الدَّرسُ الـ 7

الإحصَاءُ

1 ـ التكرار المجمع

1-1 التكرار المجمع المتزايد

تعريف

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا التكرار المجمع المتزايد لقيمة يساوي تكرار هذه القيمة و تكرار القيم الأصغر منها .

مثال

إليك السلسلة الإحصائية التالية 4,1 ,2 ,3,5,4,5,6,4,3,2,6,5,3,1

1) رتب هذه السلسة ترتيبا تصاعديا

2) اوجد تكرار المجمع المتزايد للقيمة 4

3) أوجد تكرار المجمع المتزايد للقيمة 6

الحل

1) 6,6,5,5,5,4,4,4,3,3,3,2,2,1,1

2) تكرار المجمع المتزايد للقيمة 4 يساوي تكرار القيمة 4 و تكرار القيم 3,2,1 ويساوي
$3+3+2+2=10$

3) تكرار المجمع المتزايد للقيمة 6 يساوي تكرار القيمة 6 و تكرار القيم 5,4,3,2,1 ويساوي
$2+3+3+3+2+2=15$

القيم	1	2	3	4	5	6
التكرار	2	2	3	3	3	2
التكرار المجمع المتزايد	2	4	7	10	13	15

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1- 2 التكرار المجمع المتناقص(النازل)

تعريف

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا التكرار المجمع المتناقص لقيمة يساوي تكرار هذه القيمة وتكرار القيم الأكبر منها .

مثال

إليك السلسلة الإحصائية التالية 6,6,5,5,5,4,4,4,3,3,3,2,2,1,1

1) عين تكرار المجمع المتناقص للقيمة 4 .

2) عين تكرار المجمع المتناقص للقيمة 6 .

الحل

1) تكرار المجمع المتناقص للقيمة 4 يساوي تكرار القيمة 4 و تكرار القيم 5 , 6 ويساوي $3+3+2=8$

2) تكرار المجمع المتناقص للقيمة 6 يساوي تكرار هذه القيمة فقط أي 2 .

تمرين تدريبي

نمثل بالمستطيلات توزيع أوزان تلاميذ قسم السنة الأولى من التعليم الثانوي في التمثيل التالي

1) أكمل الجدول التالي

الأوزان (p)	$p < 55$	$55 \leq p < 60$	$60 \leq p < 65$	$65 \leq p < 70$	$70 \leq p < 75$
التكرارات					
التكرارات النسبية					
التكرارات المجمعة المتزايدة					
التكرارات المجمعة المتناقصة					

2) ما هو عدد التلاميذ الذين لا تفوق أوزانهم 65 كغ ، 75 كغ

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) عدد تلاميذ هذا القسم هو 25 (التكرار الكلي)

الأوزان (p)	$p < 55$	$55 \leq p < 60$	$60 \leq p < 65$	$65 \leq p < 70$	$70 \leq p < 75$
التكرارات	10	6	4	4	1
التكرارات النسبية	0,4	0,24	0,16	0,16	0,04
التكرارات المجمعة المتزايدة	10	16	20	24	25
التكرارات المجمعة المتناقصة	25	15	9	5	1

للتذكير

التكرار النسبي لقيمة - $\frac{\text{تكرار هذه القيمة}}{\text{التكرار الكلي}}$

فمثلا التكرار النسبي للقيمة 10 يساوي $\frac{10}{25} = 0,4$ و التكرار النسبي للقيمة 4 يساوي

$$\frac{4}{25} = 0,16$$

2) أ) عدد التلاميذ الذين لا تفوق أوزانهم 65 كغ هو $10+6+4 = 20$

ب) عدد التلاميذ الذين لا تفوق أوزانهم 75 كغ هو 25

2 - التكرار النسبي المجمع

التكرار النسبي المجمع المتزايد لقيمة يساوي حاصل قسمة التكرار المجمع المتزايد لهذه القيمة على التكرار الكلي أي

التكرار النسبي المجمع المتزايد - $\frac{\text{التكرار المجمع المتزايد}}{\text{التكرار الكلي}}$

التكرار النسبي المجمع المتناقص لقيمة يساوي حاصل قسمة التكرار المجمع المتناقص لهذه القيمة على التكرار الكلي .

ملاحظة

- التكرار النسبي يدعى أيضا التواتر .
- التكرار النسبي المجمع المتزايد يدعى التواتر المجمع المتزايد.
- التكرار النسبي المجمع المتناقص يدعى التواتر المجمع المتناقص .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تمرين تدريبي

إليك السلسلة الإحصائية التالية

4,4,4,4,3,3,3,5,5,1,1,5,3,4,2,4,2,1,1,2,3,4,5,1,2,3,3,4,5,5

1) رتب هذه السلسة ترتيبا تصاعديا

2) اكتب في جدول التكرارات و التكرارات النسبية و التكرار المجمع المتزايد و المتناقص ، التكرار النسبي المجمع المتزايد و المتناقص .

