أساتذة متوسطة بوراشد – عين الحجر – سعيدة

الميدان : أنشطة عددية **المستوى :** الرابعة متوسط

المقطع : الأول

الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة **الأستاذ :**

المورد المعرفي : قاسم عدد طبيعي

الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة ∀∃∩∪∉∈

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة والعمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة (**قاسم عدد طبيعي**) ▪ يوظف الأعداد (بما فيها الناطقة) والعمليات عليها، في سياقات مختلفة، ويمارس الاستدلال في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
أهداف الوضعية التعلمية	▪ التعرف على قاسم عدد طبيعي ▪ تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها	▪ من المادة ويمكن إسقاطها على الواقع مباشرة ▪ لا تتطلب بحث مطول
السندات المستعملة	▪ الكتاب المدرسي
صعوبات متوقّعة	▪
تهيئة	▪ القسمة الاقليدية – مضاعف عدد طبيعي
أنشطة	**نشاط :** رقم 1 و 2 صفحة 8 **1 التعرّف على قاسم لعدد طبيعي** • أراد صاحب مكتبة ترتيب 420 كتابا في رفوف، بحيث يحتوي كل رفّ على نفس العدد من الكتب، ففكّر في كيفيتين: أ) يضع 26 كتابا في كل رفّ. ب) يضع 28 كتابا في كل رفّ. أي الكيفيتين أنسب؟ اشرح. ماذا يمثّل العدد 28 بالنّسبة إلى العدد 420؟ **2 قواسم عدد طبيعي** أ) نريد تعيين كل قواسم العدد 60. 1) اكتب العدد 60 على شكل جداء عاملين بكلّ الأشكال الممكنة. 2) استنتج كل قواسم العدد 60 . (يمكنك الاستعانة بالجدول المقابل) ب) عيّن كل قواسم العدد 48، كذلك بالنّسبة إلى العدد 17. كتابة العدد 60 على شكل جداء عاملين: 60 = 1 x 60 ; 60 = 2 x ... ; 60 = ... x ... ; ..... قواسم العدد 60: 1 و 60 ; ... و ... ; ... و ... ; ......
الحوصلة	**قاسم عدد طبيعي :** **تعريف :** a و b عددان طبيعيان حيث b غير معدوم و $b\langle a$ نقول أن b قاسم لـ a عندما يكون باقي القسمة الاقليدية لـ a على b معدوماً **ملاحظة :** a قابل للقسمة على b معناه : a مضاعف لـ b معناه : b يقسم a معناه : يوجد عدد طبيعي k حيث : $a=k\times b$

	أمثلة : 3 قاسم لـ 24 معناه 24 مضاعف للعدد 3 أي : $24=8\times3$ 7 ليس قاسم لـ 30 لان باقي القسمة الاقليدية غير معدوم أي : $30=7\times4+2$ **ملاحظات :** 1) العدد 1 قاسم لكل الأعداد الطبيعية 2) يمكن للعدد الطبيعي أن يكون له عدة قواسم تسمى **مجموعة القواسم** لهذا العدد **تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي :** **تعريف :** مجموعة قواسم العدد الطبيعي a هي مجموعة الأعداد الطبيعية b التي تقسم a **مثال :** 1) تعيين قواسم العدد 15 $15=1\times15$ $15=3\times5$ مجموعة قواسم العدد 15 هي $\{1;3;5;8;15\}$ 2) تعيين قواسم العدد 48 $48=1\times48$ $48=2\times24$ $48=3\times16$ $48=4\times12$ $48=6\times8$ مجموعة قواسم العدد 48 هي $\{1;2;3;4;6;8;12;16;24;48\}$
تمديد	**تطبيق :** رقم 1 و 3 صفحة 17

الميدان : أنشطة عددية **المستوى :** الرابعة متوسط
المقطع : الأول
الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة **الأستاذ :**
المورد المعرفي : خواص قواسم عدد طبيعي
الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة ∀∃∩∪∉∈

