الدّرسُ الـ 5

الدّالةُ التّآلفيّةُ ـ الدّالةُ الخطيّة

1 ـ الدالة الخطية

مثال

أراد بائع المواشي أن ينقل الكباش من الجنوب إلى الشمال بمناسبة عيد الأضحى المبارك فذهب إلى ناقل البضائع فقال له ثمن النقل للكيلومتر الواحد $80\ DA$ فمثلا إذا كانت المسافة المقطوعة هي $20km$ فإن ثمن النقل هو $20\times 80=1600\ DA$

و من اجل قطع مسافة $x\ km$ فإن ثمن النقل الذي يدفعه هو $80x$ عندئذ نكون قد عرفنا دالة f ترفق بكل x العدد $80x$ تسمى هذه الدالة بالدالة الخطية .

1-1 تعريف

a عدد حقيقي معطى

عندما نرفق بكل عدد حقيقي x العدد الحقيقي ax نقول اننا عرفنا دالة خطية نرمز لها بـ f و نكتب $f(x)=ax$ او $f:x\mapsto ax$

يسمى $f(x)$ صورة x بالدالة f

مثال

الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x بضعفه هي دالة خطية نرمز لها بـ $f:x\mapsto 2x$ ونكتب $f(x)=2x$

- صورة العدد 1 هي $f(1)$ حيث $f(1)=2\times 1=2$
- صورة $\frac{1}{2}$ هي $f\left(\frac{1}{2}\right)$ حيث $f\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}=1$
- صورة $\sqrt{2}$ هي $f\left(\sqrt{2}\right)$ حيث $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$
- صورة الصفر هي $f(0)$ حيث $f(0)=0$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1-2 التمثيل البياني لدالة خطية

التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم يشمل المبدأ و لرسمه يكفي أن نعين نقطة أخرى مختلفة عن المبدأ .

مثال

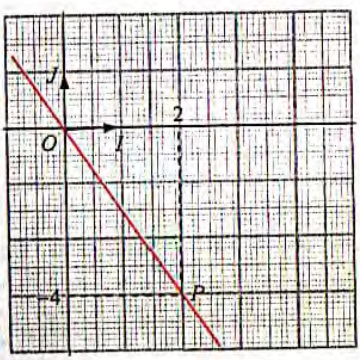
f و g دالتان خطيتان معرفتان كما يلي
$f(x)=2x$ و $g(x)=-2x$

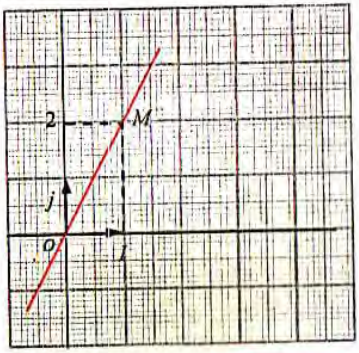
- بالنسبة إلى الدالة f

التمثيل البياني للدالة f هو مستقيم يشمل المبدأ و لرسمه نعين نقطة أخرى .
فمن أجل $x=1$ نجد $f(1)=2$
و بالتالي تحصلنا على نقطة $M(1,2)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f .
التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (OM) معادلته $y=2x$

- بالنسبة إلى الدالة g

التمثيل البياني للدالة g هو مستقيم يشمل المبدأ و لرسمه نعين نقطة أخرى
فمن أجل $x=2$ نجد $f(2)=-4$
و بالتالي تحصلنا على نقطة $p(2,-4)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g .
التمثيل البياني للدالة g هو المستقيم (OP) و معادلته $y=-2x$





تمرين تدريبي .

f دالة خطية معرفة كالتالي ،
$f(x)=\frac{-3}{5}x$

1) احسب $f(0)$ ، $f(5)$ ، $f(-5)$ ، $f(\sqrt{3})$ ، $f\left(\frac{1}{3}\right)$

2) عين العدد الذي صورته بالدالة f هي -6

3) عين x_1 و x_2 حيث $f(x_1)=5$ و $f(x_2)=\sqrt{5}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) $f(0)=\frac{-3}{5}\times 0=0$ ، $f(5)=\frac{-3}{5}\times 5=\frac{-15}{5}=-3$

$f(-5)=\frac{-3}{5}\times(-5)=\frac{15}{5}=3$ ، $f(\sqrt{3})=\frac{-3}{5}\times\sqrt{3}=\frac{-3\sqrt{3}}{5}$ ،

$f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{-3}{5}\times\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{-3}{15}=\frac{-1}{5}$

2) نرمز بـ x إلى العدد الحقيقي الذي صورته -6 بالدالة f .

