المستوى: الثالثة ثانوي.

الشعب: ع .التجريبية، رياضيات، تقني رياضي.

السلسلة 02
الدوال الأسية

التمرين 01:

حل في R المعادلات التالية:

1) $e^{x}=1$; 2) $e^{3x+6}=1$; 3) $e^{x^2-1}=e$; 4) $e^{2x}+e^{x}-2=0$; 5) $e^{x}+2e^{-x}-3=0$;

6) $e^{x}-e^{-x}=0$; 7) $e^{2x}-e^{x}=0$; 8) $e^{2x}-3e^{x}+4e^{-x}-2=0$; 9) $(e^{x}-2)(1-e^{x})=0$

التمرين 02:

حل في R المتراجحات التالية:

1) $e^{x+2}\geq e^{3}$; 2) $e^{x^2-1}\leq\frac{1}{e^{x}}$; 3) $e^{2x}-5e^{x}+2<0$; 4) $e^{x^2-1}\leq 1$; 5) $(e^{x}-1)(e^{x}+2)\geq 0$;

6) $e^{2x}+e^{x}-2\geq 0$; 7) $e^{2x}-4e^{x}>0$; 8) $(e^{x}-1)(3-e^{x})\leq 0$; 9) $e^{2x}\leq$ e .

التمرين 03:

احسب نهايات الدوال التالية:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{x}-3x)$; 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{2x}-e^{x}+2x)$; 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-4x)\,e^{-x}$; 4) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2+5x+1)\,e^{-x+1}$;

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^{4}}$; 6) $\lim\limits_{x\to-\infty}x^{6}e^{x}$; 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$; 8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{x}+1}{e^{x}-2}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$ .10) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{3x}$

11) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x}-1-x}{x^{2}}$;

التمرين 04:

تحقق من صحة المساواة:

1) $\frac{e^{x}}{e^{x}-3}=\frac{1}{1-3e^{-x}}$; 2) $\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

3) $\frac{e^{x}}{e^{x}+x}=\frac{1}{1+xe^{-x}}$; 4) $(e^{x}+e^{-x})^{2}=\frac{e^{4x}+1}{e^{2x}}+2$

التمرين 05:

I) f دالة معرفة على R بـ: $f(x)=2x+1-2e^{x}$.

1. احسب $lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $lim_{x\to+\infty}f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أثبت أن المنحنى الممثل لها (C_f).يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلته ثم ادرس وضعيته.
4. أرسم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty,2]$.

التمرين 06:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2e^x}{e^x-1}$

ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath} ، \vec{\jmath})$.

1/ أدرس تغيرات الدالة f وأثبت أن المنحنى (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة.

2/ بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) وأرسم المنحنى (C_f).

3/ لتكن الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \frac{2e^x}{|e^x-1|}$ ، (γ) تمثيلها البياني.

أ) أكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ب) باستخدام المنحني (C_f) ارسم المنحنى (γ).

ج) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $(m-3)|e^x-1| = 2e^x$.

التمرين 07:

I) g دالة معرفة على R بـ: $g(x) = x + 1 + e^x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.

2. أثبت أن المنحنى الممثل لها (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلته.

3. بين أن للمعادلة : $g(x) = 0$ حلا وحيدا α في المجال $]-1.3 , -1.2[$.

4. استنتج إشارة $g(x)$ على R.

II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$.

(γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath} ، \vec{\jmath})$.

1) بين أن $f'(x) = \frac{e^x.g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج تغيرات f.

2) بين أن: $f(\alpha) = \alpha + 1$، ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$.

3) عين معادلة المماس (D) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ثم أدرس وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (D).

4) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (γ) في جوار $+\infty$.

5) أدرس وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) أرسم (Δ) و (D) و (γ).

التمرين 08:

نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$

حيث: c, b, a أعداد حقيقية. (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعاهد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب الدالة المشتقة للدالة f بدلالة c, b, a.

2/ عين الأعداد الحقيقية c, b, a إذا علمت أن: (C_f) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويقبل مماسا يوازي محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 1 و $f'(0) = -6$.

3/ فيما يلي نعتبر f الدالة المعرفة على R بالعبارة: $f(x) = (x^2 - 5x + 1)e^{-x}$

أ) أحسب $f(0)$.ثم أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

ب) أرسم المنحني (C_f).

التمرين 09:

I) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $g(x) = -1 - xe^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = -x + (1 - x)e^x$.

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f وطبيعة الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f).

2) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

3) أثبت أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثييها.

4) بين أنه يوجد عدد حقيقي x_0 ينتمي إلى المجال$]2/3 , 1/2[$ حيث: $f(x_0) = 0$.

5) أرسم(Δ) و(C_f).

التمرين 10:

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f.

2/ بين أن النقطة $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

3/ عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة A.

4/ لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$

أ) بين أنه من أجل كل $x \in R$: $g'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g.

ج) استنتج إشارة g على R.

د) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (T).

5/ أرسم (T) و(C).

التمرين 11:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ بالعلاقة: $f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$

1) احسب نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$.

2) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-2$ مستقيم مقارب لـ (C) منحنى الدالة f.

3) احسب $f'(x)$ ثم بين: $f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$، مستنتجا أن: $f'(x)>0$.

4) احسب $f'(0)$ ثم شكل جدول التغيرات.

5) عين النقطة A من (C) التي يكون فيها المماس يوازي المستقيم (Δ).

التمرين 12:

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

I) لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

(C) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i}\,،\vec{j}\,)$.

1) احسب $lim_{x\to-\infty}f(x)$ احسب $lim_{x\to1}f(x)$ ثم استنتج المستقيمين المقاربين.

2) احسب $f'(x)$. ثم بين أن f متناقصة تماما على $]-\infty,1[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين ان المعادلة $f(x)\ =\ 0$ تقبل حل وحيدا α باستخدام الجدول اوجد حصرا ل α .

4) ارسم المنحنى (C) ثم استنتج(C') منحنى الدالة $|f(x)|$.

5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي يكون من اجلها $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة

II) لتكن الدالة g المعرفة على $]-\infty,1[$ بالعلاقة: $g(x)\ =f(2x-1)$ غير مطلوبة عبارة g.

1)ادرس تغيرات الدالة g $]-\infty,1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ)تحقق أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ثم بين ان : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقق أن معادلة المماس (T) هي $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$

التمرين 13:

I) g دالة معرفة على R بـ: $g(x)=1-2\,x-\ e^{2x-2}$.

1.أدرس اتجاه تغير الدالة g على R.

2.بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في R ثم تحقق أن: $0.36<\alpha\ <0.37$

3.استنتج إشارة $g(x)$ على R .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$

و (C_f) هو تمثيلها البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

1. أ) بين أنه من كل عدد حقيقي x من R: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب) استنتج أن f متناقصة تماما على $]-\infty, -\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha, +\infty[$.

2. أحسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أحسب: $\lim_{x\to-\infty}[f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4. ادرس وضعية (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

5. أنشئ (C_f) و (Δ)على المجال $]-\infty, \frac{1}{2}]$ نأخذ $f(-\alpha) \approx 0.1$

6. أ) تحقق انه من اجل كل x من R : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على R.

التمرين 14:

لتكن الدالة f المعرفة على R بالعلاقة: $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل قيم x من R: $f(x) = 3e^{-2x}\left(\frac{3}{2} - e^{-x}\right)$

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty, +\infty$. ثم فسر النتيجة بيانيا عند $+\infty$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C).

6) g الدالة العددية المعرفة على R كما يلي: $g(x) = \frac{9}{2}e^{-2|x|} - 3e^{-3|x|}$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

أ/ بين أن الدالة g زوجية.

ب/ استعمل (C) لرسم (C_g).

التمرين 15:

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x + \frac{2}{1+e^x}$

(C) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

1) أحسب: $f(x) + f(-x)$ وماذا تستنتج ؟.

2) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على R.

3) بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب للمنحني (C).

4) احسب: $lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

5) بين أن للمعادلة $f(x)$ حلا وحيدا α بحيث: $-1.7 < \alpha < -1.6$.

6) بين أن المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثييها.

7) بين أن المنحني (C) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان.

8) ارسم (C).

9) انطلاقا من المنحني (C) اشرح كيفية الحصول على رسم المنحني (C') الممثل للدالة g حيث: $g(x) = f(|x|)$، ارسم عندئذ المنحني (C').

10) انطلاقا من المنحني (C) اشرح كيفية الحصول على رسم المنحني (γ) الممثل للدالة h حيث: $h(x) = |f(x)|$، ارسم عندئذ المنحني(γ).

التمرين 16:

لتكن الدالة f المعرفة على R^* بـ: $f(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2}$

(C) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1)بين أن f دالة زوجية.

2) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها وفسر النتائج هندسيا.

3)ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0 , +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على R.

4)أنشئ (C).

5)استنتج من (C) رسم المنحنيات الممثلة للدوال التالية:

$k(x) = f(x) + 1$ و $h(x) = -f(x),$ و $g(x) = f(-x),$ و $L(x) = f(x-1),$

6) g الدالة العددية المعرفة على $R - \{1\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$

أ) أدرس تغيرات الدالة g.

ب) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_g) وارسم المنحني (C_g) في معلم متعامد ومتجانس.

ج) بين أن الدالة f هي مركب الدالة الآسية النيبيرية و الدالة g.

د)انطلاقا من هذا التركيب استنتج من جديد جدول تغيرات الدالة f.

التمرين 17:

I) لتكن الدالة g المعرفة على R بالعلاقة: $g(x) = e^x - 2x + 2$

1) احسب نهايتي الدالة عند $-\infty, +\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيرها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على R.

II) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على R بالعلاقة: $f(x)=\frac{1}{2}x+1+\frac{x}{e^x}$.

ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب نهاية f عند $-\infty$. فسر النتيجة بيانيا.

ب- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x-1\right]$، فسر النتيجة هندسيا.

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحني البياني (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+1$.

2) أ- بين أن من اجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{g(x)}{2e^x}$

ب- استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ح- بين انه يوجد عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1\,,0[$ بحيث: $f(\alpha)=0$.

3) جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف A يطلب تعيينها وأنشئ (T) و(C).

التمرين 18:

أولا : نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=1+4xe^{2x}$

1- أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و بين أن: $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$.

2- أدرس تغيرات الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها.
استنتج أنه من أجل كل ء من R : $g(x)>0$

ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$

و(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. الوحدة 2 سنتيمتر.

1- بين أنه من أجل كل x من R: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

2- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و بين أن: $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- أ- أحسب: $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب : $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ج- عين إحداثي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (Δ).ثم ادرس وضعيته.

أ- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين فاصلتها.

ج- أنشئ (Δ) و (T) و (C_f) في نفس المعلم.

التمرين 19:

I) g دالة معرفة على R بـ: $g(x)=2x-7+2e^x$.

1.أدرس تغيرات الدالة g .

2.أثبت أن المنحني الممثل لها (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلته.

3.بين أن للمعادلة : $g(x) = 0$ حلا وحيدا α في المجال $]0.94 , 0.941[$.

4.استنتج إشارة $g(x)$ على R .

5. أنشئ في معلم متعامد التمثيل البياني للدالة g.

II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$.

(γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

1) بين أن $f'(x) = e^{-x}g(x)$

2) استنتج تغيرات f.

3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$، ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$.

4) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = 2x - 5$ مقارب مائل للمنحني (γ) في جوار $+\infty$.

5) أدرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) أرسم (Δ) و (γ).

التمرين 20:

I. لتكن الدالة h المعرفة على R بـ: $h(x) = e^x + 2 - x$

1- احسب: $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة h. ثم شكل جدول تغيراتها.

3- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $h(x) > 0$

II. نعتبر الدالة المعرفة على المجال R بـ: $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

و (C_f) هو تمثيلها البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i} ، \vec{j})$.

1) احسب: $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) اثبت أن من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = e^{-x}h(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α حيث : $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

5) بين أن المستقيم (Δ) :$y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

6) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f).

7) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها.

8) تحقق أن: $(e^3 - 1)x - e^3y + 5 = 0$ هي معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ω.

9) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المماس (T).

التمرين 21:

الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على R بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

(C_g) التمثيل البياني لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\text{O}, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1) جد: $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(0)$ ثم بين أنه من أجل كل x من R : $g(x) \geq 0$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ: $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$.

(C_f) التمثيل البياني لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\text{O}, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب) تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{1+g(x)}$

ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المماس (T).

د) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب نعيين احداثييها.

3) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f).

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على R بـ : $h(x) = \frac{|x|}{|x|+e^{-|x|}}$

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) انطلاقا من المنحنى (C_f) انشيء المنحني (C_h) في نفس المعلم.

التمرين 22:

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$

(C_f) منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\text{O}, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

الجزء الأول: 1- h هي الدالة المعرفة على R بـ: $h(x) = xe^x + 1$

أدرس اتجاه تغير الدالة h وبين أن: $h(x) > 0$ من أجل كل $x \in R$.

2- g هي الدالة المعرفة على R بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$.

أ) عين نهايات g عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في R حيث نرمز بـ α وβ لهذين الحلين مع $\alpha > \beta$ وأن $1.14 < \alpha < 1.15$.

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم المتغير x.

<u>الجزء الثاني:</u> 1- عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$. فسر هندسيا النتائج.

2- أ) بين أنه من اجل كل $x \epsilon R$ لدينا: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3- أ) اثبت أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

ب) باستعمال حصر α عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4- عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5- أ) تحقق من أنه من أجل كل $x \epsilon R$ لدينا : $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ حيث: $u(x) = e^x - xe^x - 1$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة u. استنتج إشارة $u(x)$.

ج) استنتج مما سبق وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T).

6- أنشئ (C_f) و (T).

<u>التمرين 23:</u>

ملاحظة الجزء (I) مستقل على الجزء (II) و(III).

(I) لتكن المعادلة التفاضلية : $g' - 2g = xe^x \rightarrow (1)$

1- حل المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 0 \rightarrow (2)$ حيث: y دالة قابلة للاشتقاق على R.

2 – ليكن a وb عددين حقيقيين و u الدالة المعرفة على R: $u(x) = (ax+b)e^x$

أ) حدد a وb حتى يكون u حلا للمعادلة (1).

ب) برهن أن الدالة v تكون حلا للمعادلة (2) إذا وفقط إذا كان $u + v$ حلا للمعادلة (1).

2- استنتج مجموعة حلول المعادلة (1).

3- حدد الحل للمعادلة (1) والذي ينعدم عند القيمة 0.

(II) – نعتبر الدالة g المعرفة على المجال R بـ: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

1) بين أن g قابلة للاشتقاق على R ثم احسب: $g'(x)$.

2) عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة الدالة $g(x)$ على R.

(III) نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب: $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x-1)]$، ماذا تستنتج؟.

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على R وأن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1. يطلب تحديد معادلة المماس (Δ).

5) بين أن $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1 \ , \ 0.2[$.

6) ارسم (Δ) و(C_f).

7) أ) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة الحلول $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1 \leftarrow (1)$.

ب) بين أن المعادلة (1) إذا كانت تقبل حلين α ،β فإن: $\beta e^{\alpha} = \alpha e^{\beta}$.

8) نعتبر الدالة h المعرفة على R: $h(x) = (x-1)(1 + e^{3-x})$ و (C_h) منحناها البياني.

أ) بين أن: $h(x) = f(x-1) + 1$ ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).

