



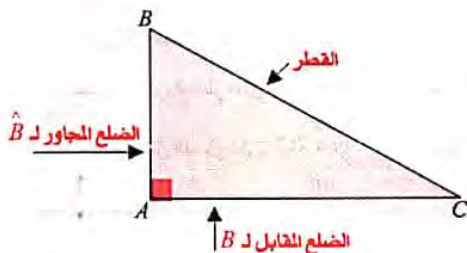
الدرس 9

النسب المثلثية في المثلث القائم

1 - جب، جيب تمام، ظل زاوية حادة

1-1 تعريف

في المثلث قائم يكون



- جب الزاوية الحادة يساوي النسبة -
طول الضلع المقابل لهذه الزاوية
طول القطر
- جيب تمام زاوية حادة يساوي النسبة -
طول الضلع المجاور لهذه الزاوية
طول القطر
- ظل زاوية حادة يساوي النسبة -
طول الضلع المقابل لهذه الزاوية
طول الضلع المجاور لهذه الزاوية

من اجل مثلث ABC قائم في A

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} , \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} , \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

ملاحظة

- يسمى في المثلث القائم الضلع المقابل للزاوية القائمة قطرا وليس وتر.
- جب و جيب تمام زاوية حادة محصورة بين 0 و 1 .
- ظل أي زاوية حادة هو عدد حقيقي موجب

1-2 استعمال الآلة الحاسبة في حساب $\sin$ ، $\cos$ ، $\tan$

لإيجاد القيمة المضبوطة أو القيمة المقربة $\sin \hat{B}$ نضغط على $\sin$ وإذا علم $\sin \hat{B}$ فإن لإيجاد قيس $\hat{B}$ نضغط أولاً على DRG ثم $2ndF$ أو $shift$ أو Inv ثم $\sin$ بنفس الكيفية بالنسبة إلى $\cos$ و $\tan$

■ مثال

(1) احسب $\sin 35^\circ$ ، $\cos 35^\circ$ ، $\tan 35^\circ$.

(2) عين $\hat{B}$ في كل حالة من الحالات التالية $\sin \hat{B} = 0,7$ ، $\cos \hat{B} = 0,2$ ، $\tan \hat{B} = 0,1$

■ الحل

(1) - نضغط بدءاً من اليمين على $\sin$ ، 35 ، = نقرأ على الشاشة 0,573576436

إذن $\sin 35^\circ = 0,573576436$

- نضغط بدءاً من اليمين على $\cos$ ، 35 ، = نقرأ على الشاشة 0,819152044

إذن $\sin 20^\circ = \frac{BD}{DC}$

- نضغط بدءاً من اليمين على $\tan$ ، 35 ، = نقرأ على الشاشة 0,700207538

إذن $\tan 35^\circ = 0,700207538$

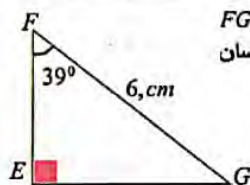
(2) تعيين $\hat{B}$ حيث $\sin \hat{B} = 0,7$

- نضغط بدءاً من اليسار على $\sin^{-1}$ ، 0,7 ، $2ndF$ نقرأ 44,427004 إذن $\hat{B} \approx 44,427004$

- نضغط بدءاً من اليسار على $\cos^{-1}$ ، 0,2 ، $2ndF$ نقرأ 78,46304097 إذن $\hat{B} \approx 78,46304097$

- نضغط بدءاً من اليسار على $\tan^{-1}$ ، 0,1 ، $2ndF$ نقرأ 5,710593137 إذن $\hat{B} \approx 5,710593137$

تمرين تدريبي 1



EFG مثلث قائم في E بحيث $\hat{F} = 39^\circ$ و $FG = 6,5 \text{ cm}$

1/ احسب الطول GE ثم تدور النتيجة إلى 0,1 بالنقصان

2/ احسب الطول EF ثم تدور النتيجة إلى 0,1

■ الحل

1/ لحساب الطول GE نستعمل $\sin \hat{F}$

لدينا $\sin \hat{F} = \frac{EG}{EF}$ ومنه

$$EG = FG \times \sin \hat{F} = 6,5 \times \sin 39^\circ = 6,5 \times 0,629320391 = 4,090582542$$