النتائج تدور إلى 10^{-2}

الحل

1) 1,1,1,1,1 2,2,2,2 3,3,3,3,3,3,3,3
4,4,4,4,4,4,4,4,4 5,5,5,5,5,5

2)

الأيام	1	2	3	4	5
التكرارات	5	4	7	8	6
التكرار النسبي	0,17	0,13	0,23	0,27	0,20
التكرار المجمع المتزايد	5	9	16	24	30
التكرار المجمع المتناقص	30	25	21	14	6
التكرار النسبي المجمع المتزايد	0,17	0,30	0,53	0,8	1
التكرار النسبي المجمع المتناقص	1	0,83	0,70	0,47	0,20

التكرار المجمع المتزايد لـ 4 = التكرار النسبي المجمع المتزايد للقيمة 4 وهي $\frac{24}{30} = 0,27$ / التكرار الكلي

التكرار المجمع المتناقص لـ 4 = التكرار النسبي المجمع المتناقص للقيمة 4 وهي $\frac{30}{30} = 1$ / التكرار الكلي

3 ـ الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية

3-1 الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية

إن الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية يساوي مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها .

مثال 1

إليك السلسلة الإحصائية التالية 7,17,11,2,3,4,5,1

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو $\frac{1+5+4+3+2+11+17+7}{8}$ أي $\frac{50}{8}$

مثال 2

إليك علامات 8 تلاميذ التالية 15 ، 15.5 ، 17 ، 10 ، 9 ، 8 ، 11.5 ، 13
الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو :
$\frac{13+11.5+8+9+10+17+15.5+15}{8}$ أي $\frac{99}{8}$

3-2 الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية

إن وسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية يساوي مجموع جداءات قيمها بتكراراتها على مجموع التكرارات.

مثال

نرمي حجر النرد مرقم من 1 إلى 6 ، 10 مرات فكانت النتائج التالية
1 ، 2 ، 3 ، 5 ، 6 ، 2 ، 2 ، 4 ، 6 ، 4 ، 4 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6
1) رتب قيم هذه السلسلة ترتيبا تصاعديا.
2) أحسب الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة .

الحل

1) 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3 ، 4 ، 4 ، 4 ، 4 ، 5 ، 6 ، 6 ، 6
2) تكرار القيمة 1 هو 1
تكرار القيمة 2 هو 4
تكرار القيمة 3 هو 2
تكرار القيمة 4 هو 4
تكرار القيمة 5 هو 1
تكرار القيمة 6 هو 3
الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة هو :
$\frac{1\times1+4\times2+2\times3+4\times4+1\times5+3\times6}{15}$ أي $\frac{54}{15}$ وتساوي 3,6

3-3 الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية مجمعة في فئات

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية مجمعة في فئات يساوي حاصل قسمة مجموع جداءات مراكز الفئات بتكرارها على مجموع التكرارات أي

الوسط الحسابي المتوازن = $\frac{\text{مجموع جداءات مراكز الفئات بتكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ملاحظة

إليك المسافات المقطوعة من طرف سيارات في ظرف 5 ساعات كالتالي

فئات المسافات	$300 \leq$ المسافة < 350	$350 \leq$ المسافة < 400	$400 \leq$ المسافة < 450
التكرارات	10	40	50

1) أنشئ جدولا تبين فيه مراكز الفئات و جداءات مراكز كل فئة بتكرارها.
2) احسب الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية و الوسط الحسابي للمسافات المقطوعة من طرف السيارات .

الحل

1)

فئات المسافات	$300 \leq$ المسافة < 350	$350 \leq$ المسافة < 400	$400 \leq$ المسافة < 450
التكرارات	10	40	50
مراكز الفئات	$\frac{300+350}{2}=325$	375	425
جداءات مراكز الفئات بتكرارها	$10\times 325=3250$	15000	21250

2) الوسط الحسابي للمسافات $= \frac{325+375+425}{3}=\frac{1125}{3}=375$.

الوسط الحسابي المتوازن للمسافات $= \frac{3250+15000+21250}{3}=\frac{39500}{3}=13166,6$

4 ـ الوسيط

4-1 الوسيط لسلسلة إحصائية غير مبوبة في فئات

وسيط سلسلة إحصائية مرتبة تصاعديا أو تنازليا هو القيمة التي تجزأ السلسلة إلى جزئين لهما نفس التكرار.

مثال 1

إليك السلسلة الإحصائية المرتبة التالية 12,10,9,8,7

عدد قيم (تكرار) هذه السلسلة هو 5 و هو عدد فردي و بالتالي قيمة الوسيط هي 9

8 , 7	9	12 , 10
قيمتين	قيمة الوسيط	قيمتين

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

مثال 1

إليك السلسلة الإحصائية المرتبة التالية 2 , 3 , 5 , 10 , 12 , 14

عدد قيم (تكرار) هذه السلسلة هو 6 و هو عدد زوجي، في هذه الحالة تكون القيم الوسيطية هي القيم المحصورة بين 5 و 10

فالوسيط في هذه الحالة هو الوسط الحسابي للقيمتين 5 و 10 أي $\frac{5+10}{2}=7,5$

14,12 ،	10 , 5 ،	3 , 2
قيمتين	$\frac{5+10}{2}$	قيمتين

ملاحظة

قيمة الوسيط لا تتعلق بقيم النمط وإنما تتعلق بترتيبها و هذا يعني أن قيمة الوسيط لا تتغير إذا حذفنا من السلسلة القيم الجانبية و عليه فإن السلسلتين 11,9,8,5,3,2 و 9,8,5,3 لهما نفس الوسيط و هو 6,5 .