ب) ارسم (C_h).

التمرين 24:

I) نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2, +\infty[$ كما يأتي:

$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث: a وb عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ وحدة الطول $1\ cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1 , 1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2, +\infty[$ كما يلي:

$g(x) = (-x-1)e^{-x} + 1$ (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$ وفسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim_{x\to-\infty} ue^{u} = 0$)

ب- أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج- بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.

د- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ- أرسم (C_g).

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2, +\infty[$ كما يأتي: $k(x) = g(x^2)$

- باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين 25:

I) f الدالة العددية المعرفة على R بالعبارة : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f.

2- أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω وأكتب المعادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω.

ب) أثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f).

3- أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x-1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (x+3)]$.

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

4- أ) بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.76 \ , \ -2.77[$.

ب) أحسب $f(-1)$ و $f(1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}). ثم أرسم (C_f) ومستقيميه المقاربين

II) g الدالة العددية المعرفة على R بالعبارة: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x+1}$. (C_g) منحنى الدالة g.

1- بين أنه من أجل عدد حقيقي x فان: $g(x) = f(-x)$.

2- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g).

3- أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة g).

التمرين 26:

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x+1}$

و(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) أ- تحقق من أن: $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{1}{e^x+1}$ لكل x من R.

ب- استنتج أن f فردية.

2) أحسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3) أ- بين أن: $f'(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ لكل x من R.

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على R^+. ثم استنتج أن: $1 - \frac{2}{e^x+1} \leq \frac{1}{2}x$ لكل x من R.

4) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5) أنشئ في المعلم $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ المستقيم الذي معادلته $y = 1 - \frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C).

التمرين 27:

I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = 1 - xe^{1-x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x) = x + (x + 1)e^{1-x}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) أحسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}(x+1)\, e^{1-x} = 0$. وماذا تستنتج

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1. أكتب معادلة هذا المماس.

5) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-1\,,\, \frac{-1}{2}\right[$.

6) أرسم (Δ) والمنحني (C_f).

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x+1)e^{1-x} = m$.

التمرين 28:

الجزء الأول: لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$

ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- أدرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2- عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المحورين الأحداثيين.

3- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي وحدد نقطة تقاطعهما A.

4- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A.

5- أرسم المماس والمنحني.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{(e^x-2)^2}{(e^x-1)(e^x+1)}$

(C_g) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- عين مجموعة تعريف الدالة g.

2- بين أن: $g'(x) = e^x . f'(e^x)$.

3- استنتج تغيرات الدالة g.

4- بين أن النقطة $\omega\left(0\,,-\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g). ثم أرسم المنحنى (C_g).

5- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقة m عدد حلول المعادلة: $(1 - m)e^{2x} - 4e^x + 4 + m = 0$.

التمرين 29:

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي: $g(x) = 1 - xe^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1\,,\,+\infty[$

تحقق ان $0.5 < \alpha < 0.6$. ثم استنتج اشارة g على R.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,2]$ بـ: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$

و (C_f) هو تمثيلها البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) بين أنه من كل عدد حقيقي x من $]-\infty,2]$: $f'(x)=-g(x)$.

استنتج اشارة f' على المجال $]-\infty,2]$ ثم شكل جدول التغيرات الدالة f.

3) اثبت أن: $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$, (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) بين أن المستقيم $(\Delta): y=-x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$.

5) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f).

6)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين حيث نرمز بـ x_1 و x_2 لهذين الحلين حيث ان

$-1.6<x_1<-1.5$ وأن $1.5<x_2<1.6$.

7) أنشئ (C_f) و (Δ).

التمرين 30:

I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) بين ان المعادلة تقبل حلا وحيدا حيث $\alpha\in]1,59;1,60[$ ثم استنتج اشارة الدالة g.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $f(x)=\frac{2x-2}{e^{x}-2x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R فان $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$.

2) أدرس تغيرات الدالة f. ثم حدد المستقيمات المقاربة للدالة f.

3) برهن أن: $f(\alpha)=\frac{2-\alpha}{\alpha-1}$. استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$

4) احسب $f(2)$,$f(-1)$,$f(-2)$ ثم ارسم المستقيمات المقاربة ومنحنى الدالةf

III) نعتبر الدالة T المعرفة علىR كمايلي : $T(x)=-x+ln(e^{x}-2x)$.

1) بين ان الدالةT قابلة للاشتقاق واحسب دالتها المشتقة الاولى T'.

2)استنتج مجموعة الدوال الاصلية لدالة f على المجالR. استنتج الدالة الاصلية T التي تنعدم عند 0

التمرين 31:

I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $g(x)=1-(x^{2}-2x+2)e^{-x}$

1. بين ان g متزايدة تماما على R (لا يطلب حساب النهايات).

2. بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث: $0.35 < \alpha < 0.37$. ثم استنتج إشارة الدالة g.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $f(x) = x - 2 + (x^2 + 2)e^{-x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath} ، \vec{\jmath})$.

1. احسب: $lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ . اثبت أن من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$

ب. ادرس إشارة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3 . بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$. ثم ادرس وضعيته.

4. جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا β بحيث: $0.8 < \beta < 0.9$.

6. أنشئ (C_f) و(Δ) و(T). تأخذ $f(\alpha) \approx -0.15$

7. لتكن $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ اوجد الأعداد الحقيقية a وb وc حتى تكون الدالة H أصلية لدالة k حيث $k(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$. ثم استنتج أصلية الدالة f

التمرين 32:

I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $f(x) = 2 + (2 - x)e^{2x}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المعلم المتعامد $(O, \vec{\imath} ، \vec{\jmath})$. حيث $\|\vec{\imath}\| = 2cm$ و $\|\vec{\jmath}\| = 1cm$

1. احسب: $lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ. استنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ)

3. أحسب f' ثم ادرس اشارة f' وشكل جدول تغيرات f

4. أ. أكتب معادلة المماس T للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0

ب. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث: $2 < \alpha < 2.1$.

ج. أنشئ (C_f) و(Δ) و(T).

5. لتكن الدالة G المعرفة على R بـ $G(x) = (ax + b)e^{2x}$ حيث a وb عددان حقيقيان .

أ. عين a وb حتى تكون G أصلية لدالة g حيث $g(x) = (2 - x)e^{2x}$.

ب. استنتج الدالة الأصلية F لدالة f على R والتي تنعدم من أجل القيمة 0

ج. أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم $x = -2$ و محور التراتيب والمستقيم المقارب (Δ)

التمرين 33: BAC2016 s

I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

1.أ. احسب: $lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2.أ. بن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في R احدهما معدوم والآخر α بحيث: $-1.52 < \alpha < -1.51$.

ب. استنتج إشارة الدالة g على R .

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. أ. احسب: $lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب . اثبت أن من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = -g(x)$

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f.(نأخذ $(f(\alpha) \approx 0.38$)

د. عين دون حساب $\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2 أ. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

ج. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما

د. ارسم (C_f) و (Δ) على المجال $[-2, +\infty[$.

ه. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$ على المجال $[-2, +\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرفتان على R بـ: $h(x) = x + f(x)$ و $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$

أ. عين الأعداد الحقيقة a وb وc حتى تكون الدالة H أصلية لدالة h على R

ب. احسب التكامل التالي $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} h(x)\,dx$. حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسر النتيجة هندسيا

ج. احسب $lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

التمرين 34: BAC2016 s

I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$

1. أ) احسب $g'(x)$ من اجل كل x من R ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g'(x)$. حيث g' هي مشتق الدالة g

ب) بين انه من اجل كل x من R ; $g'(x) > 0$

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و$+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.38 < \alpha < -1.37$.

3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R كما يلي: $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x-x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$.

1. أ) احسب: $lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R فان $f'(x)=\frac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$.