و بالتدوير إلى 0,1 نجد $EG \approx 4,1$

2) لحساب الطول EF نستعمل طريقتين

- الطريقة الأولى (نظرية فيثاغورث)

$$EF^2 = FG^2 - EG^2 \text{ و منه } EF^2 + EG^2 = FG^2 \text{ لدينا}$$

$$EF^2 \approx (6,5)^2 - (4,1)^2 = 42,25 - 16,81 = 25,44$$

$$EF = \sqrt{25,44} \approx 5,043 \text{ و منه } EF^2 = 25,44$$

و عليه القيمة للدورة إلى 0,1 هي $EF = 5m$

- الطريقة الثانية نستعمل $\cos \hat{F}$

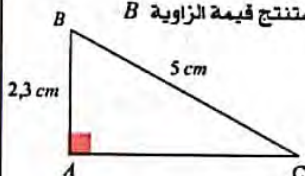
$$EF = FG \cdot \cos \hat{F} \approx 6,5 \cdot 0,777145961 \approx 5,051448779 \text{ و منه } \cos \hat{F} = \frac{EF}{FG}$$

و بالتالي القيمة للدورة إلى 0,1 هي $EF \approx 5$

تمرين تدريبي 2

ABC مثلث قائم في A بحيث $BC = 5 \text{ cm}$ و $AB = 2,3 \text{ cm}$

احسب بالتدوير إلى 0,01 قياس الزاوية $\hat{C}$ ثم استنتج قيمة الزاوية $\hat{B}$.



الحل

لحساب قيمة الزاوية $\hat{C}$ نستعمل $\sin \hat{C}$

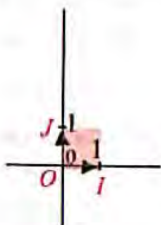
$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{2,3}{5} \approx 0,46$$

إذن $\hat{C} \approx 27,3871075^\circ$ و القيمة للدورة إلى 0,01 هي $27,39^\circ$

حساب قياس $\hat{B}$

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \text{ فإن } \hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 62,61^\circ$$

2 - ربع دائرة ذات نصف القطر 1

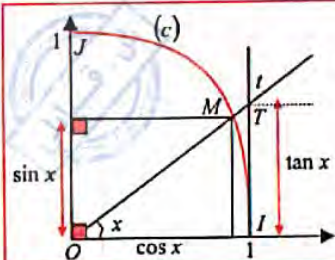


1-2 تعريف

القول أن معلم متعامد و متجانس يعني أن محاوره متعامدة و وحدة الطول هي نفسها على كل محور

خاصية

في معلم متعامد و متجانس (O, I, J) ربع الدائرة ذات المركز O و طول نصف القطر 1 المستقيم (It) مماس للدائرة (C) في I كما هو موضح في الشكل.



M نقطة من (C) و x قياس الزاوية

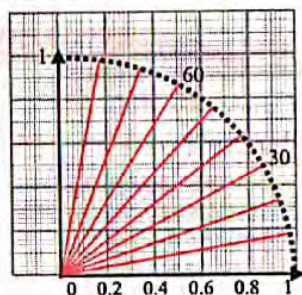
$\widehat{IOM}$

- إحداثيات النقطة M هي $(\cos x, \sin x)$

- $\tan x$ هو الطول IT حيث T هي

نقطة تقاطع (OM) مع المماس (It) .

تمرين تدريبي



في كل حالة من الحالات التالية اقرأ في الشكل المقابل القيمة التقريبية

$\tan 30^\circ$ (أ)

$\cos 20^\circ$ (ب)

$\sin 10^\circ$ (ج)

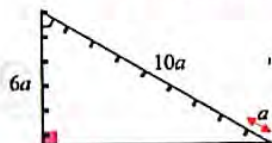
$\tan 43^\circ$ (د)

الحل

$\cos 20^\circ \approx 0,94$ ، $\tan 30^\circ \approx 0,57$

$\tan 43^\circ \approx 0,94$ ، $\sin 10^\circ \approx 0,18$

③ - إنشاء زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية هندسيا



مثال

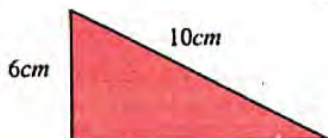
لإنشاء زاوية قياسها α حيث $\cos \alpha = 0,6$

تكتب $0,6 = \frac{6}{10}$

ومنه $\cos \alpha = \frac{6}{10}$

ثم ننشئ مثلثا قائما طول وتره $10a$ وطول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو $6a$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

فمثلا من أجل $a=1$ و $a=\frac{1}{2}$ نتحصل على الشكلين .