إذن $f(x)=-6$

$f(x)=-6$ تعني $\frac{-3}{5}x=-6$ ومنه $x=\frac{-6}{\frac{-3}{5}}=(-6)\times\frac{5}{-3}=\frac{-30}{-3}=10$

إذن العدد الذي صورته -6 بالدالة f هو 10

3) $f(x_1)=5$ تعني $\frac{-3}{5}x_1=5$ ومنه $x_1=\frac{5}{\frac{-3}{5}}=5\times\left(\frac{5}{-3}\right)=\frac{-25}{3}$

$f(x_2)=\sqrt{5}$ تعني $\frac{-3}{5}x_2=\sqrt{5}$ ومنه $x_2=\frac{\sqrt{5}}{\frac{-3}{5}}=\sqrt{5}\times\left(\frac{5}{-3}\right)=\frac{-5\sqrt{5}}{3}$

2 ـ الدالة التألفية

مثال

اقترحت وكالة لكراء السيارات على زبائنها عام 1970 عقدين مختلفين
حيث يدفع الزبون 300 دج جزافا و 1 دج للكيلومتر الواحد.بالنسبة للعقد الأول
ويدفع 200 دج جزافا و 1,5 دج للكيلومتر الواحد بالنسبة للعقد الثاني
من أجل x كيلومتر مقطوعة يدفع الزبون الثمن $f(x)$ للعقد الأول و $g(x)$ للعقد الثاني حيث f و g دالتان .

1) احسب $f(1)$, $g(1)$, $f(2)$, $g(2)$

2) اوجد $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x

الحل

1) حساب $f(1)$ و $g(1)$

$f(1)$ الثمن الذي يدفعه الزبون بعد قطع مسافة 1 كلم

$f(1)=300+1=301\ DA$

$g(1)$ الثمن الذي يدفعه الزبون بعد قطع مسافة 1 كلم

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

$g(1)=200+1,5=201,5\ DA$

حساب $f(2)$ و $g(2)$

$f(2)$ الثمن الذي يدفعه الزبون بعد قطع مسافة 2 كلم

$f(2)=300+2\times1=302\ DA$

$g(2)$ الثمن الذي يدفعه الزبون بعد قطع مسافة 2 كلم

$g(2)=200+2\times1,5=203\ DA$

2) بالنسبة للعقد الأول

من أجل مسافة x km مقطوعة الزبون يدفع المبلغ $300+x\times1$ دج أي $x+300$

إذن $f(x)=x+300$

بالنسبة إلى العقد الثاني

من أجل مسافة x km مقطوعة الزبون يدفع المبلغ $200+x\times1,5$ دج

إذن $g(x)=1,5x+200$

تسمى كل من الدالتين f و g تآلفيتين .

2 - 1 تعريف

a و b عددان حقيقيان معلومان

لما نرفق بكل عدد حقيقي x العدد الحقيقي $ax+b$ نكون قد عرفنا دالة تآلفية f و نكتب $f(x)=ax+b$ او $f:x\mapsto ax+b$ يسمى $f(x)$ صورة x بالدالة f

ملاحظة

لحساب $f(x)$ نضرب x بالعدد a ثم نضيف b

مثال

كل من الدوال $x\mapsto 2x+3$ ، $x\mapsto -x+2$ ، $x\mapsto 3x+\sqrt{2}$ ، $x\mapsto 5x$ هي دوال تآلفية .

حالة خاصة

- إذا كان $b=0$ فإن الدالة f خطية .
- إذا كان $a=0$ فإن الدالة f ثابتة مثل $f(x)=-5$

ملاحظة

الدالة الخطية تعبر عن وضعية تناسبية

x	x_1	x_2	x_3	x_4
$f(x)$	ax_1	ax_2	ax_3	ax_4

$\times a$ ، $\times\frac{1}{a}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

2-2 نسبة تزايد دالة تآلفية

خاصية

لتكن f الدالة التآلفية المعرفة بـ $f(x)=ax+b$ من أجل كل عددين x_1 , x_2 بحيث $x_1 \neq x_2$

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{(ax_1+b)-(ax_2+b)}{x_1-x_2}$$

$$=\frac{ax_1-ax_2}{x_1-x_2}=\frac{a(x_1-x_2)}{(x_1-x_2)}=a$$

إذن تغيرات $f(x)$ متناسبة مع تغيرات x و معامل التناسب هو a

هذه الخاصية تسمح لنا بحساب المعامل a

مثال

عين الدالة التآلفية f بحيث $f(2)=3$ و $f(-2)=5$

الحل

نضع $f(x)=ax+b$

$a=\frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)}=\frac{3-5}{2+2}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$ إذن $f(x)$ تكتب $f(x)=\frac{-1}{2}x+b$

لدينا $f(2)=3$ إذن $\frac{-1}{2}\times 2+b=3$ بالتبسيط نجد

$-1+b=3$ إذن $b=4$ و عليه $f(x)=\frac{-1}{2}x+4$

2-3 التمثيل البياني لدالة تآلفية

التمثيل البياني لدالة تآلفية $f: x \mapsto ax+b$ هو المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$

نسمي العدد a معامل توجيه المستقيم و يسمى b الترتيب إلى المبدأ .