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أن: $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) احسب $lim_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) أنشئ المنحنى (C_f). (تعطى $f(\alpha)\approx0.29$)

التمرين 35: BAC2017 s

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x)=\ 2-\ x^2e^{1-x}$

ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$.

1. بين أن: $lim_{x\to+\infty}f(x)=2$. وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ثم أحسب النهاية $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2. أ. بين انه من اجل كل x من R, $f'(x)=\ x(x-2)e^{1-x}$

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها. .

3. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على R كمايلي: $h(x)=\ 1-xe^{1-x}$

1. بين انه من اجل كل x من R فان : $h(x)\ \geq0$ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .

2. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.7<\alpha<-0.6$.

3. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-1,+\infty[$.

4. F الدالة المعرفة على R كما يلي: $F(x)=\ 2x+(x^2+2x+2)e^{1-x}$

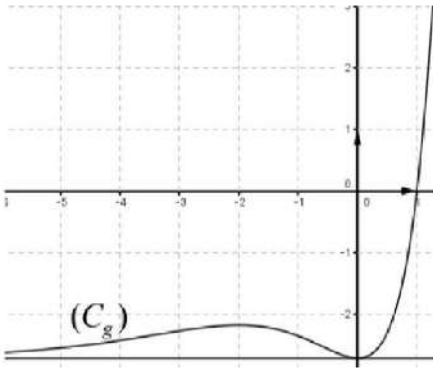
تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على R ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x\ =\ 1$.

التمرين 36: BAC2017 s2

I) نعتبر g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$.

(كما هو موضح في الشكل المقابل)



- احسب $g(1)$
- بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II) نعتبرالدالة العددية f المعرفة على المجموعة R^* كما يلي: $f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب النهايات الآتية : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته $y=e^{-x}-2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ)

3. بين أن من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$

4. استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5. بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة e^x ثم ارسم بعناية كل من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق

6. ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (γ) و (C_f) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=-e^n$ و $x=-e^{n+1}$.

احسب العدد I حيث $I=A(0)+A(1)+\cdots+A(2016)$

التمرين 37: BAC2017 mt2

I) نعتبر g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x)=1-2xe^{-x}$

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبرالدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. $\|\vec{i}\|=1cm$

1. أ. احسب: $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ. بين أن : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f)

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3. اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4. باستعمال المنحنى عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

5. ليكن α عددا حقيقيا موجبا نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب $y=x+1$ و $x=-1$ و $x=\alpha$.

-احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

التمرين 38: BAC2017 m

نعتبرالدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. أ. احسب: $lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$. استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له

ب. بين أن من اجل كل عدد حقيقي x ؛ $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

2. اكتب معادلة (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2.

3. h الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2e^{-x+2} - 4$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (T) على المجال $[0; +\infty[$.

4. ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.

5. نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $f(x) = m(x-2)$ .... (E)

ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6. g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

- اعتمادا على السؤال رقم (1) شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمرين 39: BAC2018 s

I) نعتبر g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

1. أ. احسب: $lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على R

II) لتكن f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

وليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. أ. احسب: $lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. احسب : $lim_{x\to+\infty}[f(x) - (2x+1)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $y = 2x + 1$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرالدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4. ارسم (Δ) , (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$).

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول : $x=(1-m)e^{x}$.

6. أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة xe^{-x} على R والتي تنعدم من أجل $x=1$

ب. احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معـــــــادلاتها $x=1$ و$x=3$ و $y=2x+1$

التمرين 40: BAC2018 mt

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$.

و (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. احسب $\lim_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا واحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^{2}+x-1)e^{-x}}{(x-1)^{2}}$ وادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر .

ب. h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $h(x)=e^{-x}+x-1$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$

4. بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{x\,h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T). فسر النتيجة بيانيا

5. اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $\left(-2;\frac{2}{3}e^{2}\right)$ ثم ارسم المستقيمين (Δ) , (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$.

6. أ. بين انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$.

ب. تحقق انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}=x+\frac{1}{x-1}$

ثم بين أن : $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx<e-1$

7. m وسيط حقيقي , ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx$. حيث $x\in[-2;1[$.

التمرين 41: BAC2019 s

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. تؤخذ وحدة الرسم $2cm$

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على R كما يلي :

$g(x)=e^{x}-ex$ و $f(x)=e^{x}-\frac{1}{2}ex^{2}$.

1. أ. أدرس اتجاه تغير الدالة g.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f.

3. احسب كلا من $lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على R.

5. ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) وفي نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.(يعطى $e^2-2e\approx 2$).

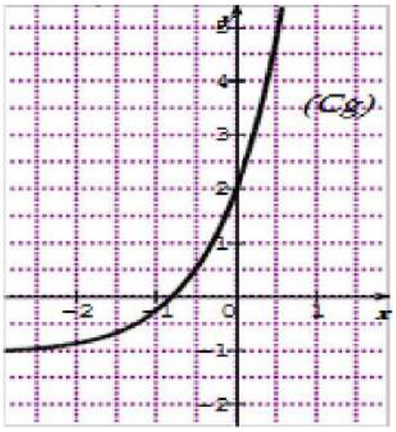
6. احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) .

7. h الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ كما يلي : $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) من أجل $x\in[0;2]$ احسب $h(x)+f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

التمرين 42: BAC2019 mt



I) g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x)=(x+3)e^x-1$

(C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بقراءة بيانية

أ)حدد اشارة $g(-1)$ و $g\left(-\frac{1}{2}\right)$.

ب) استنتج وجود عدد حقيقي و وحيد α من المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق $-0.8<\alpha<-0.7$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على R.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x)=(x+2)(e^x-1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ) احسب $lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) والموازي للمستقيم (Δ).

4. ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$).

5. احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على R.

6. h الدالة المعرفة على R كما يلي : $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بين أن الدالة h زوجية.

ب) تأكد أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ فان $h(x) = f(x-2) + 1$.

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.

التمرين 43: BAC2019 m

I) نعتبر f_k الدالة المعرفة على R كما يلي: $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (C_k) هو المنحنى الممثل للدالة f_k في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$.

1. بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2. احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

3. أ) احسب $f_k{}'(x)$ ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من اجل k عدد حقيقي موجب تماما .

4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}) .

II) f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

2. أ) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في R احدهما α حيث : $-1.28 < \alpha < -1.27$.

ب) عين قيم العدد الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا .

3. g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان : $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم استنتج دالة لـ g على R.

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$

التمرين 44:

I) نعتبر g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$

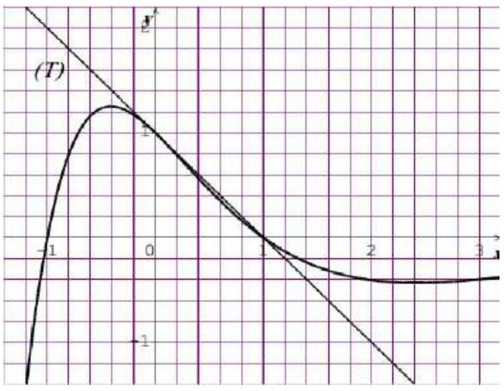
(C_g) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}\,،\vec{\jmath}\,)$

(T) المماس (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

1. بقراءة بيانية عين $g(-1)$ و $g(0)$ و $g'(0)$

2. اكتب معادلة للمماس (T).

3. باستعمال المعطيات السابقة بين أن $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$



II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = (1+x)^2e^{-x}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1. احسب $lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبين ان : $lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$

ب.استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ. عين دون حساب $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ج. ارسم (Δ) و (Δ).

4. عين بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x) = m(x+1)$ حلا وحيدا.

III) h الدالة العددية المعرفة على R كما يلي: $h(x) = f(x^2)$

أ. باستعمال مشتقة مركب دالتين عين اتجاه تغير الدالة h.

