تعريف و ترميز الدالة الخطية

1) عندما نرفق كل عدد حقيقي x بعدد حقيقي وحيد ax .
نقول أننا عرفنا دالة خطية حيث معامل تناسبها a
2) نرمز للدالة الخطية التي معاملها a بالرمز : $x \longmapsto ax$
و نسميها بحرف f ، h أو k و نكتب : $f : x \longmapsto ax$
و نكتب أيضا : $f(x) = ax$

إثبات أن الدالة خطية إنطلاقا من جدول قيم ، يجب علينا :

1) نثبت أن الجدول هو جدول قيم تناسبية

مثال : أثبت أن قيم الجدول الآتي تمثل دالة الخطية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	6	4	2	0	-2	-4	-6

نلاحظ أن هذا الجدول هو جدول تناسبية لأن :

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{6}{-3} = \frac{4}{-2} = \cdots = \frac{-6}{3} = -2$$

لحساب صورة عدد بواسطة دالة الخطية ، نتبع مايلي :

1) نعوض قيمة x في عبارة الدالة الخطية

مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x) = 10x$

صورة العدد 5 بالدالة f هي : $f(5) = 10 \times 5 = 50$

$f : 5 \longmapsto 50$

لتعيين عدد صورته بدالة خطية معلومة ، نتبع مايلي :

1) نحل المعادلة $f(x) = ax$ و إيجاد المجهول x
حيث : $x = \frac{f(x)}{a}$

مثال : عين عدد صورته بالدالة الخطية $f(x) = 5x$ هي 10

لدينا : $f(x) = 5x$ و $f(x) = 10$

أي : $5x = 10$ ، نجد $x = 2$

العدد الذي صورته بالدالة f : 10 هو العدد 2

لتعيين دالة خطية انطلاقا من عدد غير معدوم و صورته

1) نحاول إيجاد معامل الدالة الخطية a

مثال : f دالة خطية حيث : $f(2) = 3$
عين الدالة الخطية

بما أن f دالة خطية فإن f تكتب : $f(x) = ax$

$f(2) = ax$ و $f(2) = 3$

معناه $2a = 3$ ومنه $a = \frac{3}{2}$

إذن : $f(x) = \frac{3}{2}x$

لتمثيل الدالة الخطية بيانيا ، نتبع مايلي :

1) نضع $y = f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y = ax$
2) نختار قيمتين لـ x و نعوض في عبارة الدالة الخطية لإيجاد قيمة y .
3) نستنتج إحداثيي النقطتين $(x\,;y)$ أو $(x\,;f(x))$
4) نمثلها في معلم و نصل بينهما بخط مستقيم يشمل المبدأ .
5) نتحصل في الأخير على بيان الدالة الخطية .

ملاحظات

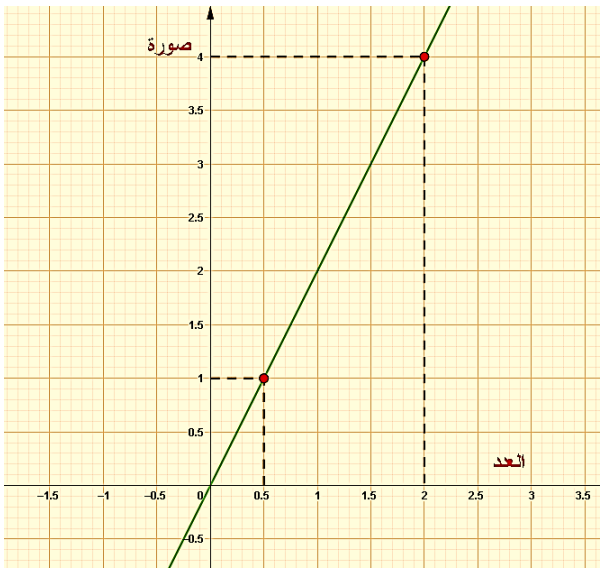
1) $y = ax$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانيا دالة خطية .
2) هندسيا a معامل الدالة الخطية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
3) التمثيل البياني لدالة خطية في معلم مبدؤه O هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم و النقطة A ذات الإحداثيات $(1\,;a)$ حيث معامل الدالة الخطية .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

لقراءة التمثيل البياني لدالة خطية ، نتبع الخطوات التالية :

1) نقرأ قيم x على محور الفواصل .
2) نقرأ قيم y على محور التراتيب .

