https://prof27math.weebly.com/

5 جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

أتذكر الأهم:

14. جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تعريف: نسمي جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل جملة من الشكل:

$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث a، b، c، a'، b'، c' أعداد حقيقية معلومة.

15. الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

- **طريقة الجمع**

لحل جملة باستعمال طريقة الجمع نقوم بضرب المعادلتين في أعداد مختارة بهدف جعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين بحيث يتم التخلص منه بالجمع طرف لطرف.

مثال: لحل الجملة $\begin{cases} 4x-2y=2 & (1) \\ x+y=5 & (2) \end{cases}$ نقوم مثلا بضرب طرفي المعادلة (2) في 2

لنحصل على الجملة $\begin{cases} 4x-2y=2 & (1) \\ 2x+2y=10 & (2') \end{cases}$ و بعد جمع (1) و $(2')$ طرف لطرف

نحصل على المعادلة $6x=12$ ذات الحل $x=2$. لحساب y نعوض x بقيمته 2 في إحدى المعادلتين و لتكن (2) فنتحصل على $2+y=5$ أي $y=3$ و أخيرا نتحقق من أن $(2;3)$ حل للجملة. إذن $(2;3)$ هو الحل الوحيد للجملة.

- **طريقة التعويض**

لحل جملة باستعمال طريقة التعويض نكتب أحد المجهولين بواسطة الآخر في إحدى المعادلتين ثم نعوضه في المعادلة الأخرى بهدف الحصول على معادلة بمجهول واحد.

مثال: لحل الجملة $\begin{cases} 2x+y=-1 & (1) \\ x-y=4 & (2) \end{cases}$ نكتب مثلا x بواسطة y في (2) لنجد $x=y+4$

ثم نقوم بتعويضه في (1) لنجد $2(y+4)+y=-1$ فنحصل على $y=-3$ وبعد تعويض y بقيمته في إحدى المعادلتين نجد $x=1$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

إذن $(1;-3)$ هو الحل الوحيد للجملة.

أتدرب:

التمرين1: حل باستعمال طريقة التعويض الجملة التالية:

$$\begin{cases} 3x-5y=30 & (1) \\ 2x+y=7 & (2) \end{cases}$$

التمرين2: أوجد عددين علما أن مجموعهما 50 و أن الفرق بين العدد الأول و ضعف العدد الثاني هو 5.

أنمي كفاءاتي:

المسألة1: 1. حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} x+y=20 & (1) \\ 7x+4y=104 & (2) \end{cases}$$

2. تتكون حمولة إحدى الشاحنات من 20 صندوق وزن بعضها $28kg$ و وزن البعض الآخر $16kg$. علما أن وزن حمولة الشاحنة هو $416kg$ عين عدد الصناديق التي وزنها $28kg$ و عدد الصناديق التي وزنها $16kg$.

المسألة2: 1. حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} 5x+2y=13 & (1) \\ x+2y=8 & (2) \end{cases}$$

2. ثمن باقة زهور متكونة من 5 زهور نرجس و زهرتي أقحوان هو $13DA$ بينما ثمن باقة متكونة من زهرة نرجس و زهرتي أقحوان هو $8DA$.

ما هو ثمن باقة زهور متكونة من 4 زهور نرجس و 3 زهور أقحوان ؟

المسألة3: عين طول و عرض قاعة مستطيلة الشكل علما أنه إذا زاد طولها بـ $1m$ و زاد عرضها بـ $3m$ زادت مساحتها بـ $25m^2$ أما إذا نقص كل من عرضها و طولها بـ $1m$ نقصت مساحتها بـ $9m^2$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

المسألة4:

1. حل الجملة التالية: $\begin{cases} x+y=360 & (1) \\ 50x+75y=21750 & (2) \end{cases}$

2. لزيارة أحد المتاحف فإن ثمن تذكرة الدخول بالنسبة للكبار هو $75DA$ بينما ثمنها بالنسبة للصغار هو $50DA$. علما أن في هذا اليوم كان عدد الزوار 360 زائرا و أن مداخيل المتحف قدرت بـ $21750DA$ حدد عدد الصغار و عدد الكبار الذين قاموا بزيارة المتحف في هذا اليوم.