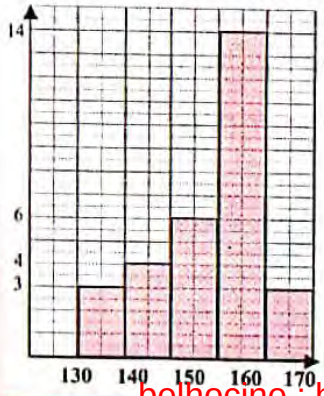
4 - 2 وسيط سلسلة إحصائية مبوبة في فئات

في حالة سلسلة إحصائية مبوبة في فئات فإننا لا نستطيع حساب قيمة الوسيط في هذا المستوى من الدراسة و إنما نكتفي بتعيين الفئة التي ينتمي إليها الوسيط و التي نسميها الفئة الوسيطية .

مثال

الجدول التالي يتعلق بقامات 30 تلميذ (الوحدة هي السنتمتر)

القامات (T)	$120 \leq T < 130$	$130 \leq T < 140$	$140 \leq T < 150$	$150 \leq T < 160$	$160 \leq T < 170$
التكرارات(عدد التلاميذ)	3	4	6	14	3



1) أرسم المدرج التكراري لهذه السلسلة .

2) عين الفئة الوسيطية (الفئة التي تشمل الوسيط)

الحل

1) الرسم

2) نلاحظ ان قامات التلاميذ مرتبة ترتيبا تصاعديا و عدد التلاميذ هو 30 و بالتالي الوسيط موجود في الفئة $150 \leq T < 160$ التي تسمى الفئة الوسيطية لأن عدد التلاميذ الذين قاماتهم أقل من 150 هو 13 و عدد التلاميذ الذين قاماتهم أقل من 160 هو 27 .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

⑤ ـ المدى

• إن مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لها .

مثال

إليك السلسلة الإحصائية المرتبة ترتيبا تصاعديا التالية 21,15,11,9,7,5,2
مدى هذه السلسلة هو 2−21 أي 19

⑥ ـ المنوال

نسمي منوال سلسلة إحصائية ذات متغير متقطع قيمة النمط الذي له أكبر تكرار .
في حالة سلسلة ذات متغير إحصائي مستمر فإن الفئة الأكثر تكرارا تسمى الفئة المنوالية.

مثال ❶

الرواتب الشهرية لـ 20 عامل بالدينار الجزائري ممثلة في الجدول التالي

الرواتب	9000	10000	11000	12000	13000
التكرار	2	3	2	6	7

القيمة 13000 DA هي قيمة النمط الأكثر تكرارا ، إذن 13000 DA هي منوال للسلسلة الإحصائية المعطاة.

مثال ❷

إليك السلسلة الإحصائية المرتبة التالية 9,98,7,5,5,5,4,3,3,3,2,1
تكرار القيمة 3 هو 3 و تكرار القيمة 5 هو 3 إذن القيمتان 3 و 5 لهما نفس التكرار وهو أكبر تكرار ، إذن هذه السلسلة لها منوالين هما 3 و 5 .

ملاحظة

يمكن أن يكون لسلسلة إحصائية أكثر من منوال.

مثال

إليك سلسلة الرواتب الشهرية لـ 20 عامل بالدينار .

الفئة	$9000 \leq p(10000$	$10000 \leq p(11000$	$11000 \leq p(12000$	$12000 \leq T(13000$	$13000 \leq T(14000$
التكرار	2	3	2	6	7

فئة الأكثر تكرار هي الفئة $13000 \leq T(14000$ إذن هذه الفئة هي الفئة المنوالية للسلسلة الإحصائية المعطاة .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات في النموذجية

تطبيق 1

لفلاح قطعة ارض خصص منها 10 هكتار لغرس البطاطة و 15 هكتار لغرس الطماطم و 40 هكتار لزرع القمح .

1) ما هو عدد هكتارات هذه القطعة ؟
2) ما هو التكرار النسبي للهكتارات المخصصة لغرس البطاطة ؟
3) ما هو التكرار النسبي للهكتارات المخصصة لغرس الطماطم و زرع القمح؟

الحل

1) عدد هكتارات هذه القطعة هو $10+15+40=65$

2) التكرار النسبي للهكتارات المخصصة لغرس البطاطة هو $\text{التكرار النسبي} = \frac{10}{65} \approx 0,153$

3) التكرار النسبي للهكتارات المخصصة لغرس الطماطم و زرع القمح هو

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{15+40}{65} = \frac{55}{65} = 0,84$$

تطبيق 2

الجدول التالي يوضح توزيع أوزان 20 كبش حيث p يمثل الوزن بالكيلوغرام

فئة الوزن (Kg)	$20 \leq p < 25$	$25 \leq p < 30$	$30 \leq p < 35$	$35 \leq p < 40$
التكرارات	4	6	7	3

أعط جدول التواترات المجمعة المتزايدة و كذا جدول التواترات المجمعة المتناقصة .