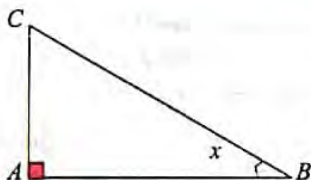


خاصية

في مثلث قائم من أجل كل عدد x قياس لزاوية حادة فإن

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2) \quad \text{و} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad (1)$$

الإثبات



(1) ABC مثلث قائم في A و x قياس لزاوية $\hat{B}$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan x$$

(2) ABC مثلث قائم في A و x قياس لزاوية $\hat{B}$

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \frac{BC^2}{BC^2} = 1 \quad \text{إذن} \quad AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad \text{حسب نظرية فيثاغورث}$$

تمرين تدريبي

ليكن α هو قياس لزاوية حادة

احسب $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$ إذا علمت أن $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$

الحل

لحساب $\cos \alpha$ نستعمل العلاقة $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\cos^2 \alpha + \frac{3}{4} = 1 \quad \text{أي} \quad \cos^2 \alpha + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{بتعويض قيمة} \sin \alpha \text{ نجد}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \text{إذن} \quad \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{ومنه}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{لدينا}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \quad \text{إذن} \quad \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1} = \sqrt{3} \quad \text{نجد} \cos \alpha \text{ و} \sin \alpha \text{ بتعويض قيمة}$$



تطبيقاً نموذجية



تطبيق 1

ABC مثلث قائم في B ولتكن القطعة $[BH]$ العمود النازل من B على (AC)

(1) أعط عبارة لكل من $\sin \hat{A}$ و $\cos \hat{A}$ و $\tan \hat{A}$

(i) في المثلث ABC (ب) في المثلث ABH

(2) عبر بطريقتين مختلفتين عن $\sin \hat{C}$ و $\tan \hat{C}$

الحل =

(1) (i) في المثلث ABC

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} \quad \sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} \quad \cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$$

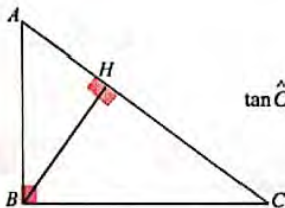
(ب) في المثلث ABH

$$\tan \hat{A} = \frac{BH}{AH} \quad \sin \hat{A} = \frac{BH}{AB} \quad \cos \hat{A} = \frac{AH}{AB}$$

(2) في المثلث BHC لدينا $\cos \hat{C} = \frac{CH}{BC}$ و $\sin \hat{C} = \frac{BH}{BC}$ و $\tan \hat{C} = \frac{BH}{HC}$

- في المثلث ABC

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC} \quad \sin \hat{C} = \frac{AB}{AC} \quad \cos \hat{C} = \frac{BC}{AC}$$



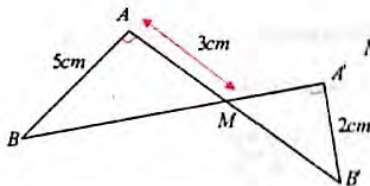
تطبيق 2

لتكن $[AB']$ و $[A'B]$ متقاطعتين في النقطة M

(1) أشرح لماذا $\hat{AMB} = \hat{A'MB'}$

(2) أشرح لماذا $\frac{AB}{AM} = \frac{A'B'}{A'M}$

(3) أحسب الطول $A'M$



الحل =

(1) الزاويتان $\hat{AMB} = \hat{A'MB'}$ متقابلتان بالرأس وبالتالي فهما متقابلتان

إذن $\hat{AMB} = \hat{A'MB'}$



(2) في المثلث MAB لدينا (1) $\tan \hat{AMB} = \frac{AB}{AM}$

في المثلث $MA'B'$ لدينا (2) $\tan \hat{A'MB'} = \frac{A'B'}{A'M}$

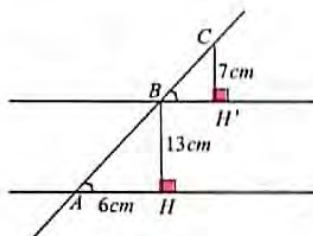
وبما أن $\hat{AMB} = \hat{A'MB'}$ فإن $\tan \hat{AMB} = \tan \hat{A'MB'}$