حلول التمارين و المسائل

حل التمرين1

باستعمال المعادلة (2) نكتب مثلا y بواسطة x فنحصل على $y=7-2x$. لنعوض y بعبارته بواسطة x في المعادلة (1) فنحصل هكذا على: $3x-5(7-2x)=30$ أي $3x-35+10x=30$ و هذا يعني $13x=65$ أي $x=5$.

لنعوض الآن x بـ 5 في (2) فنحصل على $2\times5+y=7$ أي $y=7-10=-3$.

إذن $(5;-3)$ هو الحل الوحيد للجملة.

حل التمرين2

إذا رمزنا إلى العددين بـ x و y يكون لدينا: $\begin{cases} x+y=50 & (1) \\ x-2y=5 & (2) \end{cases}$

لنستعمل مثلا طريقة الجمع لحل هذه الجملة و من أجل ذلك نقوم بضرب طرفي (1) في 2 لنحصل على الجملة $\begin{cases} 2x+2y=100 & (1') \\ x-2y=5 & (2) \end{cases}$ و بجمع (1') و (2)

طرفا لطرف نحصل على $3x=105$ أي $x=\frac{105}{3}=35$. للحصول على y نعوض مثلا x بـ 35 في (1) لنحصل على $35+y=50$ أي $y=50-35=15$.

و هكذا فإن حل الجملة الوحيد هو الثنائية $(35;15)$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

حل المسألة1

1. لحل الجملة نستعمل مثلا طريقة الجمع فنقوم بضرب طرفي المعادلة (1) في (-4)

لنحصل على الجملة $\begin{cases} -4x-4y=-80 & (1') \\ 7x+4y=104 & (2) \end{cases}$ و بالجمع طرف لطرف نحصل على: $3x=24$ أي $x=8$. بالتعويض في (1) نجد $8+y=20$ أي $y=12$.

إذن $(8\,;12)$ هو الحل الوحيد للجملة.

2. ليكن x عدد الصناديق التي وزنها $28kg$ و y عدد الصناديق التي وزنها $16kg$.

- بما أن عدد الصناديق في الشاحنة 20 فإن $x+y=20$.
- حمولة الشاحنة هي $28x+16y$ و منه $28x+16y=416$.

نحصل هكذا على الجملة $\begin{cases} x+y=20 \\ 28x+16y=416 \end{cases}$.

بقسمة طرفي المعادلة الثانية على العدد 4 نحصل على الجملة $\begin{cases} x+y=20 \\ 7x+4y=104 \end{cases}$ المعرفة في السؤال الأول و التي حلها $(8\,;12)$.

إذن عدد الصناديق التي وزنها $28kg$ هو 8 بينما عدد الصناديق التي وزنها $16kg$ هو 12.

حل المسألة2

1. لحل الجملة نستعمل مثلا طريقة الجمع فنقوم بضرب طرفي المعادلة (2) في (-1)

لنحصل على الجملة $\begin{cases} 5x+2y=13 & (1) \\ -x-2y=-8 & (2') \end{cases}$ و بالجمع طرف لطرف نحصل على: $4x=4$ أي $x=1$. بالتعويض في (1) نجد $5+2y=13$ أي $2y=8$ و منه $y=4$.

إذن $(1\,;4)$ هو الحل الوحيد للجملة.

2. ليكن x ثمن زهرة نرجس و y ثمن زهرة أقحوان.

*ثمن باقة زهور متكونة من 5 زهور نرجس و زهرتي أقحوان هو $5x+2y$.

* ثمن باقة متكونة من زهرة نرجس و زهرتي أقحوان هو $x+2y$.

