطة D هي صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$

3) تعيين طبيعة الرباعي $ABDE$
- بما ان D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$ فإن C منتصف القطعة $[AD]$
- بما ان E نظيرة B بالنسبة إلى C فإن C منتصف $[BE]$
إذن القطران $[BE]$ و $[AD]$ في الرباعي $ABDE$ لهما نفس المنتصف
إذن الرباعي $ABDE$ متوازي أضلاع

تطبيق 4

$ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة O
انقل ثم أكمل ما يلي



$\vec{AB}=$..... ، $\vec{AD}=$..... ، $\vec{AO}=$.....
$\vec{OB}=$..... ، $\vec{OC}=$..... ، $\vec{OD}=$.....

الحل

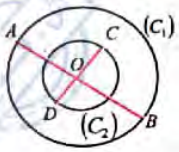
$\vec{AB}=\vec{DC}$ ، $\vec{AD}=\vec{BC}$ ، $\vec{AO}=\vec{OC}$ ، $\vec{OB}=\vec{DO}$ ، $\vec{OC}=\vec{AO}$ ، $\vec{OD}=\vec{BO}$

تطبيق 5

(C_1) و (C_2) دائرتان متمركزتان في النقطة O (لهما نفس المركز)
بحيث $[AB]$ قطر (C_1) و $[CD]$ قطر (C_2)
- برهن أن $\vec{AC}=\vec{DB}$ ثم $\vec{DA}=\vec{BC}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل



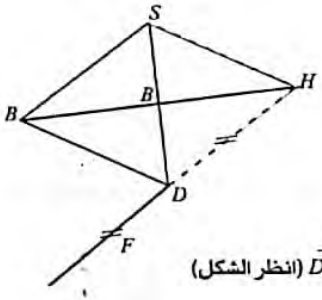
- $[AB]$ قطر للدائرة (C_1) و O مركزها
إذن O منتصف القطعة $[AB]$
- $[CD]$ قطر للدائرة (C_2) و O مركزها
إذن O منتصف القطعة $[CD]$
إذن القطران $[AB]$ و $[CD]$ لهما نفس المنتصف و عليه الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع
إذن $\vec{AC}=\vec{DB}$ و $\vec{DA}=\vec{BC}$

تطبيق 6

BSD مثلث و I منتصف القطعة $[SD]$ و H نظيرة B بالنسبة إلى I

1) ارسم الشكل ثم بين ان $\vec{HD}=\vec{SB}$
2) أنشئ النقطة F صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{SB}$
3) برهن أن النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$

الحل



1) بما ان H نظيرة B بالنسبة إلى I
فإن I منتصف $[BH]$
إذن
القطران $[BH]$ و $[SD]$ لهما نفس المنتصف
و عليه فالرباعي $BSHD$ متوازي الأضلاع
إذن $\vec{HD}=\vec{SB}$

2) F صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{SB}$ يعني ان $\vec{DF}=\vec{SB}$ (انظر الشكل)

3) إثبات ان النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$
لدينا $\vec{DF}=\vec{SB}$ .....(1)
و $\vec{HD}=\vec{SB}$ .....(2) (لأن $SHDB$ متوازي الأضلاع)
من (1) و (2) نجد $\vec{DF}=\vec{HD}$ .....(3)
من المساواة (3) نستنتج ان النقطة D هي منتصف القطعة $[HF]$

تطبيق 7

ABC مثلث كيفي

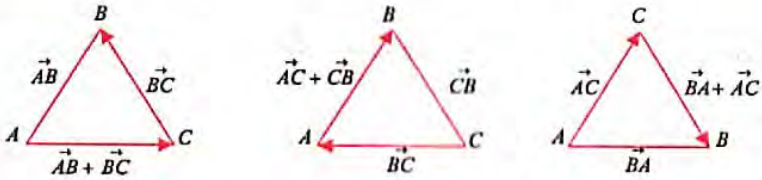
1) مثل مجموع الشعاعين في كل حالة من الحالات التالية
$\vec{AB}+\vec{BC}$ ، $\vec{AC}+\vec{CB}$ ، $\vec{BA}+\vec{AC}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