الحل

$$\text{التكرار المجمع المتزايد} = \frac{\text{التواتر المجمع المتزايد}}{\text{التكرار الكلي}}$$

$$\text{التكرار المجمع المتناقص} = \frac{\text{التواتر المجمع المتناقص}}{\text{التكرار الكلي}}$$

نلخص قيم التواترات المجمعة المتزايدة و كذا التواترات المجمعة المتناقصة في الجدول التالي

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

فئة الوزن	$20 \leq p < 25$	$25 \leq p < 30$	$30 \leq p < 35$	$35 \leq p < 40$
التكرارات	4	6	7	3
التكرارات المجمعة المتزايدة	4	10	17	20
التواتر المجمع المتزايد	0,2	0,5	0,85	1
التكرار المجمع المتناقص	20	16	10	3
التواتر المجمع المتناقص	1	0,75	0,5	0,15

تطبيق ❸

أنشئ في كل حالة من الحالات الآتية سلسلة إحصائية مشكلة من 7 قيم بحيث
1) وسطها الحسابي يساوي 6 2) وسيطها يساوي 7
3) وسطها الحسابي يساوي 6 و وسيطها 7

الحل

1) السلسلة المشكلة من 7 قيم و التي وسطها الحسابي يساوي 6 هي 1,2,3,4,5,6,21 لأن

الوسط الحسابي $= \frac{1+2+3+4+5+6+21}{7} = \frac{42}{7} = 6$

2) السلسلة المعطاة وسيطها يساوي 7

1 , 2 , 3	7	9 , 8 , 10
3 قيم	الوسيط	3 قيم

توجد سلاسل أخرى وسيطها يساوي 7 فمثلا السلسلة

1,2,4	7	8,11,12
3 قيم	الوسيط	3 قيم

3) السلسلة التي وسيطها الحسابي يساوي 6 و وسيطها 7 هي

1,2,4	7	8,9,11
3 قيم	الوسيط	3 قيم

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

كذلك الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو $\frac{1+2+4+7+8+9+11}{7}=\frac{42}{7}=6$

نوجد سلاسل أخرى تحقق الشروط السابقة فمثلا السلسلة

8,9,12	7	1,2,3
3 قيم	الوسيط	3 قيم

الوسط الحسابي لهذه السلسلة يساوي ايضا 6

تطبيق 4

المعدلات الفصلية لتلاميذ قسم كانت كالتالي

المعدل M	$M \leq 5$	$M \leq 10$	$M \leq 15$	$M \leq 20$
التكرارات المجمعة المتزايدة	4	10	15	30

1) ما هو عدد تلاميذ القسم ؟
2) اعط جدول التكرارات لهذا القسم ثم مثله.

الحل

1) بما أن تكرار المجمع المتزايد للقيمة 20 هو 30 فإن عدد تلاميذ هذا القسم هو 30
2) جدول التكرار هو

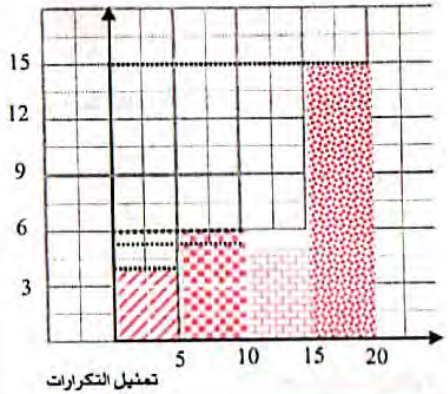
الفئات المعدلات	$0 < M \leq 5$	$5 < M \leq 10$	$10 < M \leq 15$	$15 < M \leq 20$
التكرارات	4	6	5	15

- تكرار المجمع المتزايد للتلاميذ الذين معدلاتهم أقل أو يساوي 5 يساوي تكرار الفئة $0 < M \leq 5$
إذن تكرار الفئة $0 < M \leq 5$ هو 4

- تكرار المجمع المتزايد للتلاميذ الذين معدلاتهم أقل أو يساوي 10 يساوي

تكرار الفئة $0 < M \leq 5$
و تكرار الفئة $5 < M \leq 10$
إذن 10 = (تكرار الفئة $5 < M \leq 10$)
+(تكرار الفئة $0 < M \leq 5$)

و عليه تكرار الفئة $5 < M \leq 10$ يساوي 6
بنفس الطريقة نعين تكرار الفئتين $10 < M \leq 15$ و $15 < M \leq 20$



تمثيل التكرارات

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 5

المعدلات السنوية لتلاميذ قسم مكون من 25 تلميذ كانت كالتالي

المعدل M	$M \geq 0$	$M \geq 5$	$M \geq 10$	$M \geq 15$
التكرارات المجمعة المتناقصة	x	20	15	5

1) اعط قيمة x
2) اعط جدول التكرارات لهذا القسم ثم مثله .
3) أ - أحسب الوسط الحسابي لمعدلات هذا القسم .
ب - عين ترتيب الوسيط و الفئة الوسيطية .