لاحظ ان النقطة $A(o,b)$ تنتمي دائما إلى التمثيل البياني لـ f . إذن لرسمه يكفي ان نعين نقطة اخرى منه B عندئذ التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (AB)

مثال ❶

f دالة تآلفية معرفة كما يلي

$f(x)=2x+1$ $a=2$ و $b=1$

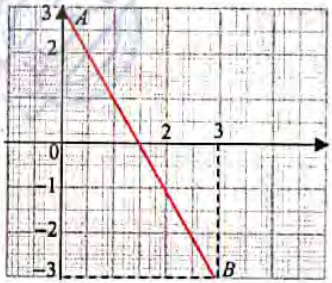
- النقطة $A(0,1)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f
- من أجل $x=2$

نجد $f(2)=2\times 2+1=5$

إذن النقطة $B(2,5)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f

التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (AB)

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



مثال ❷

f دالة تآلفية معرفة كما يلي $f(x)=-2x+3$ و $a=-2$ و $b=3$

- النقطة $A(0,3)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f

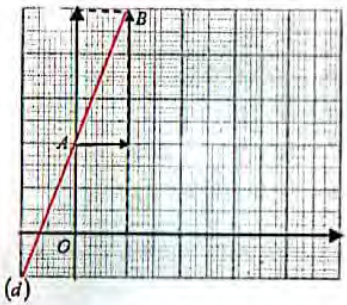
- من أجل $x=3$ نجد $f(3)=-2\times3+3=-3$

إذن النقطة $B(3,-3)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f و عليه التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (AB)

مثال ❸

هناك طريقة أخرى لرسم التمثيل البياني لدالة تآلفية نشرحها في هذا المثال

ارسم التمثيل البياني للدالة التآلفية f المعرفة بـ $f(x)=3x+2$



الحل

-إن ترتيب المبدأ هو 2 معناه أن المستقيم (d) يمر بالنقطة $A(0,2)$

- معامل توجيه المستقيم هو 3.

انطلاقا من النقطة A نتقدم بالنقطة 1 نحو اليمين ثم نصعد بـ a و هذا من أجل تعيين نقطة أخرى B من (d) ثم نصل بين A و B

وبصفة عامة

لتكن f دالة تآلفية حيث $f(x)=ax+b$

التمثيل البياني لـ f هو المستقيم (d)

بما أن ترتيب المبدأ هو b فإن المستقيم (d) يشمل النقطة $A(0,b)$

لتعيين نقطة أخرى B من (d) نميز حالتين لـ a

- الحالة الأولى إذا كان $a>0$ ، انطلاقا من A نتقدم افقيا بخطوة قدرها 1 ثم نصعد بخطوة نحو الأعلى قدرها a نحصل على نقطة B

- الحالة الثانية إذا كان $a<0$ ، انطلاقا من A نتقدم بخطوة مقدارها 1 ثم ننزل نحو الأسفل بمقدار a .

2-4 تعيين المعاملين a و b انطلاقا من التمثيل البياني لدالة تآلفية

ليكن (d) التمثيل البياني لدالة تآلفية .

تعيين عبارة $f(x)$ يعني تعيين العاملين a و b بحيث $f(x)=ax+b$

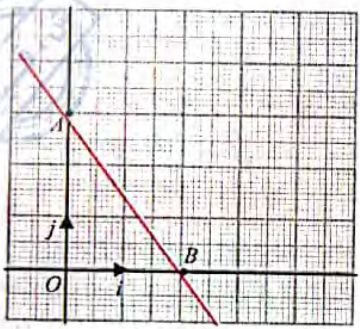
b هو الترتيب عند المبدأ.

فاصلة نقطة تقاطع (d) مع محور الفواصل هي $\frac{-b}{a}$

إذن عندما نعلم نقطة تقاطع (d) مع محور التراتيب نستطيع تعيين b

و عندما نعلم نقطة تقاطع (d) مع محور الفواصل نستطيع تعيين a

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



مثال

(d) التمثيل البياني لدالة تآلفية f

- نقطة تقاطع (d) مع محور التراتيب $A(0,3)$ و بالتالي $b=3$
- فاصلة نقطة تقاطع (d) مع محور الفواصل هي 2 إذن $\frac{-b}{a}=2$

ومنه نستنتج $a=\frac{-b}{2}=-\frac{3}{2}$

وعليه $f(x)=\frac{-3}{2}x+3$

2-5 تعيين دالة تآلفية علم عددان و صورتاهما

لتكن f دالة تآلفية حيث $f(x_1)=y_1$ و $f(x_2)=y_2$

f تكتب على الشكل $f(x)=ax+b$ مع $a=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