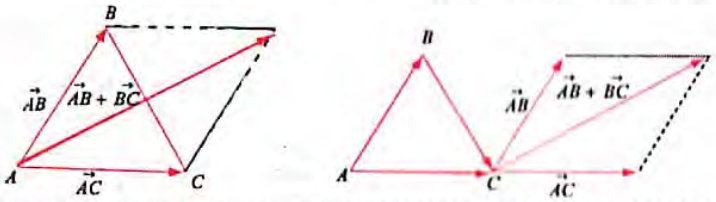
2) مثل انطلاقا من النقطة A ممثل الشعاع $\vec{AB}+\vec{AC}$ ثم انطلاقا من النقطة C .

الحل

1) $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ ، $\vec{AC}+\vec{CB}=\vec{AB}$ ، $\vec{BA}+\vec{AC}=\vec{BC}$



2) لتمثيل ممثل الشعاع $\vec{AB}+\vec{AC}$ انطلاقا من النقطة A نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع ننشئ ممثلا للشعاع $\vec{AB}$ من النقطة C ، ثم ممثلا للشعاع $\vec{AC}$ من النقطة C و بعد ذلك نطبق قاعدة متوازي الأضلاع



تطبيق 8

في كل حالة من الحالات الآتية أملأ الفراغات بحيث تكون المساواة صحيحة

ا) $\vec{IJ}+\ldots\ldots=\vec{IE}$ ب) $\ldots\ldots+\vec{CA}=\vec{RA}$

ج) $\ldots\ldots+\vec{AB}=\vec{AS}$ د) $\vec{AB}+\ldots\ldots=\vec{O}$

الحل

ا) $\vec{IJ}+\vec{JE}=\vec{IE}$ (علاقة شال)

ب) $\vec{RC}+\vec{CA}=\vec{RA}$

ج) $\vec{BS}+\vec{AB}=\vec{AS}$ لأن

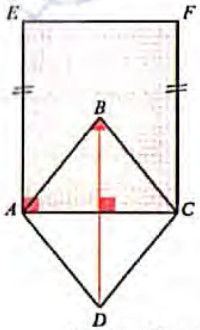
$\vec{BS}+\vec{AB}=\vec{AB}+\vec{AS}=\vec{AS}$ (علاقة شال)

د) $\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{O}$ (الشعاعان المتعاكسان)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 9

الشكل $ABCD$ معين
E و F صورتان على التوالي للنقطتين A و C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DB}$
- ما هي طبيعة الرباعي $AEFC$ ؟



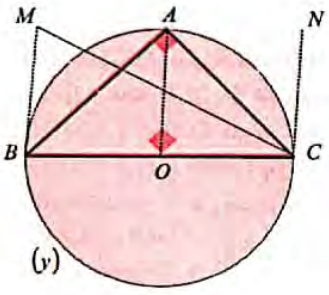
الحل

بما ان E و F صور A و C على التوالي بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DB}$ فإن
$\vec{AE}=\vec{DB}$ و $\vec{CF}=\vec{DB}$
و منه نستنتج
$\vec{AE}=\vec{CF}$
إذن الرباعي $AEFC$ متوازي أضلاع
بما ان المستقيم (AE) عمودي على (AC)
و (CF) عمودي على (AC) فإن $\hat{A}=\hat{C}=90°$
إذن الرباعي $AEFC$ مستطيل. (غير ممكن أن يكون مربع لأن $AE=DB$ و $DB\neq AC$)