الحل

1) بما ان عدد تلاميذ القسم هو 25 فإن عدد التلاميذ الذين معدلاتهم أكبر من الصفر يساوي 25 و عليه يكون $x = 25$
2) جدول التكرارات هو

الفئات الأطوال	$0 \leq M < 5$	$5 \leq M < 10$	$10 \leq M < 15$	$15 \leq M < 20$
التكرارات	5	5	10	5

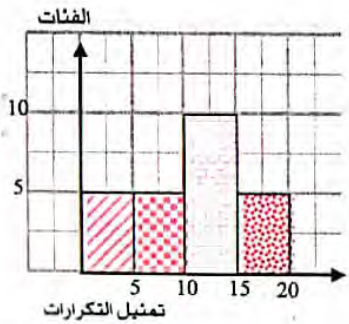
تكرار المجمع المتناقص للتلاميذ الذين معدلاتهم اكبر او يساوي 15 هو 5 إذن تكرار الفئة $15 \leq M < 20$ هو 5

تكرار المجمع المتناقص للتلاميذ الذين معدلاتهم اكبر او يساوي 10 يساوي تكرار الفئة $10 \leq M < 15$ و تكرار الفئة $15 \leq M < 20$

إذن 15 = (تكرار الفئة $15 \leq M < 20$) + (تكرار الفئة $10 \leq M < 15$)

و عليه تكرار الفئة $10 \leq M < 15$ يساوي 10

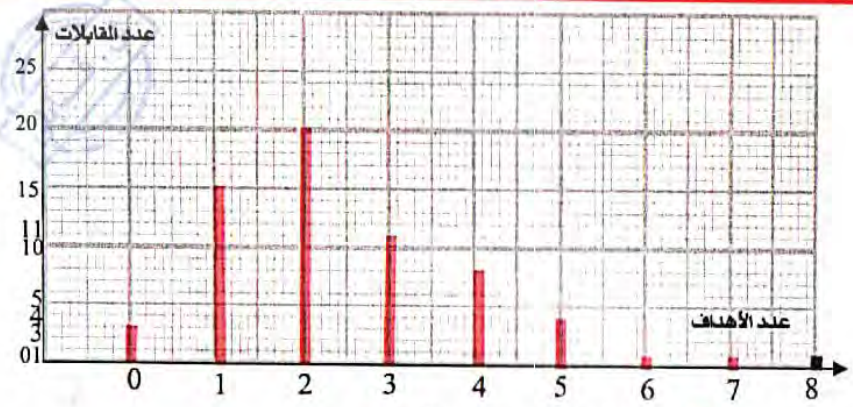
بنفس الكيفية نحسب تكرار الفئتين $5 \leq M < 10$ و $0 \leq M < 5$



تطبيق 6

إحصائيات أجريت حول عدد الأهداف التي سجلت في كل مقابلة في نهائيات مكاس العالم 2002 لخصت في مخطط بالأعمدة التالي

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



1) ما هو عدد المقابلات التي لعبت ؟
2) أوجد وسيط الأهداف المسجلة في كل مقابلة .
3) أوجد متوسط الأهداف المسجلة في كل مقابلة مقربة إلى 10^{-2}

الحل

1) عدد المقابلات التي لعبت هو مجموع تكرارات الأهداف و يساوي
$1+1+1+4+8+11+20+15+3$ و يساوي 54

2) الوسيط هو القيمة التي تقسم السلسة إلى قسمين لهما نفس التكرار
بما أن عدد التكرارات 54 فإن الوسيط هو القيمة المتوسطة للعددين 2 و 2 و بالتالي قيمة الوسيط هي $\frac{2+2}{2}=2$

3) متوسط الأهداف المسجلة في كل مقابلة هو

$$x=\frac{0\times3+1\times15+2\times20+3\times11+4\times8+5\times4+6\times1+7\times1+8\times1}{54}$$

$$x=\frac{15+40+33+32+20+6+7+8}{54}=\frac{161}{54}=2,98$$

تطبيق 7

تمثل القيم التالية ، نسبة السكر في الدم لـ 34 شخص مقدرة بـ g/ℓ

1,14 ، 1,07 ، 0,99 ، 0,88 ، 1,12 ، 1,07 ، 0,99 ، 0,84 ، 1,08 ، 1 ، 0,92 ،
1,15 ، 1,07 ، 1 ، 0,91 ، 1,14 ، 1,04 ، 0,95 ، 1,16 ، 1,09 ، 1,01 ، 0,95 ، 1,15 ،
1,11 ، 1,21 ، 1,09 ، 1,18 ، 0,96 ، 1,04 ، 1,11 ، 1,20 ، 0,98 ، 1,05 ، 1,08 ،

1) ما هو تكرار القيم الأصغر تماما من $1,1g/\ell$ ؟
2) ما هو تكرار القيم الأكبر تماما من $1,1g/\ell$ ؟
3) ما هي القيمة الوسيطية لنسبة السكر في الدم لهذه العينة ؟
4) احسب متوسط نسبة السكر في الدم للعينة .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) ترتب السلسلة الإحصائية ترتيبا تصاعديا

0,84 ، 0,88 ، 0,91 ، 0,92 ، 0,95 ، 0,95 ، 0,96 ، 0,98 ، 0,99 ، 0,99 ، 1 ، 1 ، 1,01 ،
1,04 ، 1,04 ، 1,05 ، 1,07 ، 1,07 ، 1,07 ، 1,08 ، 1,08 ، 1,09 ، 1,09 ، 1,11 ، 1,11 ، 1,12 ،
1,14 ، 1,14 ، 1,15 ، 1,15 ، 1,16 ، 1,18 ، 1,20 ، 1,21

تكرار القيم الأصغر تماما من $1,1g/\ell$ هو 23

2) تكرار القيم الأكبر تماما من $1,1g/\ell$ هو 11

3) بما أن التكرار الكلي يساوي 34 (زوجي) فإن قيمة الوسيط هي القيمة المتوسطة للقيمتين 1,07

و 1,07 أي قيمة الوسيط تساوي $\frac{1,07+1,07}{2}=1,07$

0,84,.....1,05 ، 1,07 ، 1,07 ، 1,08.....1,21

24 قيمة 24 قيمة

الوسيط $=\frac{1,07+1,07}{2}=1,07$

متوسط نسبة السكر في الدم للعينة هو x حيث x هو مجموع قيم السلسلة على عددها .