لدينا $f(x_1)=y_1$ تعني $y_1=ax_1+b$ و منه $b=y_1-ax_1$

مثال

عين الدالة التآلفية f بحيث $f(1)=2$ و $f(3)=5$

الحل

$f(x)$ يكتب على الشكل $f(x)=ax+b$ مع $a=\frac{f(1)-f(3)}{1-3}=\frac{2-5}{1-3}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$

$f(1)=2$ تعني $a\times1+b=2$ و منه $b=2-a=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$ إذن $f(x)=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

3 ـ تطبيقات التناسبية

3-1 النسب المئوية و الدالة الخطية

أ) إذا كانت x كمية معطاة فإن مقدار $p\%$ من x هو العدد y حيث $y=\frac{p}{100}x$

مثال

عدد تلاميذ إكمالية هو 500 تلميذ، ما هو عدد التلاميذ المقابل لـ 40% منهم؟

الحل

عدد التلاميذ المقابل لـ 40% من تعداد الإكمالية هو $y=\frac{40}{100}\times500=200$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ب) عندما تزداد الكمية x بالنسبة $p\%$ نحصل على كمية جديدة y تعطي بـ

$$y=\left(1+\frac{p}{100}\right)x$$

ج) عندما تنقص الكمية x بالنسبة $p\%$ نحصل على كمية جديدة y تعطي بـ

$$y=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$$

مثال 1

اشترى عمر أضحية العيد وزنها $35\,kg$ بعد ستة أشهر زاد وزنها بـ 10% ما هو وزنها الجديد ؟

الحل

الوزن الجديد هو ،

$$y=\left(1+\frac{10}{100}\right)\times 35 = (1,1)\times 35$$
$$=38,5kg$$

مثال 2

اشترى تاجر خضر و فواكه وزنها $500kg$ فبعد مدة زمنية انخفض وزنها بنسبة 2% . ما هو وزنها الجديد ؟

الحل

الوزن الجديد هو

$$y=\left(1-\frac{2}{100}\right)\times 500 = (1-0,02)\times 500$$
$$=0,98\times 500$$
$$=490kg$$

تمرين تدريبي

اشترى أحمد سيارة بثمن 500000 دج فبعد سنة انخفض سعرها بـ 5% ثم لظروف اقتصادية مناسبة ارتفع سعرها بـ 6% . ما هو سعرها الجديد ؟

الحل

سعر السيارة بعد التخفيض هو

$$y=\left(1-\frac{5}{100}\right)\times 500000 = (1-0,05)\times 500000$$
$$=0,95\times 500000$$
$$=475000\,DA$$

سعر السيارة بعد الإرتفاع هو

$$z=\left(1+\frac{6}{100}\right)\times y = (1+0,06)\times 475000$$
$$=1,06\times 475000$$
$$=503500\,DA$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

3 - 2 المقادير المركبة

أ) الكتلة الحجمية هي كتلة جسم بالنسبة إلى حجمه و تقدر بـ g/cm^3 أو kg/m^3

ب) السرعة المتوسطة هي نسبة المسافة المقطوعة إلى الزمن المستغرق لقطعها و تقدر بـ m/s أو Km/h

فإذا رمزنا إلى السرعة المتوسطة بـ V_m و الزمن t و المسافة بـ x فإن $V=\frac{x}{t}$

ج) الطاقة الكهربائية هي كمية الإستطاعة الكهربائية المستهلكة خلال زمن معين و يعبر عنها بـ Wh أو (kWh) حيث $1k\,wh=1000\,wh$ وتعطي العلاقة

E	$=$	P	$\times$	t
↓		↓		↓
الطاقة الكهربائية		الاستطاعة الكهربائية		الزمن

تمرين تدريبي

إليك المخطط الممثل للمسافة المقطوعة لسيارة بدلالة المدة المستغرقة

1) اعط $x(t)$ بدلالة t في كل مرحلة .

2) ماذا يمثل فيزيائيا ميل المستقيم في كل مرحلة

3) ماهي المسافة المقطوعة ؟

الحل

1) المرحلة الأولى

$x(t)$ هي دالة خطية لأن تمثيلها البياني عبارة عن قطعة من مستقيم يمر بالمبدأ .