تطبيق 10

(γ) دائرة مركزها النقطة O و قطرها $[BC]$ ، A نقطة من الدائرة .
1) ماهي طبيعة المثلث ABC ؟
2) أ) انشئ النقطة M بحيث $\vec{CM}=\vec{CO}+\vec{CA}$
ب) انشئ النقطة N بحيث $\vec{ON}=\vec{OA}+\vec{OC}$
3) أ) برهن أن النقطة A منتصف $[MN]$
ب) برهن أن المثلث MON قائم

الحل



1) المثلث الذي رؤوسه تقع على دائرة و بحيث أحد أضلاعه قطرا لهذه الدائرة يكون قائما و منه المثلث ABC قائم في A

2) أ) لتمثيل الشعاع $\vec{CO}+\vec{CA}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع
ب) لتمثيل الشعاع $\vec{OA}+\vec{OC}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع. (انظر الشكل)

3) أ) إثبات ان النقطة A منتصف $[MN]$
بما ان $MAOB$ متوازي الأضلاع فإن (1) ..... $\vec{MA}=\vec{BO}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

بما أن $ANCO$ متوازي الأضلاع فإن (2) ..... $\vec{AN}=\vec{OC}$

بما أن $[BC]$ قطرا للدائرة التي مركزها O فإن (3) ..... $\vec{BO}=\vec{OC}$

من (1) و (2) و (3) نجد

$\vec{MA}=\vec{AN}$ و هذه المساواة تعني أن A منتصف القطعة $[MN]$

ب) إثبات أن المثلث MON قائم

بما أن $(AC)\perp(AB)$ و $(AC)//(MO)$ و $(AB)//(NO)$

فإن $(MO)\perp(NO)$ و عليه المثلث MON قائم في O

تطبيق 11

$ABCD$ متوازي الأضلاع و النقطة O مركزا له، (BC) و (AC) مستقيمان متعامدان فيه.

1) أرسم الدائرة التي تشمل النقط O، B، C محددا مركزها I.

2) أنشئ النقطتين M و P بحيث $\vec{OM}=\vec{OB}+\vec{OC}$ و $\vec{BP}=\vec{BC}+\vec{OD}$

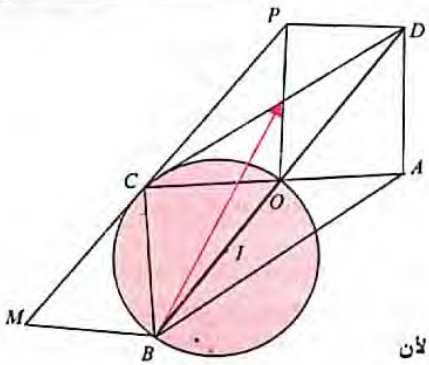
3) باستعمال الانسحابات

أ) باي انسحاب تكون O صورتها C و B صورتها M ؟

ب) برهن بهذا الانسحاب أن النقطة D صورتها P

ج) بين أن النقط P، C، M على استقامة واحدة

الحل



1) بما أن وتر المثلث BCO هو قطرا للدائرة فإن مركز الدائرة هو منتصف القطعة $[OB]$

2) لتمثيل الشعاع $\vec{OB}+\vec{OC}$ نستعمل قاعدة متوازي الأضلاع، نفس الشيء بالنسبة إلى الشعاع $\vec{BC}+\vec{OD}$

3) أ) الانسحاب الذي يحول النقطة O إلى C و يحول النقطة B إلى M شعاعه هو $\vec{AO}$ لأن $\vec{AO}=\vec{OC}$ و $COBM$ متوازي اضلاع

ب) بما أن الرباعي $CPDO$ متوازي اضلاع فإن $\vec{DP}=\vec{OC}$ و بما أن $\vec{OC}=\vec{AO}$ فإن $\vec{DP}=\vec{AO}$ إذن P هي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AO}$