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة العمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة **(خواص قواسم عدد طبيعي)** ▪ يوظف الأعداد (بما فيها الناطقة) والعمليات عليها، في سياقات مختلفة، ويمارس الاستدلال في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
أهداف الوضعية التعلمية	▪ معرفة خواص قواسم عدد طبيعي
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها	▪ من المادة ويمكن إسقاطها على الواقع مباشرة ▪ لا تتطلب بحث مطول
السندات المستعملة	▪ الكتاب المدرسي
صعوبات متوقّعة	▪ التوصل إلى استنتاج الخواص
تهيئة	▪ قواسم عدد طبيعي– مضاعف عدد طبيعي
أنشطة	**نشاط :** رقم 4 صفحة 8 أ) تحقّق من أن n يقسم كلا من العددين a و b في كل حالة من الحالات التالية: 1) $a=18$ ، $b=12$ ، $n=3$ 2) $a=35$ ، $b=15$ ، $n=5$ 3) $a=56$ ، $b=21$ ، $n=7$ ب) تحقّق في كل حالة، من أن العدد n يقسم العدد $a+b$ ويقسم العدد $a-b$. • انقل وأكمل التخمين الآتي: (إذا كان العدد n ..... كلا من العددين a و b فإن n يقسم ..... و n يقسم .....). جـ) تحقّق في كل حالة من أنّ n، يقسم باقي القسمة الإقليدية للعدد a على العدد b. • انقل وأكمل التخمين الآتي: (إذا كان العدد n ..... كلا من العددين a و b فإن n يقسم باقي القسمة.....).
الحوصلة	**خاصية 1 :** a ، b ، n أعداد طبيعية غير معدومة حيث $a \rangle b$ إذا كان n يقسم كلا من a و b فان n يقسم كلا من $(a+b)$ و $(a-b)$ **مثال :** 3 قاسم لـ 12 و 21 ومنه 3 قاسم لـ (12+21) أي 3 قاسم لـ 33 و 3 قاسم لـ (12-21) أي 3 قاسم لـ 9 **خاصية 2 :** a ، b ، n أعداد طبيعية غير معدومة حيث $a \rangle b$ اذا كان n يقسم كلا من a و b فان n يقسم باقي القسمة الاقليدية لـ a على b

	مثال : لدينا $24=16\times1+8$ ومنه 4 يقسم 16 و 24 إذن 4 يقسم باقي القسمة الاقليدية 8
تمديد	**تطبيق :** رقم 12 صفحة 17

أساتذة متوسطة بوراشد – عين الحجر – سعيدة

الميدان : أنشطة عددية **المستوى :** الرابعة متوسط

المقطع : الأول

الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة **الأستاذ :**

المورد المعرفي : القاسم المشترك الأكبر

الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة ∀E∪∩∃∈∉

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة والعمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة (**القاسم المشترك الأكبر**) ▪ يوظف ،في وضعيات متنوعة، الحساب على الأعداد الناطقة ويبني استدلالات وبراهين بسيطة في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
أهداف الوضعية التعلمية	▪ معرفة مفهوم القاسم المشترك الأكبر والترميز الموافق له ▪ خوارزمي إقليدس (عمليات الطرح المتتالية) ▪ خوارزمي إقليدس (القسمات الاقليدية)
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها	▪ من المادة ويمكن إسقاطها على الواقع مباشرة ▪ لا تتطلب بحث مطول
السندات المستعملة	▪ الكتاب المدرسي
صعوبات متوقّعة	▪ استنتاج الآلية الصحيحة لحساب القاسم المشترك الأكبر
تهيئة	▪ صفحة 7
أنشطة	**نشاط :** رقم 4 و 5 صفحة 8 **5 تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين** 1) أوجد قواسم كلٍّ من العددين 42 و 60. 2) أوجد القواسم المشتركة لهذين العددين. 3) ما هو أكبر قاسم مشترك للعددين 42 و 60؟ انقل و أكمل: «العدد ... يسمى القاسم ... ... للعددين 42 و 60». ونكتب ... PGCD (42 ; 60). **نشاط :** رقم 6 صفحة 9 أ) باستعمال الفروق المتتابعة نريد تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 252 و 140. 1) احسب الفرق 140 - 252 ثم اشرح لماذا PGCD(252 ; 140) = PGCD (140 ; 112). 2) انقل وأكمل (يمكن البدء بإتمام الجدول المقابل): PGCD (252 ; 140) = PGCD (140 ; 112) = PGCD (112 ; ...) ؛ = PGCD (... ; 25) = PGCD (28 ; ...) ؛ = PGCD (... ; ...) 3) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 252 و 140. 4) عيّن بطريقة مماثلة لما سبق PGCD (378 ; 315).

