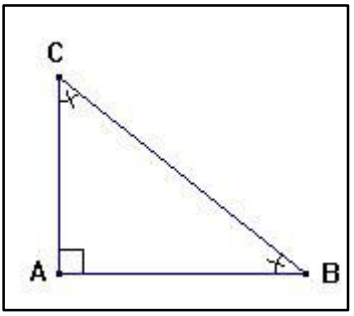
https://prof27math.weebly.com/

9 حساب المثلثات في المثلث القائم

أتذكر الأهم:

24. النسب المثلثية في مثلث قائم



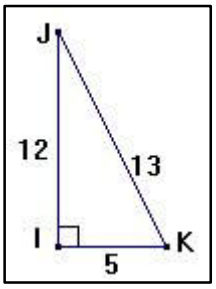
تعار يف: ABC مثلث قائم في النقطة A.

و لتكن مثلا $\widehat{B}$ إحدى زواياه الحادة. يسمى $[AC]$ الضلع المقابل لـ $\widehat{B}$ بينما يسمى $[AB]$ الضلع المجاور لـ $\widehat{B}$.

نعرف الثلاث نسب التالية:

$$\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}\ ،\ \sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}\ ،\ \tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}$$

مثال: IJK مثلث قائم في النقطة I حيث $IJ=12cm$ ، $IK=5cm$ و $JK=13cm$.



لدينا:

- $\sin\widehat{J}=\frac{5}{13}$ ، $\cos\widehat{J}=\frac{12}{13}$ ، $\tan\widehat{J}=\frac{5}{12}$
- $\sin\widehat{K}=\frac{12}{13}$ ، $\cos\widehat{K}=\frac{5}{13}$ ، $\tan\widehat{K}=\frac{12}{5}$

ملاحظات:

- جيب إحدى الزوايا الحادة في مثلث قائم يساوي جيب تمام الزاوية

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

الأخرى.

- جيب و جيب تمام زاوية حادة هي أعداد محصورة بين العددين 0 و 1.

25. العلاقات بين النسب المثلثية

إذا كان x قيسا لإحدى الزوايا الحادة في مثلث قائم فإن:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{و} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

مثال: لنعين مثلا $\cos 60°$ علما أن $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

لدينا: $\sin^2 60° + \cos^2 60° = 1$ و منه $\cos^2 60° = 1 - \sin^2 60°$

تمارين ومسائل

التمرين1:

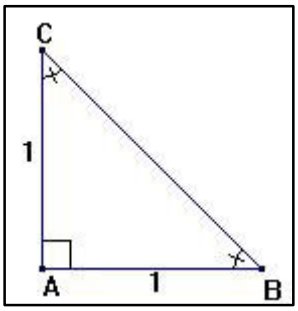
و هكذا نجد $\cos^2 60° = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ و بالتالي $\cos 60° = \frac{1}{2}$.

أتدرب:

أنشئ باستعمال مسطرة غير مدرجة و مدور زاوية قيسها a علما أن $\sin a = 0,6$.

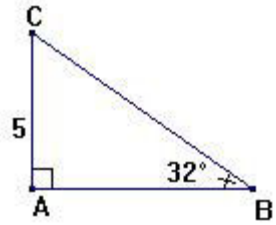
التمرين2:

باستعمال مثلث قائم ABC في النقطة A حيث $AB = AC = 1cm$ عين القيم المضبوطة لكل من $\sin 45°$، $\cos 45°$ و $\tan 45°$.



التمرين3:

ABC مثلث قائم في النقطة A حيث $AC = 5cm$ و $\widehat{B} = 32°$. أحسب قيمة مقربة إلى 0,01 لكل من BC و AB.

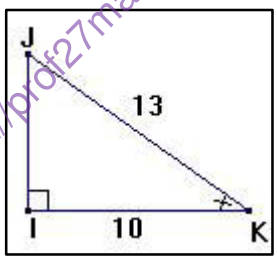


belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

التمرين4: IJK مثلث قائم في النقطة I حيث $IK = 10cm$ و $JK = 13\,cm$.

عين المدور إلى 10^{-2} لقيس الزاوية $\widehat{K}$.