إذن من (1) و (2) نجد $\frac{AB}{AM} = \frac{A'B'}{A'M}$

(3) حساب الطول $A'M$

بتعويض قيمة كل من AB و AM و $A'B'$ في المساواة $\frac{AB}{AM} = \frac{A'B'}{A'M}$ فنجد

$$A'M = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ cm}$$



تطبيق 3

(d) و (d') مستقيمان متوازيان و (AC)

قاطع لهما في A و B

H' السقط العمودي لـ C على (d')

H السقط العمودي لـ B على (d)

(1) استنتج أن $\frac{CH'}{BH'} = \frac{BH}{AH}$

(2) احسب الطول BH'

الحل

(1) في المثلث AHB لدينا (1) $\tan \hat{BAH} = \frac{BH}{AH}$

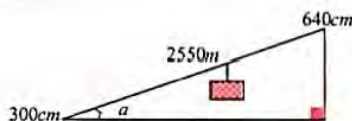
في المثلث $BH'C$ لدينا (2) $\tan \hat{CBH'} = \frac{CH'}{BH'}$

بما أن $\hat{BAH} = \hat{CBH'}$ فإن $\tan \hat{BAH} = \tan \hat{CBH'}$

وبالتالي من (1) و (2) ينتج (1) $\frac{BH}{AH} = \frac{CH'}{BH'}$

(2) بتعويض قيمة CH' و BH و AH في (1) نجد

$$BH' = \frac{42}{13} \text{ cm} \quad \text{إذن} \quad BH' = \frac{6 \times 7}{13} = \frac{42}{13} \text{ cm} \quad \text{ومنه} \quad \frac{13}{6} = \frac{7}{BH'}$$



تطبيق 4

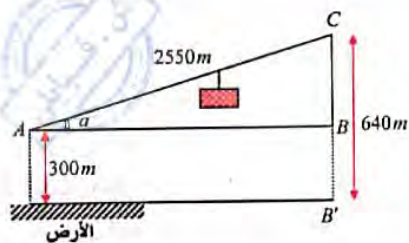
تنتقلق تليفريك من ارتفاع قدره

300m و تصل إلى ارتفاع قدره

640m طول الحبل هو 2550m

احسب بالتدوير إلى الدرجة القيس α للزاوية المشكلة من الحبل و الأفق.

الحل =



في المثلث ABC القائم في B لدينا

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}$$

$$BC = CB' - BB' = 640 - 300 = 340m$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{340}{2550} = \frac{34}{255}$$

و بالتالي $\hat{A} \approx 7,66$ و القيمة المدورة إلى الدرجة هي 8 درجة .

تطبيق 5



يقف شخص في النقطة A على مسافة $20m$ من حائط عمارة ، ينظر هذا الرجل إلى قدمي رجل آخر فوق العمارة بزاوية قدرها 20° احسب علو هذه العمارة (تدور النتيجة إلى الوحدة)

الحل =

لدينا $AC = 1,65$ و $BC = 20m$

في المثلث CBD القائم في B لدينا

$$DC = \frac{20}{\cos 20^\circ} = 21,83 \text{ ومنه } \cos 25^\circ = \frac{BC}{DC} = \frac{20}{DC}$$

$$DC = 21,83$$

في نفس المثلث لدينا $\sin 20^\circ = \frac{BD}{DC}$ و منه

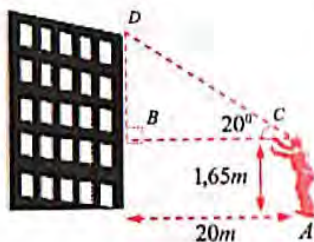
$$BD = DC \times \sin 20^\circ = 21,83 \times 0,342 = 7,466$$

$$BD = 7,466m$$

علو العمارة هو $h = AC + BD$

$$h \approx 1,65 + 7,466 = 9,116$$

و القيمة المدورة إلى الوحدة هي 9m



تطبيق 6

x فيس لزاوية حادة .