بعد الحساب نجد $x=1,079$

تحليق 8

نقاط فرض الرياضيات لقسم يتكون من 28 تلميذ كانت كالتالي

06 ، 09,5 ، 07,5 ، 8 ، 13 ، 7,5 ، 14 ، 8 ، 9 ، 7,5 ، 11 ، 3,5 ، 8,5 ، 9 ،
4,5 ، 11 ، 11,5 ، 9 ، 6 ، 6 ، 11 ، 12 ، 6 ، 6 ، 7 ، 11 ، 15 ، 17

1) احسب الوسط الحسابي لنقاط هذا القسم .

2) ما هي النقطة الوسيطة لهذا القسم؟

3) ما هو مدى نقاط هذا القسم؟

4) ما هي نسبة التلاميذ الذين تحصلوا على نقطة تفوق او تساوى 10 (مقربة إلى 10^{-2})؟ ما هو تعليقك على نتائج القسم؟

الحل

1) الوسط الحسابي لنقاط هذا القسم هو x

حيث x هو مجموع النقاط على عددها .و بعد إجراء عملية الحساب نجد $x=\frac{255}{28}=9,11$

2) ترتب قيم السلسلة الإحصائية ترتيبا تصاعديا

3,5 ، 4,5 ، 6 ، 6 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7,5 ، 7,5 ، 7,5 ، 7,5 ، 8 ، 8,5 ، 8 ، 9 ، 9 ، 9 ، 9,5 ، 11 ، 11 ، 11 ،
11 ، 11,5 ، 12 ، 13 ، 14 ، 15 ، 17 عدد القيم هو 28 و بالتالي قيمة الوسيط هي القيمة

المتوسطة للقيمتين و اللتين رتبتهما 14 و 15 و القيمة التي رتبتها 14 هي 8,5

والقيمة التي رتبتها 15 هي 9 إذن الوسيط يساوي $\frac{9+8,5}{2}$ اي 8,75

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

3) مدى نقاط هذا القسم يساوي الفرق بين اكبر قيمة و اصغر قيمة اي
$17-3,5=13,5$

4) عدد التلاميذ الذين نقاطهم اكبر او تساوي 10 هو 10 تلاميذ.

$\frac{10}{28}=0,357$ وبالتالي نسبة التلاميذ الذين نقاطهم تفوق 10 هو

و بالتالي القيمة المقربة إلى 10^{-2} لهذه النسبة هي 0,36

إذن نسبة التلاميذ المطلوبة هي 36%

- نتائج هذا القسم دون الوسط . و يتضح من خلال هذه النسبة ان الأكثرية لها نقص في فهم بعض نقاط الدرس .

تطبيق 9

تكرار سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا معطاة في الجدول التالي

القيم	11	13	15	20	x
التكرارات	13	5	7	11	y

1) اوجد قيمة y لكي تكون 15 هي القيمة الوسيطية لهذه السلسلة .

2) ليكن $y=5$ أوجد x لكي تكون القيمة 20 وسطا حسابيا متوازنا للسلسلة الإحصائية

الحل

1) بما أن عدد قيم النمط فردي (يساوى 5) فإن ترتيب الوسيط هو 3 ،
و بما أن الوسيط يقسم السلسلة إلى قسمين لهما نفس التكرار
فإن $11+y=13+5$
و عليه $y=7$.

2) الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة هو

$$\bar{x}=\frac{11\times13+13\times5+15\times7+20\times11+xy}{13+5+7+11+y}$$

بتعويض قيمة y نجد

$$\bar{x}=\frac{143+65+105+220+5x}{36+5}$$

$$\bar{x}=\frac{533+5x}{41}$$

بما ان الوسط الحسابي يساوي 20

فإن $\bar{x}=20$ تكافئ $\frac{533+5x}{41}=20$

و منه نستنتج $533+5x=820$

و منه نجد $5x=287$ إذن $x=\frac{287}{5}=57,4$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 10

إليك متوسط درجة الحرارة الشهري لمدينة A و B

المدينة A

جوان	ماي	افريل	مارس	فيفري	جانفي
19,7	20,4	19,4	18,2	16,1	14,4
ديسمبر	نوفمبر	أكتوبر	سبتمبر	أوت	جويلية
13	15,9	17,1	18,3	18,8	18,7

المدينة B

جوان	ماي	أفريل	مارس	فيفري	جانفي
23,5	19,7	16,6	14,4	12,3	11,5
ديسمبر	نوفمبر	أكتوبر	سبتمبر	أوت	جويلية
12,3	15,5	19,6	23,8	26,3	26,3

لكل سلسلة من السلسلتين

أ) احسب مدى السلسلة

ب) احسب معدل درجات الحرارة السنوي .