إذن $x(t)=a\times t$

من أجل $30m$ و $t=2h$ أي $t=2,5h$ لدينا $x(t)=210$ إذن $210=a\times 2,5$

و منه نستنتج $a=\frac{210}{2,5}=84$

إذن $x(t)=84t$ مع $2h.30m\geq t\geq 0$

في المرحلة الثانية

$x(t)$ دالة ثابتة و منه $x(t)=210$ مع $3h\geq t\geq 2h30$

في المرحلة الثالثة

$x(t)$ دالة تالفية من الشكل $x(t)=at+b$

$a=\frac{300-210}{4-3}=\frac{90}{1}=90$ إذن $x(t)=90t+b$

من أجل $t=4h$ لدينا $x(t)=300km$ و عليه $300=90\times 4+b$

و منه نستنتج $b=300-90\times 4=-60$ و بالتالي $x(t)=90t-60$

حيث $3h\leq t\leq 4h$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

2) في المرحلة الأولى

ميل المستقيم يمثل السرعة المتوسطة للسيارة و التي تساوي $84km/h$

في المرحلة الثانية

ميل المستقيم هو صفر و هذا يعني أن سرعة السيارة معدومة

في المرحلة الثالثة

ميل المستقيم يمثل السرعة المتوسطة للسيارة التي تساوي $90km/h$

3) المسافة الكلية المقطوعة من طرف السيارة هي $d = d_1 + d_2 + d_3$

حيث d_1, d_2, d_3 المسافات المقطوعة في المراحل الثلاث على الترتيب

$$d = 210 + 0 + 90 = 300km$$

لاحظ كيفية حساب d_3

$$d_3 = (90 \times 4 - 60) - 210 = 360 - 60 - 210 = 90km$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

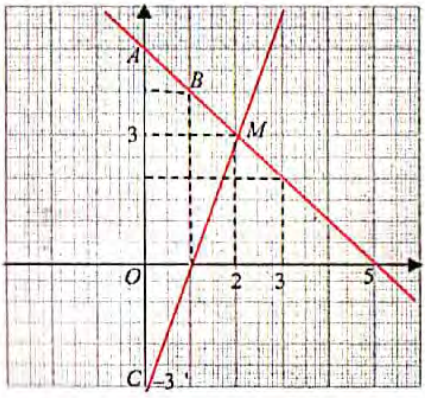
لتكن الدالتان f و g المعرفتان كما يلي
$f(x)=-x+5$ و $g(x)=3x-3$

1) مثل بيانيا كل من الدالتين f و g وذلك في نفس المعلم $\left(\vec{O},\vec{OI},\vec{OJ}\right)$.

2) اقرا على التمثيلين قيم x حيث $f(x)=2$ و $g(x)=\frac{-3}{2}$

3) اقرا على التمثيلين فاصلة نقطة تقاطعهما
اي قيم x التي تكون من اجلها $f(x)=g(x)$

الحل



1) نسمي (d) و (d') التمثيلين البيانيين لـ f و g على الترتيب.
- النقطة $A(0,5)$ تنتمي إلى المستقيم (d) و لتعيين نقطة اخرى منه B ناخذ مثلا $x=1$ نجد $f(x)=4$ إذن $B(1,4)$ نقطة من (d') و عليه (d) هو المستقيم (AB)
- النقطة $C(0,-3)$ تنتمي إلى (d') و لتعيين نقطة اخرى منه D ناخذ مثلا $x=2$ فنجد $g(x)=6-3=3$ إذن $D(2,3)$ وعليه المستقيم (d') هو المستقيم (CD)

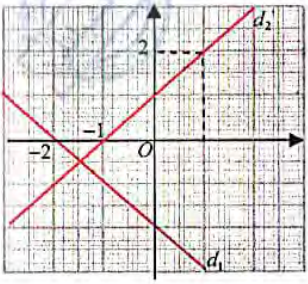
2) قيم x التي من اجلها $f(x)=2$ هي فاصلة نقطة تقاطع (d') مع المستقيم ذي المعادلة $y=2$ و من الرسم نجد $x=3$

قيم x التي من اجلها يكون $g(x)=-\frac{3}{2}$ هي فاصلة نقطة تقاطع (d') مع المستقيم ذي المعادلة $y=-\frac{3}{2}$ و من الرسم نجد $x=\frac{1}{2}$

3) نقطة تقاطع (d) و (d') هي $M(2,3)$ و بالتالي 2 هي القيمة الوحيدة لـ x التي من اجلها يكون $f(x)=g(x)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق ❷



في الشكل الموالي
(d_1) هو التمثيل البياني للدالة التالفية f
(d_2) هو التمثيل البياني للدالة التالفية g
انطلاقا من التمثيل البياني للدالتين f و g
- احسب العاملين a و b ثم اعط العبارة الجبرية للدالتين f و g

الحل

بالنسبة إلى f
لدينا $f(x)=ax+b$
- بما ان نقطة تقاطع (d_1) مع محور التراتيب إحداثيتها $(0,-2)$ فإن ترتيب المبدا هي $b=-2$
- نعلم أن فاصلة نقطة تقاطع (d_1) مع محور الفواصل هي -2
إذن $\frac{-b}{a}=-2$ منه $a=\frac{-b}{-2}=1$ و بالتالي $f(x)=x-2$

بالنسبة إلى g
- بما أن نقطة تقاطع (d_2) مع محور التراتيب إحداثيتها $(0,1)$ فإن ترتيب المبدا هي $b=+1$
- نعلم أن فاصلة نقطة تقاطع (d_2) مع محور الفواصل هي -1
إذن $\frac{-b}{a}=-1$ و منه $a=b=1$ و بالتالي $g(x)=x+1$

تطبيق ❸

1) عين الدالة التالفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A\left(\frac{-3}{2},2\right)$ و $B\left(-2,\frac{5}{2}\right)$

2) هل النقطتين $C(1,2)$ و $D\left(\frac{-1}{2},1\right)$ تنتميان إلى هذا التمثيل .