- عين $\cos x$ و $\sin x$ إذا علمت أن $\tan x = \sqrt{63}$

الـ

(1)..... $\frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{63}$ تعني $\tan x = \sqrt{63}$

(2)..... $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ لدينا ايضا

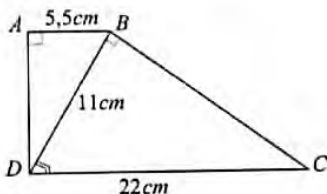
من (1) نجد $\sin x = \sqrt{63} \times \cos x$

نعوض عبارة $\sin x$ في (2) نجد

$64 \cos^2 x = 1$ اي $63 \cos^2 x + \cos^2 x = 1$ ($\sqrt{63} \times \cos x$)² + $\cos^2 x = 1$

ومنه $\cos x = \frac{1}{64}$ إذن $\cos^2 x = \frac{1}{64}$

و بالتالي $\sin x = \sqrt{63} \times \cos x = \sqrt{63} \times \frac{1}{8}$ إذن $\sin x = \frac{\sqrt{63}}{8}$



تطبيق 7

رابعي بحيث

$BD = 11 \text{ cm}$ و $AB = 5.5 \text{ cm}$

و بالإضافة $CD = 22 \text{ cm}$

و $(AB) \perp (AD)$ و $(BD) \perp (BC)$

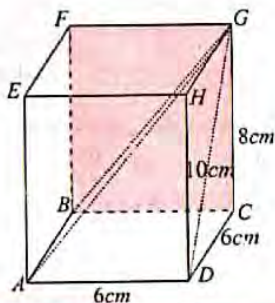
- برهن ان (AB) يوازي (CD)

الـ

- في المثلث ABD لدينا $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BD} = \frac{5.5}{11} = \frac{1}{2}$ و منه $\hat{B} = 60^\circ$

- في المثلث BDC لدينا $\cos \hat{D} = \frac{BD}{DC} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$ و منه $\hat{D} = 60^\circ$ ذن

$\hat{D} = \hat{B}$ و $\hat{B}$ و $\hat{D}$ متساويان بالتبادل الداخلي و بالتالي المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان.



تطبيق 8

موازي مستطيلات قائم حيث

$GD = 10 \text{ cm}$ و $GC = 8 \text{ cm}$ و $AD = DC = 6 \text{ cm}$

(1) احسب حجم الهرم $GABCD$

(2) ا باعتبار المثلث ADG القائم في D

احسب بالتدوير إلى الدرجة قيس

الزاوية $\hat{AGD}$

(ب) احسب بالتدوير إلى 0,1 طول

الضلع AG

الحل =

1) حجم الهرم $GABCD$ يساوي $V = \frac{1}{3}B \times h$ حيث B مساحة القاعدة و h طول الإرتفاع

$$B = AD \times DC = DC^2 \quad h = CG$$

$$V = \frac{1}{3} \times DC^2 \times CG = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 8^2 = \frac{36 \times 64}{3} = 768 \text{ cm}^3 \quad \text{إذن}$$

2) (ا) حساب قياس الزاوية $\hat{AGD}$.

لحساب قياس الزاوية $\hat{AGD}$ نستعمل $\tan(\hat{G})$

$$\hat{AGD} \approx 30,96 \quad \text{إذن} \quad \tan(\hat{G}) = \frac{AD}{DG} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

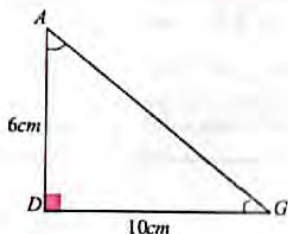
و القيمة المدورة إلى الدرجة هي 31 درجة

(ب) حساب الطول AG

لحساب الطول AG نستعمل $\cos(\hat{G})$ أو $\sin(\hat{G})$

$$\text{لدينا} \quad \cos(\hat{G}) = \frac{DG}{AG} \quad \text{ومنه} \quad AG = DG \times \cos \hat{G}$$

$$\text{إذن} \quad AG = DG \times \cos \hat{G} = 10 \times 0,8571 = 8,57 \text{ cm}$$



تطبيق 9

أراد شخص متخصص في الخرائط قياس الطول CD لنهر.