جـ) ما هي القيمة الوسيطة لدرجات الحرارة ؟

د) هل فوارق درجة الحرارة يكون أقل في المدينة A ؟

هـ) هل المدينة A ساخنة عن المدينة B ؟

الحل

أ) مدى السلسلة A هو $20,4-13=6,6$ ،

مدى السلسلة B هو $26,3-11,5=14,8$

ب) بالنسبة إلى A

معدل درجة الحرارة السنوي هو الوسط الحسابي لمتوسط درجات الحرارة الشهرية

$$x=\frac{14,4+16,1+18,2+19,4+20,4+19,7+18,7+18,8+18,3+17,1+15,9+13}{12}$$

$$=\frac{210}{12}$$

$$=17,5$$

بالنسبة إلى B

معدل درجة الحرارة السنوي هو الوسط الحسابي لمتوسط درجات الحرارة الشهرية

$$x=\frac{11,5+12,3+14,4+16,6+19,7+23,5+26,3+26,3+23,8+19,6+15,5+12,3}{12}$$

$$=\frac{221,8}{12}$$

$$=18,48$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ج) بالنسبة للمدينة A نرتب قيم السلسلة ترتيبا تصاعديا .
11 ، 14,1 ، 15,9 ، 16,1 ، 17,1 ، 18,2 ، 18,3 ، 18,7 ، 18,8 ، 19,4 ، 19,7 ، 20,4
عدد قيم السلسلة هو 12 زوجي
و بالتالي قيمة الوسيط هي القيمة المتوسطة للقيمتين اللتين رتبتهما 6 و 7
- القيمة التي رتبتها 6 هي 18,2
- القيمة التي رتبتها 7 هي 18,3
إذن قيمة الوسيط هي $\frac{18,2+18,3}{2}=18,25$
- بالنسبة للمدينة B نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا
11,5 ، 12,3 ، 12,3 ، 14,4 ، 15,5 ، 16,6 ، 19,6 ، 19,7 ، 23,5 ، 23,8 ، 26,3 ، 26,3
عدد قيم السلسلة هو 12 زوجي
و بالتالي قيمة الوسيط هي القيمة المتوسطة للقيمتين اللتين رتبتهما 6 و 7
- القيمة التي رتبتها 6 هي 16,6
-القيمة التي رتبتها 7 هي 19.6
إذن قيمة الوسيط هي $\frac{16,6+19.6}{2}=18,1$

د) بما ان مدى السلسلة A يساوي 6,6 و مدى السلسلة B يساوي 14,8 فإن فوارق درجة الحرارة يكون أقل في المدينة A

هـ) بما أن وسيط السلسلة A يساوي 18,25 و وسيط السلسلة B يساوي 18,1 فإن
- بالنسبة إلى المدينة A 50% من أيام السنة تكون درجة الحرارة أقل من 18,25
- بالنسبة إلى المدينة B 50% من أيام السنة تكون درجة الحرارة أقل من 18,1
و هذا يعني أن المدينة A ساخنة نوعا ما بالنسبة إلى المدينة B

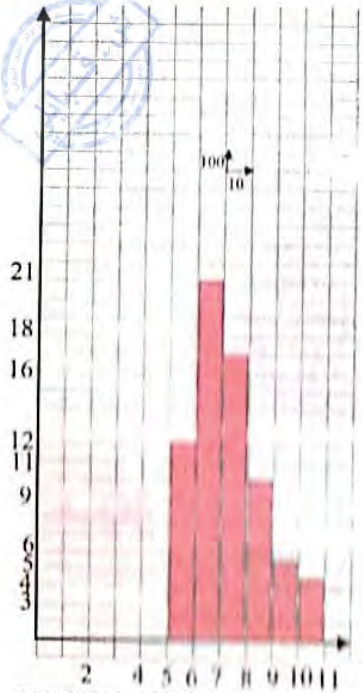
تطبيق 11

في حظيرة للسيارات بداخلها 6400 سيارة .
سجلنا خروج السيارات من الحظيرة مابين 5 سا و 11 سا على فترات زمنية.النتائج المحصل عليها موجودة في الجدول التالي

الفترات الزمنية	$5 \leq T < 6$	$6 \leq T < 7$	$7 \leq T < 8$	$8 \leq T < 9$
عدد السيارات	1100	2000	1600	900
الفترات	$9 \leq T < 10$	$10 \leq T < 11$		
عدد السيارات	450	350		

1) مثل مدرج التكرارات لهذه السلسلة ثم عين الفئة المنوالية .
2) أوجد تواتر الفترة الزمنية $8 \leq T < 9$ تعطى النتائج مدورة إلى 0,01 بالزيادة ثم احسب النسبة المئوية الموافقة لها .
3) احسب نسبة السيارات التي غادرت الحظيرة ما بين 6 صباحا و 9 صباحا .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



الحل

1) ناخذ على محور التراتيب 1 سم ← 300 سيارة
و على محور الفواصل 1 سم ← 2 سا
الفئة المنوالية هي الفئة الأكثر تكرارا و في الجدول نجد ان الفئة $6 \leq T < 7$ هي الفئة المتوالية