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين 45:

I)لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $f(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x+2}$

(C_g) هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1.عين a و b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A\ (\ln 2\ ,\ln 2\ )$ ويقبل عند النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+2}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \bar{\imath} ، \bar{\jmath})$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 2 + \frac{8}{e^x+2}$

2. احسب $lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. أحسب $lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x-2)]$ و $lim_{x\to-\infty}[f(x) - (x+2)]$. ماذا تستنتج ؟

5. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها.

6. بين ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث $-1.7 < \alpha < -1.6$.

7. ارسم المنحنى (C_f).

III) h الدالة العددية المعرفة على R كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2$

باستعمال مشتقة مركب دالتين عين اتجاه تغير الدالة h. شكل جدول تغيرات الدالة h.

الدوال الأسية:

دير في بالك مليح:

$e^0 = 1$	, دالة e^x
$e^x > 0$	, $e^1 \approx 2,71$
$x \in]-\infty, +\infty[$	, $\ln e^x = x$

* الخصايص لي لازم تعرفها:

1) $e^a e^b = e^{a+b}$

2) $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

3) $\frac{1}{e^a} = e^{-a}$

4) $[e^a]^n = e^{an}$

5) $e^a = e^b$ معناه $a = b$

6) $e^a > e^b$ معناه $a > b$

عقايس النهايات:

حط في راسك:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \mapsto +\infty} e^x = +\infty \\ \lim\limits_{x \mapsto -\infty} e^x = {}^{+}0 \end{cases}$$

ملاحظة بيناتنا:

في النهايات كي تلقى العلاقة بين x و e^x هي علاقة ضرب أو قسمة وتجيك حالة عدم التعيين $(0, \infty)$ أو $(\frac{\infty}{\infty})$ ما تشوفش لنهاية x وديرو كي شغل عدد ثابت مثلا يساوي 1 وشوف لنهاية e^x لأنه الأكبر

- هيا شوف معايا:

1) $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} x e^x = +\infty$

2) $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} x e^x = 0^-$

3) $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$

4) $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} \frac{x}{e^x} = -\infty$

5) $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

6) $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$

7) $\lim\limits_{x \mapsto 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$$\left[e^{3x-1}\right]' = 3e^{3x-1}$$

$$\left[e^{x^2-5x+7}\right]' = (2x-5)e^{x^2-5x+7}$$

$$\left[e^{f(x)}\right]' = f'(x)\,e^{f(x)}$$

السلسلة 02

ت1 : حل في $\mathbb{R}$:

1) $e^x = 1$ $\quad e^x = e^0$ $\quad \boxed{x = 0}$

2) $e^{3x+6} = 1$ $\quad e^{3x+6} = e^0$ $\quad 3x+6=0$ $\quad x = \frac{-6}{3} = \boxed{-2}$

3) $e^{x^2-1} = e^1$ $\quad x^2 - 1 = 1$ $\quad x^2 = 2$ $\quad \boxed{x = \sqrt{2}}$, $\boxed{x = -\sqrt{2}}$

4) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

نضع $e^x = t$

$t^2 + t - 2 = 0$ $\quad \Delta = (1)^2 - 4(1)(-2) = 9$

$t_1 = \frac{-1-3}{2(1)} = -2$ $\quad t_2 = \frac{-1+3}{2(1)} = 1$

نعوض $e^x = t$

$e^x = -2$ مستحيل لأن $e^x > 0$

$e^x = 1$ $\quad e^x = e^0$ $\quad \boxed{x = 0}$

5) $e^x + 2e^{-x} - 3 = 0 \Rightarrow e^x + \frac{2}{e^x} - 3 = 0$

نضرب الطرفين في (e^x)

$e^x \cdot e^x + \frac{2e^x}{e^x} - 3e^x = 0e^x$

$e^{2x} + 2 - 3e^x = 0$ $\quad e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

$t^2 - 3t + 2 = 0$ $\quad$ نضع $e^x = t$

$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(1) = 1$

$t_1 = \frac{3-1}{2} = 1$ $\quad t_2 = \frac{3+1}{2} = 2$

لدينا : $e^x = t$

$$\begin{cases} e^x = 1 \\ e^x = 2 \end{cases}$$ يكافئ $\boxed{x = 0}$ $\boxed{x = \ln 2}$

8) $e^{2x} - 3e^x + 4e^{-x} - 2 = 0$

نضرب في e^x : $e^{3x} - 3e^{2x} + 4e^0 - 2e^x = 0e^x$

$e^{3x} - 3e^{2x} + 4 - 2e^x = 0$

نضع $e^x = t$

$t^3 - 3t^2 - 2t + 4 = 0$

لدينا $t = 1$ حل للمعادلة

$$t^3 - 3t^2 - 2t + 4 = (t-1)(at^2 + bt + c)$$
$$= at^3 + bt^2 + ct - at^2 - bt - c$$
$$= at^3 + (b-a)t^2 + (c-b)t - c$$

بالمطابقة :

$$\begin{cases} \boxed{a = 1} \\ b - a = -3 \\ c - b = -2 \\ -c = +4 \end{cases} \qquad \boxed{b = -2} \qquad \boxed{c = -4}$$

$t^3 - 3t^2 - 2t + 4 = (t-1)(t^2 - 2t - 4)$

$$\begin{cases} t - 1 = 0 \\ t^2 - 2t - 4 = 0 \end{cases}$$ يكافئ $t = 1$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-2) = 20$

$t_1 = \frac{2 - \sqrt{20}}{2(1)} = -1,23$ $\qquad t_2 = \frac{2 + \sqrt{20}}{2(1)} = 3,23$

لدينا $e^x = t$

$$\begin{cases} e^x = 1 \\ e^x = -1,23 \\ e^x = 3,23 \end{cases}$$ $\boxed{x = 0}$ مستحيل $\boxed{x = \ln 3,23}$

حل التمرين 2 :

1) $e^{x+2} \geq e^3$ $\qquad x + 2 \geq 3$ $\qquad x \geq 1$ $\qquad x \in]1 ; +\infty[$

2) $e^{x^2-1} \leqslant \frac{1}{e^x}$ $\qquad e^{x^2-1} \leqslant e^{-x}$

$x^2 - 1 \leqslant -x \Rightarrow x^2 + x - 1 \leqslant 0$

لدينا $x^2 + x - 1 = 0$, $\Delta = 5$

$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2(1)} = -1,61$ $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2(1)} = 0,61$

$x \in [-1,61 \,;\, 0,6]$

5) $(e^x - 1)(e^x + 2) \geq 0$

لدينا:

$(e^x - 1)(e^x + 2) = 0$

$$\begin{cases} e^x = 1 \\ e^x = -2 \end{cases}$$

$x = 0$

مستحيل

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$e^x - 1$		$-$	0	$+$	
$e^x + 2$		$+$		$+$	
الجداء		$-$	0	$+$	

$x \in [\![0 ; +\infty [$

حل التمرين 05:

$D_f :]-\infty ; +\infty[$

$f(x) = 2x + 1 - 2e^x$

1/ النهايات:

$\lim_{x\mapsto-\infty}(\underset{-\infty}{\cancel{2x}} + 1 - \underset{0}{\cancel{2e^x}}) = -\infty$

$\lim_{x\mapsto+\infty}(\underset{+\infty}{\cancel{2x}} + 1 - \underset{-2(+\infty)}{2\cancel{e^x}}) = +\infty - \infty$ ح ع ت

نخرج e^x عاملا مشترك:

$\lim_{x\mapsto+\infty}\underset{+\infty}{\cancel{e^x}}\left[\underset{0}{\cancel{\frac{2x}{e^x}}} + \underset{0}{\cancel{\frac{1}{e^x}}} - 2\right] = (+\infty)(-2) = -\infty$

2/ اتجاه التغير:

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 2 + 0[0e^x + e^x(2)]$

$\boxed{f'(x) = 2 - 2e^x}$

$f'(x) = 0$ تكافئ $2 - 2e^x = 0$

$e^x = \frac{-2}{-2} = 1$

$e^x = e^0$ $x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	

f متزايدة تماما على $]-\infty ; 0]$

f متناقصة تماما على $[0 ; +\infty[$

3/ اثبات المائل:

$\lim_{x\mapsto-\infty}(-2e^x) = 0$

م م م ب $-\infty$

الوضعية:

$f(x) - y = -2e^x < 0$

C_f تحت Δ على $\mathbb{R}$

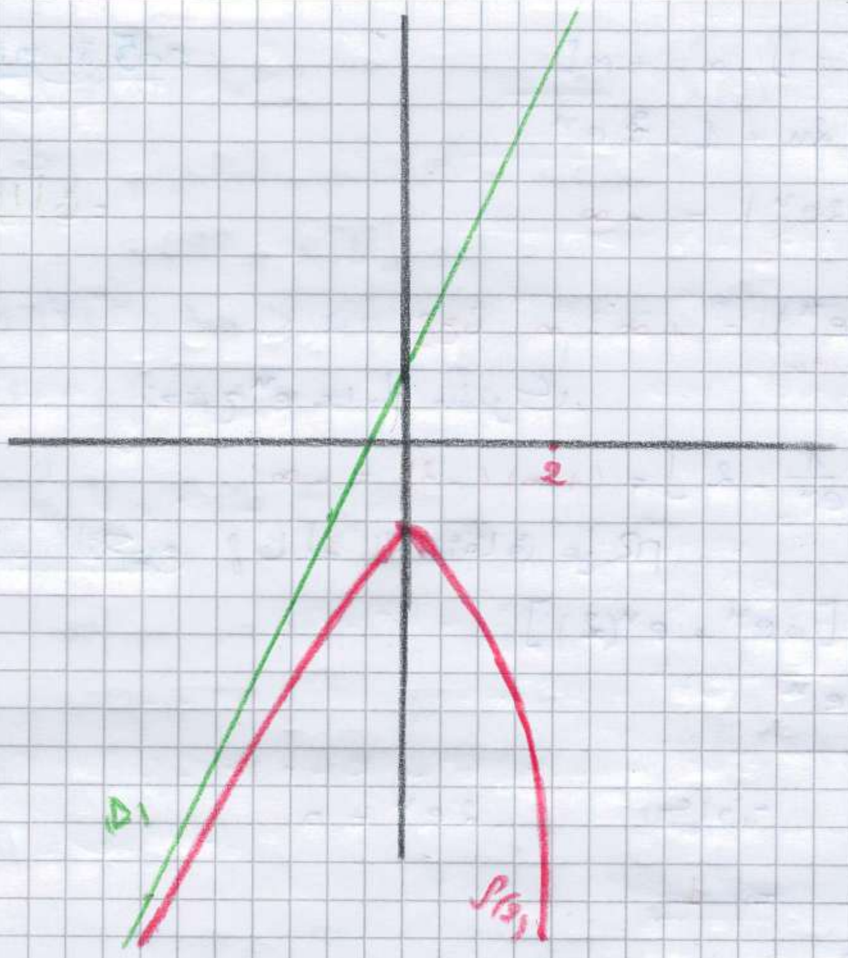
4/ الرسم:

$y = 2x + 1$

x	0	-1
y	1	-1

الرسم على المجال $]-\infty ; 2]$

$f(2) = -9,77$



12 - جدول التغيرات:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	-1	$\searrow$	
	$-\infty$				$-\infty$

التمرين 03 :

- النهايات :

1) $\lim_{x\to+\infty}(\underset{+\infty}{\cancel{e^x}} - \underset{-\infty}{\cancel{3x}}) = +\infty - \infty$ ح ع ت

نخرج e^x عامل مشترك

$\lim_{x\to+\infty} \underset{+\infty}{\cancel{e^x}}\left[1 - \underset{0}{\cancel{\frac{3x}{e^x}}}\right] = +\infty(1) = +\infty$

2) $\lim_{x\to+\infty}(\underset{+\infty}{\cancel{e^{2x}}} - \underset{-\infty}{\cancel{e^x}} + \underset{+\infty}{\cancel{2x}})$ ح ع ت

$\lim_{x\to+\infty} \underset{+\infty}{\cancel{e^x}}\left[\underset{+\infty}{\cancel{e^x}} - 1 + \underset{0}{\cancel{\frac{2x}{e^x}}}\right]$

$= +\infty[+\infty] = +\infty$

3) $\lim_{x\to+\infty}(x^2 - 4x)e^{-x}$

$= \lim_{x\to+\infty}(x^2 - 4x)\frac{1}{e^x}$

$= \lim_{x\to+\infty}\left(\underset{0}{\cancel{\frac{x^2}{e^x}}} - \underset{0}{\cancel{\frac{4x}{e^x}}}\right) = 0$

الحد أكبر درجة :

$\lim_{x\to+\infty} x^2 e^{-x} = \lim \frac{x^2}{e^x} = 0$

4) $\lim_{x\to-\infty}(x^2 + 5x + 1)e^{-x+1}$

الحد أكبر درجة :

$\lim_{x\to-\infty} \underset{+\infty}{\cancel{x^2}}\,\underset{+\infty}{\cancel{e^{-x+1}}} = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

5) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^4} = +\infty$

* نها من الشكل :

$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$

6) $\lim_{x\to-\infty} x^6 e^x = 0$

* نها من الشكل :

$\lim_{x\to-\infty}(x^n e^x) = 0$

7) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\overset{+\infty}{\cancel{e^x+1}}}{\underset{+\infty}{\cancel{e^x-1}}}$ ح ع ت

$\lim \frac{\cancel{e^x}\left[1 + \underset{0}{\cancel{\frac{1}{e^x}}}\right]}{\cancel{e^x}\left[1 - \underset{0}{\cancel{\frac{1}{e^x}}}\right]} = \frac{1}{1} = 1$

8) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\overset{0}{\cancel{e^x}} + 1}{\underset{0}{\cancel{e^x}} - 2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

9) $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{x} = \lim_{x\to0} 2\left(\underset{1}{\cancel{\frac{e^{2x}-1}{2x}}}\right)$

$= 2(1) = 2$

10) $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{3x} = \lim \frac{1}{3}\left(\underset{1}{\cancel{\frac{e^x-1}{x}}}\right) = \frac{1}{3}$

$$\boxed{\lim_{x\to0}\frac{e^{ax}-1}{bx} = \frac{a}{b}}$$

التمرين 04 : - اثبات الصحة :

1) $\frac{e^x}{e^x-3} = \frac{\cancel{e^x}}{\cancel{e^x}\left[1 - \frac{3}{e^x}\right]} = \frac{1}{1 - 3e^{-x}}$

2) $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x(e^x - e^{-x})}{e^x(e^x + e^{-x})} = \frac{e^{2x} - e^0}{e^{2x} + e^0}$

3) $\frac{e^x}{e^x+x} = \frac{e^x(e^x)}{e^{-x}(e^x+x)} = \frac{e^0}{e^0+xe^{-x}} = \frac{1}{1+xe^{-x}}$

4) $(e^x+e^{-x})^2 = (e^x)^2+(e^{-x})^2+2e^xe^{-x}$

$= e^{2x}+e^{-2x}+2e^0 = e^{2x}+\frac{1}{e^{2x}}+2(1)$

$= \frac{e^{4x}+1}{e^{2x}}+2$

التمرين 06 :

$D_F :]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

$f(x) = \frac{2e^x}{e^x-1}$

$e^x-1 \neq 0$ $\quad -\infty \quad - \quad 0 \quad + \quad +\infty$ $\quad -0+$

1) دراسة التغيرات :

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2e^x \to 0}{e^x-1} = \frac{0}{-1} = 0$

$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \frac{2e^x \to 2(1)}{e^x-1 \to +0} = +\infty$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \frac{2e^x \to 2(1)}{e^x-1 \to -0} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2e^x}{e^x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\cancel{e^x}(2)}{\cancel{e^x}(1-\frac{1}{e^x}\to 0)} = \frac{2}{1} =$

f قابلة للاشتقاق على D_f :

$f'(x) = \frac{(2e^x)'(e^x-1)-(e^x-1)'(2e^x)}{(e^x-1)^2} = \frac{2e^x(e^x-1)-e^x(2e^x)}{(e^x-1)^2}$

$= \frac{2e^{2x}-2e^x-2e^{2x}}{(e^x-1)^2} = \frac{-2e^x}{(e^x-1)^2}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-2e^x$		$-$	|	$-$	
$(e^x-1)^2$		$+$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	||	$-$	

f متناقصة تماما على
$]-\infty, 0[$ و $]0, +\infty[$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

المستقيمات المقاربة :

$x = 0$ م م عمودي لـ (C_f) .