فرقهما	العددان	
112	140	252
....	112	140
....	....	112
....	....	....
....	....	....
....	....	....

ب) باستعمال عمليات القسمات المتتابعة (خوارزمية إقليدس)

أ) تحقّق من أنّه لتعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 765 و 135 بطريقة الفروق المتتابعة تلزم ثمان خطوات.

ب) لتعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 765 و 135 بطريقة القسمة.

1) انقل وأكمل ما يلي: « باقي القسمة الإقليدية للعدد 765 على العدد 135 هو ....»

2) اشرح لماذا PGCD (765 ; 135) = PGCD (135 ; 90).

3) انقل وأكمل مع تبرير كل خطوة (يمكن البدء بإتمام الجدول المقابل)

PGCD (135 ; 90) = PGCD (90 ; ...) لأنّ ....

PGCD (90 ; 45) = PGCD (45 ; ...) لأنّ ....

a	b	باقي قسمة a على b
765	135	....
135	....	....
....	....	....

4) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين الأوليّين 765 و 135.

5) عيّن بطريقة مماثلة لما سبق PGCD (3356 ; 1528).

الحوصلة

تعريف :

- القاسم المشترك لعددين طبيعيين هو عدد طبيعي يقسم كل منهما
- أكبر قاسم مشترك لعددين طبيعيين يسمى : القاسم المشترك الأكبر لهما ونرمز له بـ $PGCD$

مثال :

قواسم 18 هي : $\{1;2;3;6;9;18\}$

قواسم 48 هي : $\{1;2;3;4;6;8;12;16;24;48\}$

القواسم المشتركة بينهما هي : $\{1;2;3;6\}$

العدد 6 يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 و 48 ونكتب : $PGCD\left(18;48\right)=6$

ملاحظة :

a و b عددان طبيعيان

- $PGCD(a;a)=a$
- $PGCD(a;0)=a$
- إذا كان b قاسما للعدد a فان $PGCD(a;b)=b$

مثال :

- $PGCD(5;5)=5$
- $PGCD(5;0)=5$
- $PGCD(5;25)=5$

خاصية :

القواسم المشتركة لعددين طبيعيين هي قواسم القاسم المشترك الأكبر لهما

مثال :

لدينا $PGCD\left(18;48\right)=6$

قواسم 6 هي : $\{1;2;3;6\}$ وهي نفسها القواسم المشتركة للعددين 18 و 48

ملاحظة :

لحساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين يمكن استعمال خوارزمية الطرح المتتالية أو استعمال خوارزمية إقليدس (سلسلة القسمات المتتالية)