2) تواتر الفترة الزمنية $8 \leq T < 9$ هو حاصل قسمة تكرارها على التكرار الكلي أي

$$\frac{900}{6400} = \frac{9}{64} = 0,1406$$

والقيمة المدورة لها إلى 0,01 هي 0,14
النسبة المئوية الموافقة لهذا التواتر هي 14%

3) نسبة السيارات التي غادرت الحظيرة ما بين 6 صباحا و 9 صباحا هي حاصل قسمة تكرار هذه الفترة على التكرار الكلي أي

$$\frac{1100+2000+1600+900}{6400} = \frac{5600}{6400} = 0,875$$

و القيمة المدورة إلى 10^{-2} هي 0,88
إذن نسبة السيارات التي غادرت الحظيرة ما بين 6 صباحا و 9 صباحا هي 88%

تطبيق ⓯

في مصنعين A و B متوسط الرواتب الشهرية للرجال و النساء معطى في الجدول التالي

الراتب	A	B
رجال	14000	15000
نساء	10000	11000

توزيع الرجال و النساء في المصنعين معطى بالجدول التالي

التوزيع	A	B
رجال	40%	40%
نساء	60%	60%

1) احسب متوسط الرواتب في المصنع A
2) احسب متوسط الرواتب في المصنع B
3) ماذا تستنتج من العبارتين السابقة ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) المتوسط الحسابي للرواتب الشهرية لعمال المصنع A هو m_1 حيث

$$m_1 = 14000 \times \frac{40}{100} + 10000 \times \frac{60}{100}$$
$$= 11600 \ DA$$

2) المتوسط الحسابي للرواتب الشهرية لعمال المصنع B هو m_2 حيث

$$m_2 = 15000 \times \frac{10}{100} + 11000 \times \frac{90}{100}$$
$$= 11400 \ DA$$

3) المؤسسة A عموما عمالها يتقاضون راتبا متوسطا أكبر من عمال المؤسسة B و لكن من حيث الفئات المكونة للمؤسستين A و B (فئة النساء و فئة الرجال) فإن المؤسسة B عمالها يتقاضون رواتب أكثر من عمال المؤسسة A

تطبيق 13

توزيع 600 تلميذ من السنة الثالثة ثانوي في ثانوية كما هو مبين في المخطط الدائري على ثلاث شعب

- أحسب عدد التلاميذ في كل شعبة .

الحل

العدد الكلي هو 600 ، قيس الزاوية التي تقابل 600 هي $360°$

- عدد التلاميذ الذي يقابل قيس الزاوية $36°$ هو $n_1 = 60 \times \frac{36}{360} = 60$

- عدد التلاميذ الذي يقابل الزاوية $126°$ هو n_2 حيث

$$n_2 = \frac{600 \times 126}{360} = 210$$

- عدد التلاميذ الذي يقابل الزاوية $198°$ هو n_3 حيث

$$n_3 = \frac{600 \times 198}{360} = 330$$

إذن الشعب موزعة كما يلي

الشعب	رياضيات	الأدب	العلوم التجريبية
التكرار	60	210	330

إليك طريقة حساب تكرارات كل شعبة

تلميذ $600 \rightarrow 360°$

تلميذ $y \rightarrow x°$

$$y = \frac{600 \times x°}{360}$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

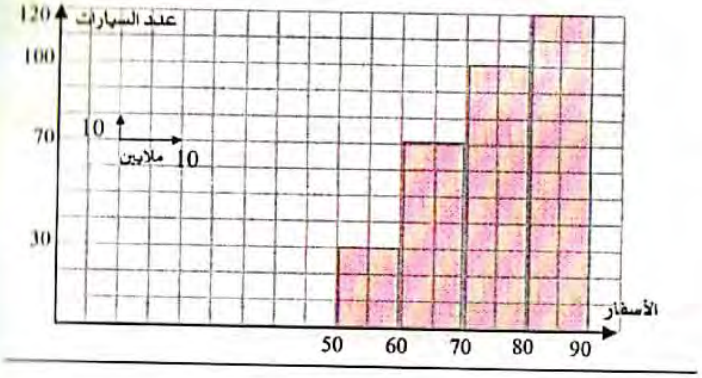
تطبيق 14

أسعار سيارات عند وكالة بيع محصورة بين 50 مليون و 90 مليون ، نعطي فيما يلي التكرارات المجمعة المتزايدة

1) ماهو عدد السيارات الموجودة عند هذه الوكالة ؟

2) أعط الوسط الحسابي لأسعار السيارات .

3) انطلاقا من هذا المخطط أعط الفئة التي ينتمي إليها السعر الوسيطي مع الطريقة .



الحل

1) بما أن عدد السيارات التي سعرها أقل أو يساوي 90 مليون هو 120 سيارة فإن عدد السيارات الموجودة في هذه الوكالة هو 120

2) جدول التكرار للأسعار هو

الفئات(السعر p)	$50 \leq P \leq 60$	$60 < P \leq 70$	$70 < P \leq 80$	$80 < P \leq 90$
التكرار	30	40	30	20
مراكز الفئات	55	65	75	85

الوسط الحسابي هو

$$x = \frac{30\times55+40\times65+30\times75+20\times85}{120} = \frac{1650+2600+2250+1700}{120} = \frac{8200}{120} = \frac{820}{12} = 68{,}3$$

3) الوسيط ينتمي إلى الفئة $60 < P \leq 70$ لأن أكثر من 50 % من السيارات سعرها أقل من 70 مليون.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/