أنمي كفاءاتي:

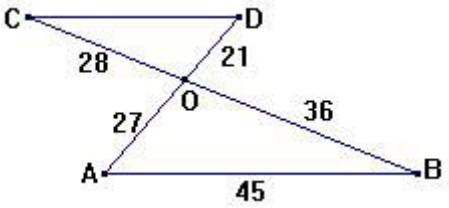
مسألة:

المستقيمان (BC) و (AD) متقاطعتان في O.

حيث:

$AB = 45cm$، $OA = 27cm$، $OD = 21cm$،

$OB = 36cm$، $OC = 28cm$.



1. برهن أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.
2. أحسب الطول CD.
3. أثبت أن المثلث AOB قائم.
4. عين قيس الزاوية $\widehat{ABO}$ بالتقريب إلى الوحدة من الدرجة.

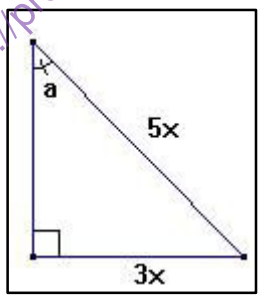
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل التمرين1

نعلم أن $0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ و منه $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.

ننشئ مثلثا قائما وتره $5x$ و طول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو $3x$ بحيث x عدد موجب (طول) معطى.



حل التمرين2

بما أن $AB=AC$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم في A و بالتالي فإن $\widehat{B}=\widehat{C}=45°$.

لدينا: $\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}$. لنحسب القيمة المضبوطة لِـ BC و ذلك بتطبيق مبرهنة فيتاغورس في المثلث ABC:

$BC^2=AB^2+AC^2$ أي $BC^2=1+1=2$ و منه $BC=\sqrt{2}cm$.

نجد هكذا أن $\cos\widehat{B}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و بالتالي فإن $\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

و يمكن أن نثبت بنفس الطريقة أن $\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

لدينا مثلا من جهة أخرى $\tan45°=\frac{\sin45°}{\cos45°}$ و بالتالي $\tan45°=1$.

حل التمرين3

لدينا $\sin32°=\frac{5}{BC}$ و بالتالي فإن $BC=\frac{5}{\sin32°}$

نجد باستعمال آلة حاسبة $BC\approx9,43cm$. لدينا من جهة ثانية $\tan32°=\frac{5}{AB}$ و منه $AB=\frac{5}{\tan32°}$. نجد باستعمال آلة حاسبة $AB\approx8,00cm$.

حل التمرين4

لدينا $\cos\widehat{K}=\frac{10}{13}$ ثم باستعمال آلة حاسبة نجد: $\widehat{K}=39,72°$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل المسألة :

1. المستقيمان (BC) و (AD) متقاطعتان في O. النقط C، O، B في استقامية و بنفس ترتيب النقط A، O، D.

لدينا: $\frac{OD}{OA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$ و $\frac{OC}{OB}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$ و هكذا فإن $\frac{OD}{OA}=\frac{OC}{OB}$.

نستنتج حسب عكس مبرهنة طالس أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

2. المستقيمان (BC) و (AD) متقاطعان في O. D نقطة من (OA) و C نقطة من (OB). و بالإضافة إلى ذلك المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان.

و منه حسب مبرهنة طالس فإن: $\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}=\frac{AB}{CD}$. لدينا هكذا $\frac{OA}{OD}=\frac{AB}{CD}$ و بالتالي $\frac{9}{7}=\frac{45}{CD}$ و منه $CD=\frac{7\times 45}{9}$. و هكذا نجد $CD=35cm$.

3. لدينا في المثلث AOB: $AB^2=45^2=2025$ من جهة

و $OA^2+OB^2=27^2+36^2=2025$ من جهة ثانية و منه $OA^2+OB^2=AB^2$

نستنتج حسب عكس مبرهنة فيتاغورس أن المثلث AOB قائم في النقطة O.

4. في المثلث القائم AOB لدينا: $\tan\widehat{ABO}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$ و منه و باستعمال آلة حاسبة نجد أن $\widehat{ABO}\approx 37°$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/