إليك العليقات التي أخذها من الميدان

$$B \hat{A} D = 60^\circ \quad \text{و} \quad AB = 200 \text{ m}$$

$$A \hat{B} D = 90^\circ \quad \text{و} \quad B \hat{A} C = 20^\circ$$

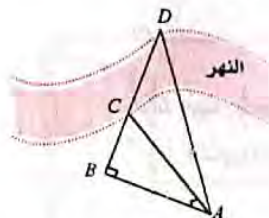
1) احسب القيمة المضبوطة لـ BC

ثم القيمة المدورة إلى الوحدة.

2) احسب القيمة المضبوطة لـ BD

ثم القيمة المدورة إلى الوحدة.

3) استنتج القيمة المدورة إلى 0,01 لطول النهر



الحل =

2) لحساب الطول BC نستعمل $\tan 20^\circ$

$$\text{لدينا} \quad \tan 20^\circ = \frac{BC}{AB} \quad \text{ومنه} \quad BC = AB \times \tan(20^\circ) \approx 200 \times 0,3639 \approx 72,78 \text{ m}$$

و القيمة المدورة إلى الوحدة هي 73m

2) في المثلث BAD لدينا $\tan B \hat{A} D = \frac{BD}{AB}$

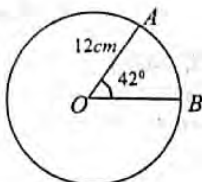
$$BD = AB \times \tan 60^\circ = 200 \times \sqrt{3} \approx 346,41 \text{ أي } BD = AB \times \tan \hat{B}AD$$

و القيمة المدورة إلى الوحدة هي 346m

3 استنتاج الطول CD

$$CD = BD - BC \text{ ومنه } BD = BC + CD \\ = 346 - 73 = 273m$$

تطبيق 10



النقطتين A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O
و طول نصف قطرها 12cm و $\hat{AOB} = 42^\circ$
[OH] العمود النازل من O في المثلث OAB
أحسب القيمة المضبوطة للطول AB ثم اعط القيمة المدورة إلى 0,01 سنتمتر.

الحل

بما أن A و B تنتميان إلى نفس الدائرة فإن $OA = OB = 12cm$
إذن المثلث OAB متساوي الساقين رأسه الأساسي O و بالتالي
العمود [OH] هو محور القطعة المستقيمة [AB]

$$\text{و عليه } \hat{BOH} = \hat{HOA} = 21^\circ$$

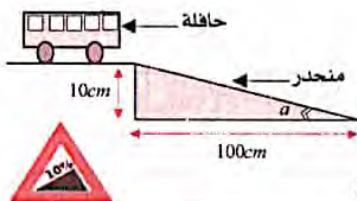
- حساب الطول AH

$$\text{في المثلث OHA لدينا } \sin 21^\circ = \frac{AH}{OA} \text{ ومنه } AH = OA \sin 21^\circ$$

بما أن H منتصف [AB] فإن $AB = 2AH$ أي $AB = 2 \times OA \times \sin 21^\circ$

$$AB \approx 2 \times 12 \times 0,358367949 \approx 8,60$$

تطبيق 11



الشكل المقابل يمثل إشارة مرور تحذر من منحدر خطير

1 أحسب بالتدوير إلى 0,01

درجة قياس زاوية الإنحدار

2 ماذا تعني 10% المكتوبة على الصورة

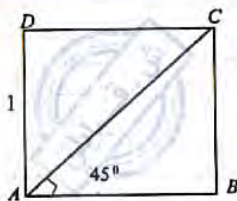
الحل

$$1 \quad a = \tan^{-1}(0,1) \text{ ومنه } \tan a = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