تمديد

تطبيق : رقم 17 و 19 صفحة 14

أساتذة متوسطة بوراشد – عين الحجر – سعيدة

الميدان : أنشطة عددية **المستوى :** الرابعة متوسط

المقطع : الأول

الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة **الأستاذ :**

المورد المعرفي : العددان الأوليان فيما بينهما

الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة ∀∃∩∪∉∈

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة العمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة (**العددان الأوليان فيما بينهما**) ▪ يوظف الأعداد (بما فيها الناطقة) والعمليات عليها، في سياقات مختلفة، ويمارس الاستدلال في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
أهداف الوضعية التعلمية	▪ التعرف على العددان الاوليان فيما بينهما
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها	▪ من المادة ويمكن إسقاطها على الواقع مباشرة ▪ لا تتطلب بحث مطول
السندات المستعملة	▪ الكتاب المدرسي
صعوبات متوقّعة	▪ صعوبة في التبرير
تهيئة	▪ حساب القسم المشترك الأكبر لعددين
أنشطة	**نشاط :** رقم 7 صفحة 9 أ) اشرح لماذا القاسم المشترك الأكبر للعددين 17 و 18 هو 1. نقول إن العددين 17 و 18 أوليان فيما بينهما و نكتب PGCD (18 ; 17) = 1 . ب) أثبت أن 22 و 35 أوليان فيما بينهما. جـ) تقول مريم :«العددان 27 و 36 أوليان فيما بينهما». هل هي على صواب؟ اشرح.
الحوصلة	**تعريف :** a ، b عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما معناه أن قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1 ونكتب $PGCD(a;b)=1$ **مثال :** قواسم 10 هي : $\{1;2;5;10\}$ قواسم 9 هي : $\{1;3;9\}$ ومنه $PGCD\,(9;10)=1$ • العددان 9 و 10 أوليان فيما بينهما • العددان 10 و 25 ليسا أوليان فيما بينهما لان $PGCD\,(10;25)=5$
تمديد	**تطبيق :** رقم 23 و 24 و 27 صفحة 15

أساتذة متوسطة بوراشد – عين الحجر – سعيدة

الميدان : أنشطة عددية **المستوى :** الرابعة متوسط

المقطع : الأول

الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة **الأستاذ :**

المورد المعرفي : الكسر غير القابل للاختزال

الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة ∀∃∩∪∉∈

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة العمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة **(الكسر غير القابل للاختزال)** ▪ يوظف الأعداد (بما فيها الناطقة) والعمليات عليها، في سياقات مختلفة، ويمارس الاستدلال في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
أهداف الوضعية التعلمية	▪ كتابة كسر على الشكل غير القابل للاختزال
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها	▪ من المادة ويمكن إسقاطها على الواقع مباشرة ▪ لا تتطلب بحث مطول
السندات المستعملة	▪ الكتاب المدرسي
صعوبات متوقّعة	▪ استنتاج الطريقة
تهيئة	▪ حساب القسم المشترك الأكبر لعددين
أنشطة	**نشاط :** رقم 8 صفحة 9 ا) لاحظ كيف اختزل سمير الكسر $\frac{84}{48}$ واشرح طريقته. هل يمكن مواصلة اختزال الكسر $\frac{7}{4}$ ؟ لماذا؟ نقول إنّ الكسر $\frac{7}{4}$ غير قابل للاختزال. $\frac{84}{48}=\frac{84\div4}{48\div4}=\frac{21}{12}=\frac{21\div3}{12\div3}=\frac{7}{4}$ ب) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 84 و 48، ثمّ استعمله لاختزال الكسر السابق. جـ) استنتج طريقة تسمح بكتابة كسر على الشكل غير القابل للاختزال. د) هل الكسر $\frac{188}{252}$ قابل للاختزال؟ إذا كانت الإجابة «نعم»، اكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.
الحوصلة	**تعريف :** a و b عددان طبيعيان حيث $b\neq0$ الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال يعني a وb أوليان فيما بينهما **مثال :** $\frac{9}{10}$ غير قابل للاختزال إذن 9 و 10 أوليان فيما بينهما **ملاحظة :** عندما نقسم كلا من حدي كسر على القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال

	مثال : اعتمادا على خوارزمية إقليدس : $PGCD\left(1275;1428\right)=51$ إذن : $\frac{1275}{1428}=\frac{1275\div 51}{1428\div 51}=\frac{25}{28}$ ومنه الكسر $\frac{25}{28}$ غير قابل للاختزال
تمديد	**تطبيق :** رقم 28 صفحة 15 **واجب منزلي : (شهادة التعليم المتوسط 2008)** 1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215 2) أكتب $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