الحل

1) العبارة الجبرية للدالة f هي $f(x)=ax+b$
نسمي (d) التمثيل البياني للدالة f
A نقطة من (d) يعني $f\left(\frac{-3}{2}\right)=2$
B نقطة من (d) يعني $f(-2)=\frac{5}{2}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

لدينا $a=\dfrac{f\left(\frac{-3}{2}\right)-f(-2)}{\frac{-3}{2}-(-2)}=\dfrac{2-\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{-1}{2}}{\frac{1}{2}}=-1$

$f(-2)=\frac{5}{2}$ تعني $(-2a+b)=\frac{5}{2}$ ومنه $b=\frac{5}{2}+2a$

إذن $b=\frac{5}{2}+2(-1)=\frac{1}{2}$ و عليه $f(x)=-x+\frac{1}{2}$

2) النقطة C تنتمي إلى (d) إذا تحقق $f(1)=2$

لدينا $f(1)=-1+\frac{1}{2}=\frac{-1}{2}$ و $\frac{-1}{2}\neq 2$ إذن C لا تنتمي إلى (d)

- لدينا $f\left(\frac{-1}{2}\right)=-\left(\frac{-1}{2}\right)+\frac{1}{2}=1$ و منه نستنتج أن النقطة D تنتمي إلى (d)

تطبيق 4

أكتب الدوال الخطية الآتية على شكل نسب منوية ثم أعط قراءة لها

1) $f(x)=1,05x$ 2) $g(x)=0,4x$

3) $K(x)=3x$ 4) $L(x)=-x$

الحل

1) لدينا $f(x)=(1+0,05)x=\left(1+\frac{5}{100}\right)x$ إذن $f(x)$ هي زيادة x بـ 5%

2) لدينا $g(x)=(1-0,6)x=\left(1-\frac{60}{100}\right)x$ إذن $g(x)$ هي خفض x بـ 60%

3) لدينا $K(x)=(1+2)x=\left(1+\frac{200}{100}\right)x$ إذن $K(x)$ هي زيادة x بـ 200%

4) لدينا $L(x)=-x=(1-2)x=\left(1-\frac{200}{100}\right)x$ إذن $L(x)$ هي خفض x بـ 200%

تطبيق 5

ليكن $ABEC$ شبه منحرف قائم في A قاعدته الكبرى $AC=8$ وارتفاعه $AB=4$ المنصف الداخلي للزاوية $\hat{A}$ يقطع الضلع $[BC]$ في النقطة D ولتكن H المسقط العمودي للنقطة D على $[BA]$ و K المسقط العمودي للنقطة D على $[AC]$

1) بين أن الرباعي $AHDK$ مربع

2) نضع $HD=x$ بين أن $\frac{4-x}{4}=\frac{x}{8}$ ثم استنتج قيمة كل من DH و AD

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) إثبات أن الرباعي $AHDK$ مربع.

بما أن (AD) منصف للزاوية A فإن $H\hat{A}D = 45°$

و بما أن المثلث AHD قائم في H فإن $H\hat{D}A = 45°$

و منه المثلث AHD متساوي الساقين رأسه الأساسي H

إذن $AH = DH$ ، كذلك نستنتج أن $A\hat{D}K = 45°$

و عليه يكون المثلث ADK قائم في K و متساوي الساقين رأسه الأساسي K

و عليه يكون $DK = KA$ إذن الرباعي $AHDK$ مربع.

2) بتطبيق نظرية طاليس على المثلثين BDH و BCA نجد $\frac{BH}{BA} = \frac{DH}{CA}$

ومنه نستنتج $\frac{4-x}{4} = \frac{x}{8}$ .....(1)

- استنتاج DH و AD

من العلاقة (1) نجد $4x = 32 - 8x$ و منه $x = \frac{32}{12}$ اي $x = \frac{8}{3}$

بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم AHD في H

نجد ان $AH^2 + HD^2 = AD^2$

إذن $AD^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9} + \frac{64}{9} = \frac{128}{9}$ $AD = \frac{8}{3}\sqrt{2}$