و هكذا يكون لدينا: $\begin{cases} 5x+2y=13 \\ x+2y=8 \end{cases}$ و بما أن حل هذه الجملة هو $(1\,;4)$ فإن:

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

ثمن زهرة نرجس هو $1DA$ و ثمن زهرة أقحوان هو $4DA$. و بالتالي فثمن باقة زهور متكونة من 4 زهور نرجس و 3 زهور أقحوان هو $DA(4\times1+3\times4)$ أي $16DA$.

حل المسألة3

ليكن x طول القاعة و y عرضها و منه فمساحتها هي xy.
إذا زاد طولها بـ $1m$ و زاد عرضها بـ $3m$ تصبح مساحتها $(x+1)(y+3)$
أما إذا نقص كل من عرضها و طولها بـ $1m$ تصبح مساحتها $(x-1)(y-1)$

يكون هكذا لدينا: $\begin{cases}(x+1)(y+3)=xy+25 & (1)\\ (x-1)(y-1)=xy-9 & (2)\end{cases}$ و هذا يعني:

$$\begin{cases}3x+y=22 & (1')\\ x+y=10 & (2')\end{cases} \text{ أي } \begin{cases}3x+y+3+xy=xy+25 & (1)\\ -x-y+1+xy=xy-9 & (2)\end{cases}$$

لحل هذه الجملة نستعمل مثلا طريقة التعويض فنحصل هكذا من $(2')$ على $y=10-x$
و بعد التعويض في $(1')$ نحصل على $3x+10-x=22$ أي $2x=12$ و بالتالي $x=6$
و منه $y=4$ بعد التعويض في إحدى المعادلات.
و هكذا فإن طول القاعة هو $6m$ و عرضها هو $4m$.

حل المسألة4

1. لحل الجملة $\begin{cases}x+y=360 & (1)\\ 50x+75y=21750 & (2)\end{cases}$ نستعمل مثلا طريقة الجمع فنقوم

بضرب طرفي المعادلة (1) في 75 لنحصل على الجملة $\begin{cases}75x+75y=27000\\ 50x+75y=21750\end{cases}$

و بالطرح طرف لطرف نحصل على: $25x=5250$ أي $x=210$. بالتعويض في (1) نجد $210+y=360$ أي $y=150$.

إذن $(210;150)$ هو الحل الوحيد للجملة.

2. ليكن x عدد الصغار و y عدد الكبار الذين زاروا المتحف في هذا اليوم.
   * عدد الزوار في هذا اليوم هو $x+y$.
   * مداخيل المتحف في هذا اليوم هي $50x+75y$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

و هكذا يكون لدينا: $\begin{cases} x+y=360 \\ 50x+75y=21750 \end{cases}$

بما أن الحل الوحيد لهذه الجملة حسب السؤال الأول هو $(150;\ 210)$ فإن:

- عدد الصغار الذين زاروا المتحف في هذا اليوم هو 210.
- عدد الكبار الذين زاروا المتحف في هذا اليوم هو 160.

حل المسألة5

إذا رمزنا إلى مساحة المربع بـ A و إلى مساحة المستطيل بـ A' يكون لدينا:

$\begin{cases} A+A'=850 \\ 7A-3A'=0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} A+A'=850 \\ \dfrac{A}{A'}=\dfrac{3}{7} \end{cases}$. نجد بعد الحل: $A=255\,m^2$

و $A'=595\,m^2$.

تمرين إضافي

التمرين:

انطلق أحد الراجلين من مدينة A نحو مدينة B على الساعة 8 بسرعة متوسطة قدرها $5\ km/h$ في حين انطلق دراج على الساعة 10 من نفس المدينة A نحو B بسرعة متوسطة قدرها $28\ km/h$.

على بعد أي مسافة من المدينة A يلتحق الدراج بالراجل و في أي ساعة ؟

belhocine : https://prof27math.weebly.com/