$y = 2$ م م أفقي بجوار $+\infty$.

$y = 0$ م م أفقي بجوار $-\infty$.

2) بين أن $A(0,1)$ مركز تناظر :

$$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$$

لدينا : $\alpha = 0$ و $\beta = 1$

$$f(2(0) - x) + f(x) = 2(1) = 2$$

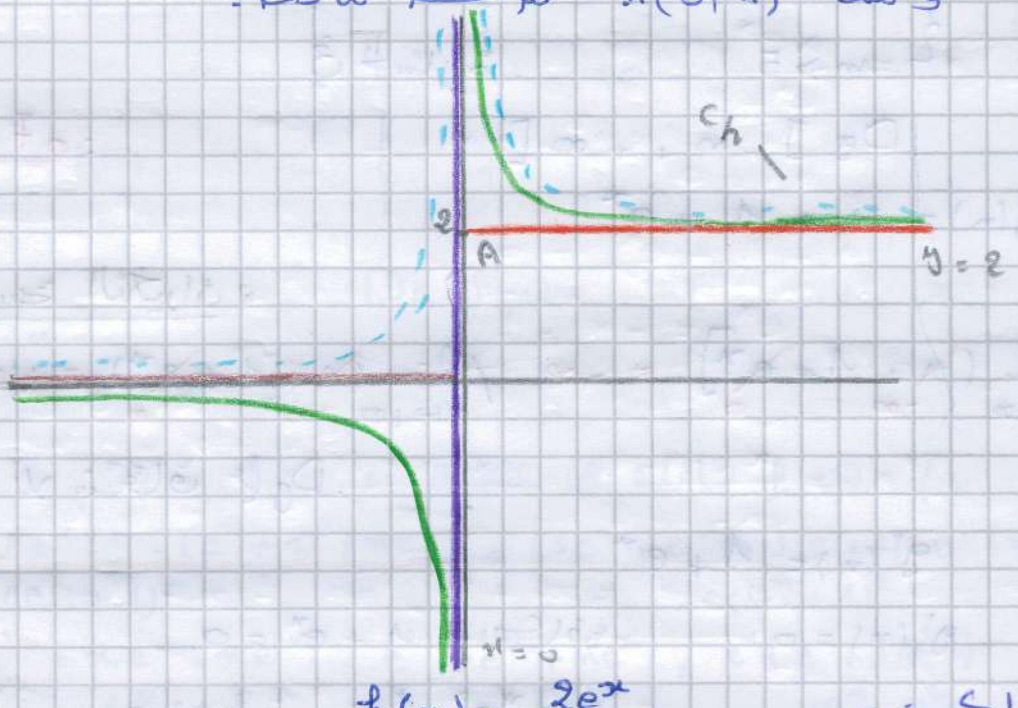
نحسب :

$$f(-x) + f(x) = \frac{2e^{-x}}{e^{-x}-1} + \frac{2e^{x}}{e^{x}-1}$$

$$= \frac{e^{x}(2e^{-x})}{e^{x}(e^{-x}-1)} + \frac{2e^{x}}{e^{x}-1} = \frac{2e^{0}}{e^{0}-e^{x}} + \frac{2e^{x}}{e^{x}-1} = \frac{2(1)}{1-e^{x}} + \frac{2e^{x}}{e^{x}-1}$$

$$= \frac{-2}{e^{x}-1} + \frac{2e^{x}}{e^{x}-1} = \frac{2e^{x}-2}{e^{x}-1} = \frac{2(e^{x}-1)}{e^{x}-1} = 2$$

ومنه $A(0,1)$ مركز تناظر .



3) لدينا : $h(x) = \frac{2e^{x}}{|e^{x}-1|}$

أ) نزيل رمز القيمة المطلقة :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{2e^{x}}{e^{x}-1} & , \ e^{x}-1 > 0 \\ h(x) = \frac{2e^{x}}{-(e^{x}-1)} & , \ e^{x}-1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h(x) = f(x) \\ h(x) = -f(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} e^x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} e^x < 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

C_h منطبق على C_f في $]0 , +\infty[$

C_h نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل على $]-\infty ; 0[$

د) المناقشة :

$$(m-3)|e^x - 1| = 2e^x$$

$$m - 3 = \frac{2e^x}{|e^x - 1|} = h(x)$$

أي :

$$hm(x) = m - 3$$

$\begin{cases} m-3 < 0 \\ m < 3 \end{cases}$ لا يوجد حلول

$\begin{cases} 0 < m-3 \leq 2 \\ 3 < m \leq 5 \end{cases}$ حل سالب

$\begin{cases} m-3 > 2 \\ m > 5 \end{cases}$ حلين مختلفين في الإشارة.

التمرين 7 :

$$D_g \;]-\infty , +\infty[$$

$$g(x) = x + 1 + e^x$$

1) دراسة التغيرات :

$$\lim_{x \to -\infty} (\underset{-\infty}{\cancel{x}} + 1 + \underset{0}{\cancel{e^x}}) = -\infty \quad / \lim_{x \to +\infty} (\underset{+\infty}{\cancel{x}} + 1 + \underset{+\infty}{\cancel{e^x}}) = +\infty$$

g قابلة للاشتقاق على D_g.

$$g'(x) = 1 + e^x$$

$g'(x) = 0$ تكافئ $1 + e^x = 0$

$e^x = -1$ مستحيل

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	+

g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2) اثبات المائل:

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$$

$y = x+1$ م م م ب $-\infty$

3) بين $g(x)=0$ تقبل حلا α $\quad -1,3 < \alpha < -1,2$

من جدول التغيرات g مستمرة و رتيبة تماما على $[-1,3 \ ; -1,2]$

$$g(-1,3) = -1,3 + 1 + e^{-1,3} = -0,02$$

$$g(-1,2) = -1,2 + 1 + e^{-1,2} = 0,10$$

$$g(-1,3)\,g(-1,2) < 0$$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α يحقق $g(\alpha)=0$

4) الإشارة:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	−	0	+

II) ليكن: $\quad D_f :]-\infty , +\infty[$

$$f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$$

1) بين f قابلة للاشتقاق على D_f:

$$f'(x) = \frac{(xe^x)'(e^x+1)-(e^x+1)'(xe^x)}{(e^x+1)^2} = \frac{[1e^x+e^x(x)](e^x+1)-e^x(xe^x)}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{e^{2x}+e^x+xe^{2x}+xe^x-xe^{2x}}{(e^x+1)^2} = \frac{e^{2x}+e^x+xe^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x(e^x+1+x)}{(e^x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x\,g(x)}{(e^x+1)^2}$$