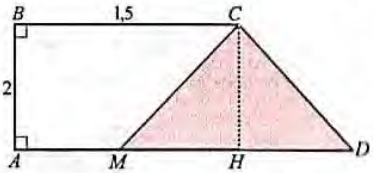
تطبيق 6

$ABCD$ شبه منحرف قائم حيث $(AB)//(CD)$

$AB = 2cm$ و $AD = 3cm$ و $BC = 1,5$ و $D\hat{A}B = 90°$

M نقطة من القطعة $[AD]$ نضع $AM = x$

1) احسب مساحة شبه المنحرف $ABCD$



2) أ) ماهي القيم الممكنة للعدد x

ب) نسمي $f(x)$ مساحة المثلث MCD

- احسب $f(x)$ بدلالة x

ج) ارسم المنحنى الممثل للدالة f

3) نسمي $g(x)$ مساحة شبه المنحرف $ABCM$

أ) اوجد $g(x)$ بدلالة x

ب) ارسم في نفس المعلم السابق المنحنى الممثل للدالة g

جـ) عين موضع النقطة M بحيث تكون مساحة المثلث MCD مساوية لمساحة شبه المنحرف $ABCM$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) مساحة شبه المنحرف $ABCD$ هي

$$S=\frac{(AD+BC)\times AB}{2}=\frac{(3+1,5)\times 2}{2}=4,5cm^2$$

2) أ) إذا كانت M منطبقة على A فإن $x=AA=0$ و إذا كانت M منطبقة على D فإن $x=AD=3$ و بما أن M تتغير من A إلى D فإن x يتغير من 0 إلى 3

و عليه $3\geq x\geq 0$

ب) مساحة المثلث MCD هي

$$f(x)=\frac{MD\times CH}{2}$$

حيث H المسقط العمودي للنقطة C على $[AD]$

و بما أن (AB) عمودي على (AD) فإن الرباعي $ABCH$ مستطيل

و عليه $CH=AB=2$

و لدينا $AM+MD=3$ و منه نجد $MD=3-AM=3-x$

إذن $f(x)=\frac{(3-x)2}{2}=3-x$

و عليه العاملان هما $a=-1$ و $b=3$

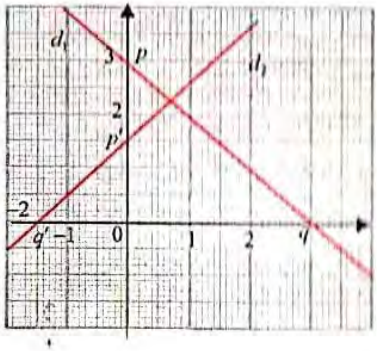
جـ) نسمي (d_1) المنحنى الممثل للدالة f

بما أن $b=3$ فإن إحداثيات نقطة تقاطع (d_1) مع محور التراتيب هي $p(0,3)$

نقطة تقاطع (d_1) مع محور الفواصل هي

$q\left(\frac{b}{a},0\right)$ أي $q(3,0)$

إذن (d_1) هو المستقيم (pq)



3) أ) مساحة شبه المنحرف $ABCM$ هي

$$g(x)=\frac{(AM+BC)\times AB}{2}=\frac{(x+1,5)2}{2}=x+1,5$$

إذن $g(x)=x+1,5$

و عليه العاملان هما $a=1$ و $b=1,5$

ب) نسمي (d_2) المنحنى الممثل للدالة g

بما أن $b=1,5$ فإن (d_2) يمر بالنقطة $p'(0,\ 1,5)$

نقطة تقاطع (d_2) مع محور الفواصل هي $Q'\left(\frac{-b}{a},0\right)$ أي $Q'(-1,5\ ,\ 0)$

إذن المستقيم (d_2) هو المستقيم $(p'Q')$

جـ) تعيين موضع النقطة M بحيث MCD و $ABCM$ لهما نفس المساحة يعني تعيين قيمة x بحيث $f(x)=g(x)$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

$f(x)=g(x)$ تعني $3-x=x+1,5$ اي $2x=1,5$ و منه $x=\frac{1,5}{2}$ اي $x=\frac{3}{4}$

إذن من اجل $x=\frac{3}{4}$ يكون للشكلين MCD و $ABCM$ نفس المساحة .

تطبيق 7

خفض تاجر ثمن سلع محله بـ 10%

1) ليكن x ثمن سلعة قبل تخفيض ثمنها و ليكن $f(x)$ ثمن سلعة بعد التخفيض عبر عن $f(x)$ بدلالة x

2) إذا كان ثمن كتاب قبل التخفيض هو 400 دج ماهو ثمنه بعد التخفيض؟

3) مجموعة من الأقلام سعرها بعد التخفيض 270 دج ما هم ثمنها قبل التخفيض؟

الحل

1) $f(x)=\left(1-\frac{10}{100}\right)x$

$=(1-0,1)x=0,9x$

2) ثمن الكتاب قبل التخفيض 400 دج يعني ان $x=400$ و ثمنه عند التخفيض هو $y=f(400)$