مثال : المستقيم (d) يمثل دالة خطية f
اقرأ صورة العدد 2
اقرأ العدد الذي صورته هي 1



صورة 2 هي 4 أي نكتب : $f(2) = 4$

0,5 هو العدد الذي صورته هي 1 أي نكتب : $f(1) = 0{,}5$

حساب معامل الدالة الخطية انطلاقا من تمثيلها البياني

1) نختار نقطة من المستقيم الممثل للدالة الخطية
2) نكتب إحداثيتي النقطة على الشكل $f(x) = y$
3) ومنه بعد تعويض كل من x و y في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل الدالة الخطية

مثال : ايجدا معامل الدالة الخطية من المثال السابق

وجدنا سابقا أن $f(2) = 4$ ، المستقيم معادلته $y = ax$

بتعويض : $x = 2$ و $y = 4$ ، نجد : $2a = 4$

ومنه : $a = 2$ ، أي أن : $f(x) = 2x$

إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة الخطية

1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة الخطية التي تمثيلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
2) بعدها نتحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

مثال : أثبت أن النقطة $A(3;4)$ تنتمي الى المستقيم الممثل لـ f

مما سبق لدينا : $f(x) = 2x$ أي : $y = 2x$

و منه بالتعويض $x = 3$ نحصل على : $2 \times 3 = 6$

و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم

بمعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيبة 6
بمستقيم الممثل لدالة الخطية f وليس 4

ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس المستقيم الممثل للدالة الخطية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقا

تذكير بالمكتسبات القبلية

حساب النسبة P% المقدار y من المقدار x	$y = \frac{P}{100} \times x$
زيادة x بـ P%	$y = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \times x$
خفض x بـ P%	$y = \left(1 - \frac{P}{100}\right) \times x$
حساب الكتلة الحجمية لعينة	$\rho = \frac{m}{v}$
حساب السرعة المتوسطة	$v = \frac{d}{t}$
حساب الطاقة الكهربائية	$E = P \times t$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تعريف و ترميز الدالة التآلفية

1) عندما نرفق كل عدد حقيقي x بعدد حقيقي وحيد $ax+b$.
نقول أننا عرفنا دالة تآلفية حيث معامل توجيهها a .
2) نرمز للدالة التآلفية التي معاملها a بالرمز : $x \longmapsto ax+b$
و نسميها بحرف f ، h أو k و نكتب : $f : x \longmapsto ax+b$
و نكتب أيضا : $f(x)=ax+b$
3) الدالة التآلفية لا تمثل وضعية تناسبية

لحساب صورة عدد بواسطة دالة التآلفية ، نتبع مايلي:

1) نعوض قيمة x في عبارة الدالة التآلفية

مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x)=10x+2$

صورة العدد 5 بالدالة f هي : $f(5)=10\times 5+2=52$
$f : 5 \longmapsto 52$

لتعيين عدد صورته بدالة تآلفية معلومة ، نتبع مايلي:

1) نحل المعادلة $f(x)=ax+b$ و إيجاد المجهول x
حيث : $x=\frac{f(x)-b}{a}$

مثال : عين عدد صورته بالدالة التآلفية $f(x)=5x-2$ هي 8

لدينا : $f(x)=5x-2$ و $f(x)=8$
أي : $5x-2=8$ ، نجد $x=\frac{8+2}{5}=2$
العدد الذي صورته بالدالة f : 8 هو العدد 2

لتعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين و صورتيهما

الطريقة الأولى : حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1) نحاول إيجاد معامل a و العدد b .

مثال : f دالة تآلفية حيث : $f(6)=1$ و $f(-2)=-3$
عين الدالة التآلفية f

بما أن f دالة تآلفية فإن f تكتب : $f(x)=ax+b$

$f(6)=6a+b$ و $f(6)=1$

$f(-2)=-2a+b$ و $f(-2)=-3$

إذن : $\begin{cases} 6a+b=1 \\ -2a+b=-3 \end{cases}$

بعد تطبيق طريقة الحل بالجمع نتحصل على :

$a=\frac{1}{2}$ و $b=-2$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2$

الطريقة الثانية : بإستخدام تناسب التغيرات

1) نحاول إيجاد معامل a و العدد b ، و ذلك بحساب معامل التوجيه المستقيم a أولا .
2) بعد ذلك بتعويض قيمة a في الدالة نحسب العدد b .