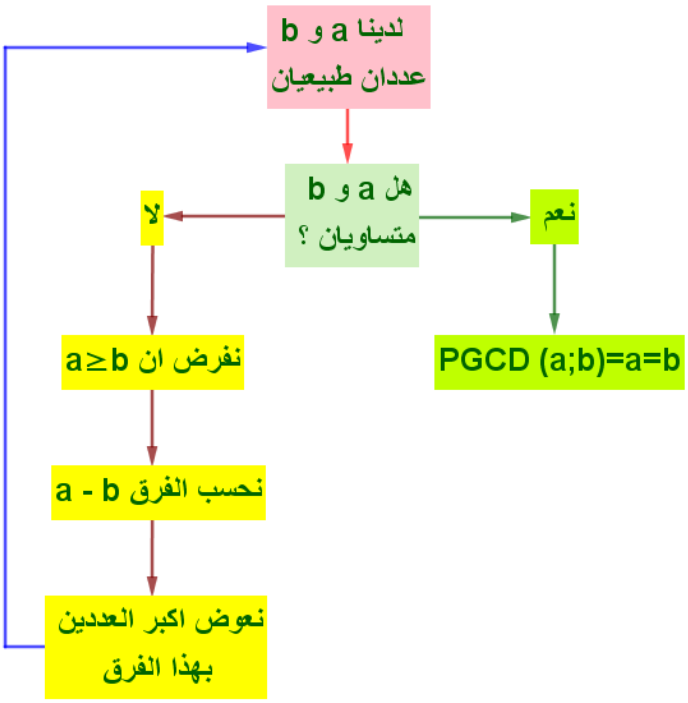
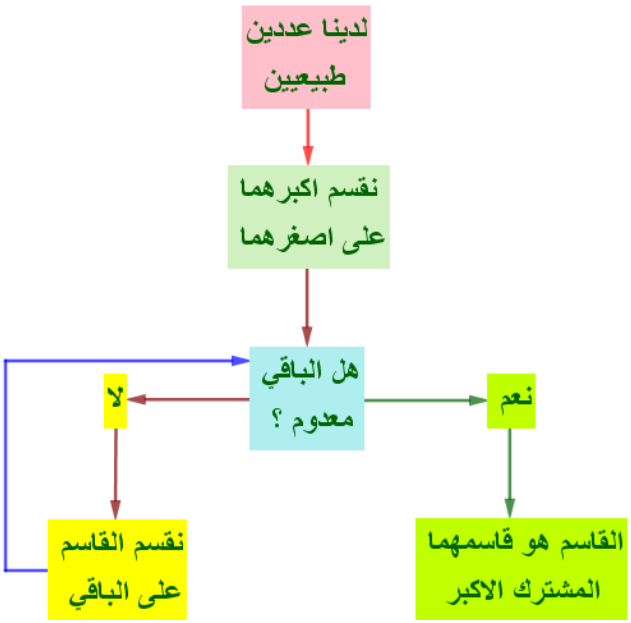
الميدان : أنشطة عددية　　المستوى : الرابعة متوسط

المقطع : الأول

الباب : الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة　　الأستاذ :

الكفاءة الختامية : يحل مشكلات باستعمال الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة　　∈∉∪∩∃∀

أعمال موجهة

مركّبات الكفاءة المستهدفة	▪ يمتلك خواص الأعداد الناطقة والعمليات عليها من خلال وضعيات ذات دلالة ▪ يوظف الأعداد (بما فيها الناطقة) والعمليات عليها، في سياقات مختلفة، ويمارس الاستدلال في الميدان العددي ▪ يستثمر المناسبات التي توفرها أنشطة القسم والوضعيات لتطوير الكفاءات العرضية وترسيخ القيم والمواقف
الوضعيات	**طريقة 1 : لحساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين يمكن استعمال خوارزمية الطرح المتتالية**  **طريقة 2 : لحساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين يمكن استعمال خوارزمية إقليدس (سلسلة القسمات المتتالية)** 

طريقة 3 : لكتابة كسر $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال ، نحسب القاسم المشترك الأكبر **d** للعددين **a** و **b** ويكون الكسر هو الكسر غير قابل للاختزال الذي يساوي الكسر $\frac{a}{b}$ **تمارين :** ✓ رقم 32 صفحة 15 ✓ رقم 34 صفحة 15 ✓ رقم 35 صفحة 15 ✓ رقم 36 صفحة 15 ✓ رقم 37 صفحة 15 ✓ رقم 38 صفحة 15	