$y=f(400)=0,9\times 400=360$

إذن ثمن الكتاب بعد التخفيض هو 360 دج

3) 270 دج تمثل ثمن الأقلام بعد التخفيض اي $f(x)=270$ و x ثمن الأقلام قبل التخفيض

$f(x)=270$ تعني $0,9x=270$ و منه $x=\frac{270}{0,9}=\frac{2700}{9}=300$

إذن ثمن الأقلام قبل التخفيض هو 300 دج

تطبيق 8

ذهب تاجر المواشي الى مدينة في الصحراء التي تبعد عن مقر سكناه بـ $x\ km$ لشراء مواشي فاتصل بناقلين للبضائع

الناقل الأول T_1 قد اقترح عليه دفع 100 دج لكل كيلومتر واحد

أما الناقل الثاني T_2 اقترح عليه دفع مبلغ 2000 دج مستقل عن المسافة المقطوعة بـ km و 50 دج لكل كيلومتر واحد

1) إذا كانت $f(x)$ هي تكلفة النقل باعتبار الناقل T_1

و $g(x)$ هي تكلفة النقل باعتبار الناقل T_2

1) عين عبارة $f(x)$ و $g(x)$ ثم املأ الجدول التالي

x	0	10	20	30
$f(x)$				
$g(x)$				

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ب) ارسم (d_1) و (d_2) المنحنيين البيانيين للدالتين f و g في نفس المعلم
ناخذ على محور الفواصل كل $1cm$ يقابل $10km$
و على محور التراتيب كل $1cm$ يقابل 1000 دج

2) بقراءة بيانية حدد المسافة التي يكون الدفع متساوي حسب الاقتراحين ثم أوجد بالحساب هذه المسافة .

3) اشرح بيانيا الاقتراح الأفضل لهذا التاجر .

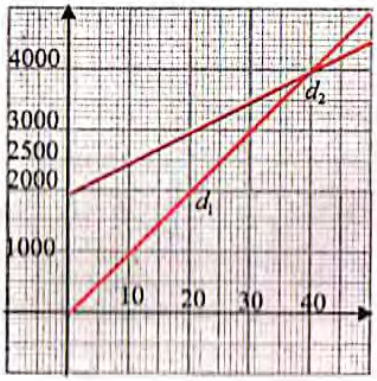
4) اخذ التاجر الاقتراح T_2 واشترى من مدينة ν مواشي بثمن 500000 دج
أ) ما هي تكلفة الشراء
ب) إذا كان ثمن البيع هو 700000 دج فما هي المسافة حتى لا يخسر هذا التاجر
جـ) إذا كان الربح هو 168000 دج فما هي المسافة x

الحل

1) أ/ بالنسبة إلى الناقل T_1
إذا كانت 100 دج لكل كيلومتر واحد فإن لقطع مسافة x ينبغي ان يدفع $100x$ و عليه $f(x)=100x$
بالنسبة إلى الناقل T_2
إذا كانت 50 دج لكل كيلومتر واحد فإن لقطع مسافة x km ينبغي ان يدفع $50x$ و بما انه دفع مبلغ ثابت 2000 مستقل عن المسافة المقطوعة فإن تكلفة النقل هي $50x+2000$ و عليه $g(x)=2000+50x$

x	0	10	20	30
$f(x)$	0	1000	2000	3000
$g(x)$	2000	2500	3000	3500

ب) الرسم البياني



2) من البيان نلاحظ ان $M(40,4000)$ هي نقطة مشتركة بين (d_1) (d_2) اي من اجل قطع مسافة قدرها $40km$ يكون الدفع متساوي و يساوي 4000 دج
إيجاد قيمة x بالحساب
x هو حل للمعادلة $f(x)=g(x)$
$f(x)=g(x)$ تعني $100x=2000+50x$
ومنه $50x=2000$
و بالقسمة على 50 نجد $x=40km$

3) إذا كان $x<40km$
فإن (d_1) يقع تحت (d_2)
و بالتالي الاقتراح T_1 هو الأفضل .
وإذا كان $x>40km$ فإن (d_1) يقع فوق (d_2) و بالتالي الإقتراح T_2 هو الأفضل.

4) أ/ تكلفة النقل هي $g(x)=2000+50x$ لأنه اختار الناقل T_2

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تكلفة الشراء = تكلفة النقل + ثمن الشراء .
إذا رمزنا بـ $C(x)$ إلى تكلفة الشراء
اذن $C(x)=2000+50x+500000=502000+50x$

ب) حتى لايخسر التاجر يجب أن يكون ثمن البيع أكبر من تكلفة الشراء
اي $700000\rangle C(x)$
تعني $700000\geq 502000+50x$ $700000\geq C(x)$
تعني $198000\geq 50x$ ومنه $3960\geq x$
إذن حتى لا يخسر التاجر يجب أن تكون المسافة بين المدينة V و مقر سكناه اقل او يساوي $3960km$

جـ) الربح = تكلفة الشراء - ثمن البيع
و عليه $(502000+50x)+168000=700000$ و منه نستنتج $670000+50x=700000$
إذن $50x=30000$ و بالتالي $x=\frac{30000}{50}=600km$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/