و القيمة المدورة إلى 0,01 هي 5,71 درجة

2 10% المكتوبة على الصورة تعني أنه كلما قطع مسافة 100m ارتفع عن سطح الأرض ب 10m

تطبيق 12



ABCD مربع طول ضلعه 1

(1) اشرح لماذا $AC = \sqrt{2}$

(2) اشرح لماذا $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45^\circ = 1$

الحل

(1) AC وتر في المثلث ABC القائم في B

حسب نظرية فيثاغورث لدينا $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$AC = \sqrt{2}$ ومنه $AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$$\cos 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{في المثلث ABC لدينا}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{إذن}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{في نفس المثلث ABC لدينا}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

إليك جدول بعض الزوايا الشهيرة وقيم sin و cos و tan الموافقة لها.

x	0°	30°	45°	60°	90°
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

تطبيق 13

اثبت ما يلي حيث x عدد حقيقي

$$\sin^4 x - \cos^4 x + 2\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3 \quad (1)$$

$$(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2 \quad (2)$$

$$\cos^3 x + \cos x \sin^2 x = \cos x \quad (3)$$

$$\tan x \times \cos x = \sin x$$

الحل

$$\begin{aligned}\sin^4 x - \cos^4 x &= (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 \\ &= (\sin^2 x - \cos^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x \\ \cos^2 x + \sin^2 x &= 1 \quad \text{لأن}\end{aligned}$$

إذن

$$\begin{aligned}\sin^4 x - \cos^4 x + 2\sin^2 x + 4\cos^2 x &= \sin^2 x - \cos^2 x + 2\sin^2 x + 4\cos^2 x \\ &= 3\sin^2 x + 3\cos^2 x \\ &= 3(\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 3 \times 1 \\ &= 3\end{aligned}$$

$$(\cos x + \sin x)^2 = \cos^2 x + \sin^2 x + 2\cos x \sin x \quad (2)$$

$$(\cos x - \sin x)^2 = \cos^2 x + \sin^2 x - 2\cos x \sin x$$

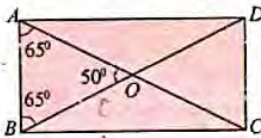
$$\begin{aligned}(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 &= 2\cos^2 x + 2\sin^2 x \\ &= 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2 \times 1 = 2 \quad \text{إذن}\end{aligned}$$

$$\cos^3 x + \cos x \sin^2 x = (\cos x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = (\cos x) \times 1 = \cos x \quad (3)$$

$$\tan x \times \cos x = \frac{\sin x}{\cos x} \times \cos x = \sin x \quad (4)$$

تطبيق 14

مستطيل ABCD طول قطره 16cm قطراه متقاطعان في النقطة O هــونان زاوية حادة قياسها 50°



- (1) بين أن $\hat{OAB} = \hat{OBA} = 65^\circ$
- (2) أحسب القيمة المقربة إلى 0,1 للعديدين $\cos 65^\circ$ و $\sin 65^\circ$
- (3) أحسب طول و عرض المستطيل.

الحل

- (1) بما أن القطران [AC] و [BD] متقاطعان في النقطة O فإن $OA = OB$ وبالتالي المثلث OAB متساوي الساقين رأسه الأساسي O

إذن $\hat{OAB} = \hat{OBA}$

- و بما أن $\hat{OAB} + \hat{OBA} + \hat{BOA} = 180^\circ$ فإن $\hat{OAB} + \hat{OBA} = 130^\circ$ و عنده $\hat{OAB} = \hat{OBA} = 65^\circ$

(2) باستعمال الآلة الحاسبة نجد $\sin 65^\circ = 0,9$ و $\cos 65^\circ = 0,4$

$$\text{MODE DRG } \sin 65 = 0,906307787$$

$$\text{MODE DRG } \cos 65 = 0,122618261$$

- (3) لدينا $\cos 65^\circ = \frac{AB}{BD}$ و منه $AB = BD \times \cos 65^\circ = 16 \times 0,4 = 6,4 \text{ cm}$

لدينا $\sin 65^\circ = \frac{AD}{BD}$ و منه $AD = BD \times \sin 65^\circ = 16 \times 0,9 = 14,4 \text{ cm}$ إذن