ج) إثبات أن النقط P، C، M في استقامة واحدة

بما أن $\vec{CM}=\vec{OB}$ و $\vec{CP}=\vec{BC}$ فإن $\vec{CM}=-\vec{CP}$

المساواة $\vec{CM}=-\vec{CP}$ تعني أن C منتصف $[MP]$

إذن النقط P، C، M تقع على استقامة واحدة

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق ⑫

$ABCD$ شكل مستطيل بحيث $AB=3cm$ و $BC=1,2cm$
E نقطة من القطعة $[AB]$ بحيث $EB=0,6cm$ و F منتصف القطعة $[DC]$

1) احسب القيمة المضبوطة لـ EC و DE

اشرح لماذا $EC=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ و $DE=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

2) ما هي طبيعة المثلث CDE ؟ برر إجابتك

3) G هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FC}$
ما هي طبيعة الرباعي $EGFD$ ؟ و ما هي طبيعة الرباعي $EGCF$ ؟

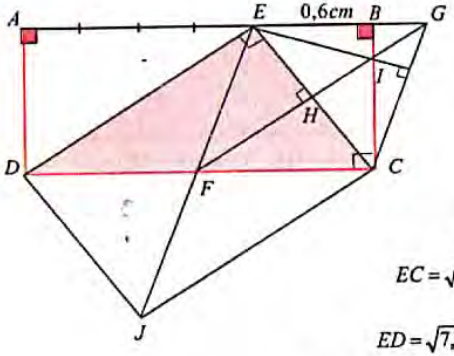
4) المستقيم (FG) يقطع $[EC]$ في H و $[BC]$ في I برهن ان المستقيمين (EI) و (CG) متعامدان

5) J نقطة بحيث $\vec{CJ}=\vec{ED}$
- ماهي طبيعة الرباعي $DECJ$ ؟
- هل النقط E ، F ، J على استقامة واحدة ؟

الحل

1) المثلث EBC قائم في B حسب نظرية فيثاغورث

$EC^2=EB^2+BC^2$
$=0,36+1,44=1,8$
إذن $EC=\sqrt{1,8}cm$



- المثلث EAD قائم في A حسب نظرية فيثاغورث

$ED^2=AE^2+AD^2$
$=(2,4)^2+(1,2)^2=5,76+1,44=7,2$
إذن $ED=\sqrt{7,2}cm$

$EC=\sqrt{1,8}=\sqrt{\frac{18}{10}}=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$ED=\sqrt{7,2}=\sqrt{\frac{72}{10}}=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

2) طبيعة المثلث CDE

لدينا $EC^2=\frac{9}{5}$ و $ED^2=\frac{36}{5}$ و منه $EC^2+ED^2=\frac{9}{5}+\frac{36}{5}=\frac{45}{5}=9$
و لدينا $DC^2=3^2=9$
إذن $DC^2=EC^2+ED^2$ و حسب النظرية العكسية لفيثاغورث
فإن المثلث CDE قائم في E

3) بما أن G هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FC}$
فإن $\vec{EG}=\vec{FC}$ و عليه فالرباعي $EGCF$ متوازي أضلاع

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

- بما ان $\vec{DF}=\vec{FC}$ و $\vec{EG}=\vec{FC}$ فإن $\vec{EG}=\vec{DF}$ و منه الرباعي $EGFD$ متوازي اضلاع.

4) بما ان (EC) عمودي على (JC) و $(FG)//(JC)$ فإن $(FG)\perp(EC)$
إذن I هي نقطة تقاطع العمودين النازلين من G و C
إذن المستقيم (EI) هو العمود النازل من I على (CG) و عليه $(EI)\perp(CG)$

5) بما ان $\vec{CJ}=\vec{ED}$ فإن الرباعي $DECJ$ متوازي اضلاع.
و بما ان $(DE)\perp(CE)$ فإن $DECJ$ مستطيل.
بما ان $DECJ$ مستطيل و $[EJ]$ قطر له و F منتصف $[DC]$ فإن F منتصف $[EJ]$
و بالتالي النقط E ، F ، J على استقامة واحدة.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/