مثال : نفس المثال السابق

لدينا

$$a=\frac{f(6)-f(-2)}{6-(-2)}=\frac{1-(-3)}{8}=\frac{1}{2}$$

ومنه بتعويض a في $6a+b=1$ نجد :

$b=-2$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

لتمثيل الدالة التآلفية بيانيا ، نتبع مايلي :

1) نضع $y = f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y = ax + b$
2) نختار قيمتين لـ x و نعوض في عبارة الدالة التآلفية لإيجاد قيمة y .
3) نستنتج إحداثيي النقطتين $(x\,;y)$ أو $(x\,;f(x))$
4) نمثلها في معلم و نصل بينهما بخط مستقيم لا يشمل المبدأ .
5) نتحصل في الأخير على بيان الدالة التآلفية .

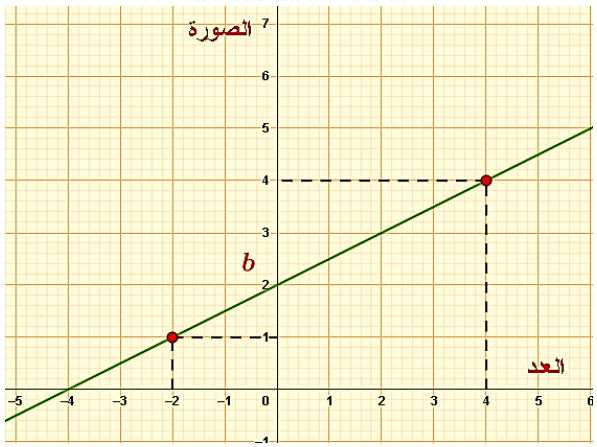
ملاحظات

1) $y = ax + b$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانيا دالة تآلفية
2) هندسيا a معامل الدالة التآلفية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
3) التمثيل البياني لدالة تآلفية في معلم مبدؤه O هو مستقيم لا يشمل مبدأ المعلم و النقطة A ذات الإحداثيات $(0;b)$.
4) b هي ترتيبة نقطة تقاطع المستقيم مع محور التراتيب
يدعى العدد b هندسيا بـ : الترتيبة عند المبدأ

لقراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية ، نتبع الخطوات التالية :

1) نقرأ قيم x على محور الفواصل .
2) نقرأ قيم y على محور التراتيب .

مثال : نتبع نفس طريقة قراءة التي تم تطرق اليها في ملخص الخاص بالدالة الخطية



تعيين العاملين للدالة التآلفية انطلاقا من تمثيلها البياني

1) نختار نقطتين من المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
2) نكتب إحداثيتي النقطتين على الشكل $f(x) = y$.
3) ومنه بعد تعويض كل من x و y في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل a و العدد b .

مثال : توظيف المثال السابق

بقراءة السابقة لتمثيل البياني هي : $f(4) = 4$ و $f(-2) = 1$
نعلم أن للمستقيم (d) معادلة و هي من الشكل : $y = ax + b$

بإختيار طريقة حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

$f(4) = 4$ تعني أن : $-2a + b = 1$
$f(-2) = 1$ تعني أن : $4a + b = 4$
ومنه بعد إختيار طريقة حل بالجمع نجد :

$$b = 2 \text{ و } a = \frac{1}{2}$$

نعوض بقيمتي a و b فنجد عبارة الدالة التآلفية :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة التآلفية

1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة التآلفية التي تمثيلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
2) بعدها نتحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

مثال : أثبت أن النقطة $A(3;4)$ تنتمي الى المستقيم الممثل لـ f

مما سبق لدينا : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ أي : $y = \frac{1}{2}x + 2$
و منه بالتعويض $x = 3$ نحصل على : $\frac{1}{2} \times 3 + 2 = 3{,}5$
و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم
بمعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيبة 3,5
بمستقيم الممثل لدالة التآلفية f وليس 4

ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقا

belhocine : https://prof27math.weebly.com/