استنتاج التغيرات:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\overset{0}{xe^x}}{\underset{1}{e^x+1}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\overset{+\infty}{xe^x}}{\underset{+\infty}{e^x+1}}$$ ح ع ت $$\lim \frac{\cancel{e^x}(x)}{\cancel{e^x}(1+\frac{1}{e^x})} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\overset{+\infty}{x}}{1+\cancel{\frac{1}{e^x}}} = +\infty$$

$f'(x) = 0$ يكافئ $e^x g(x) = 0$

$e^x > 0$ ، $g(x) = 0$ يكافئ $x = \alpha$

f متناقصة تماما على $]-\infty, \alpha]$

ومتزايدة تماما على $[\alpha, +\infty[$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
e^x		$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	
$(e^x+1)^2$		$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	

2) بين : $f(\alpha) = \alpha + 1$

$$f(\alpha) = \frac{\alpha e^\alpha}{e^\alpha + 1}$$

$$g(\alpha) = 0$$

$$\alpha + 1 + e^\alpha = 0$$

$$e^\alpha = -\alpha - 1$$

نعوض e^α في $f(\alpha)$:

$$f(\alpha) = \frac{\alpha(-\alpha-1)}{-\alpha-1+1} = \frac{-\alpha(\alpha+1)}{-\alpha}$$

$$\boxed{f(\alpha) = \alpha + 1}$$

أ) الحصر :

$$-1,3 < \alpha < -1,2$$

نضيف 1 :

$$-1,3 + 1 < \alpha + 1 < -1,2 + 1$$

$$-0,3 < f(\alpha) < -0,2$$

3) المماس عند 0 :

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$f'(0) = \frac{e^0(e^0 + 1 + 0)}{(e^0+1)^2} = \frac{1(2)}{2^2} = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = \frac{0e^0}{e^0+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y = 1/2\,(x-0) + 0$$

$$y = 1/2\,x \quad \text{——} (D)$$

الوضعية :

$$f(x) - y = \frac{xe^x}{e^x+1} - \frac{x}{2}$$

$$= \frac{2xe^x - xe^x - x}{2(e^x+1)} = \frac{xe^x - x}{2(e^x+1)} = \frac{x(e^x-1)}{2(e^x+1)}$$

$$x(e^x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ e^x = 1 = e^0 \end{cases} \Rightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	$-$	0	$+$
$e^x - 1$	$-$	0	$+$
$2(e^x-1)$	$+$		$+$
$f - y$	$+$	0	$+$
الوضعية	C_f فوق Δ	تماس	C_f فوق Δ

4) نبين : $y = x$ مائل :

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y] = \lim\left[\frac{xe^x}{e^x+1} - x\right] = \lim\left[\frac{xe^x - xe^x - x}{e^x+1}\right]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{-x}{e^x+1} = \lim\frac{-\cancel{\frac{x}{e^x}}^{0}}{1+\cancel{\frac{1}{e^x}}_{0}} = \frac{0}{1} = 0$$

$y = x$ م م م في $+\infty$.

٢) الوضعية :

$$f(x) - y = \frac{-x}{e^x+1}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-x$	$+$	0	$-$
e^x+1	$+$		$+$
$f - y$	$+$	0	$-$
الوضعية	C_f فوق Δ	تقاطع	C_f تحت Δ

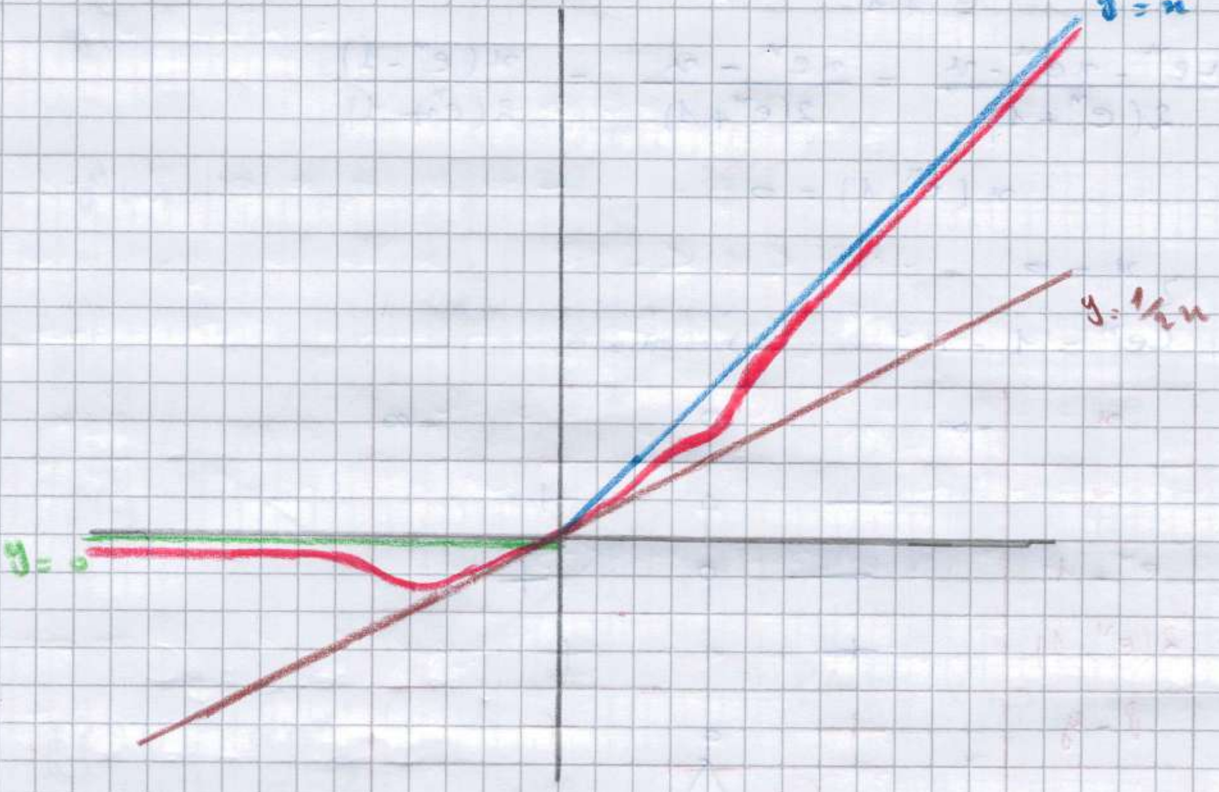
16) الرسم :

$y = x$

x	0	1
y	0	1

$y = \frac{1}{2}x$

x	0	2
y	0	1



التمرين 8:

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

1) احسب f' :

$$f'(x) = (2ax + b)e^{-x} + (-e^{-x})(ax^2 + bx + c)$$
$$= (2ax + b - ax^2 - bx - c)e^{-x}$$

2) اوجد a و b و c :

C_F يشمل $A(0,1)$ اي $f(0) = 1$

ويقبل مماسا عند 1 موازي لمحور الفواصل $f'(1) = 0$

$f'(0) = -6$

$f(0) = 1$ / $(0 + 0 + c)e^{-0} = 1$

$$\boxed{c = 1}$$

$f'(0) = -6$

$(0 + b - 0 - 0 - c)e^{-0} = -6$

$(b - c)(1) = -6$

$b - c = -6$

$b - 1 = -6$ $\qquad$ $b = -5$

$f'(1) = 0$ / $(2a + b - a - b - c)e^{-1} = 0$

$(a - c) = 0$ ، $e^{-1} \neq 0$

$a = c = 1$

$$\boxed{f(x) = (x^2 - 5x + 1)e^{-x}}$$

1) احسب النهايات: $\qquad f(0) = 1$ $\qquad$ ، $]-\infty, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 - 5x + 1)e^{-x}$

حد أكبر درجة

$\lim \underset{+\infty}{x^2} \underset{+\infty}{e^{-x}} = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 5x + 1)e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 5x + 1)\frac{1}{e^x}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\underset{0}{\cancel{\frac{x^2}{e^x}}} - \underset{0}{\cancel{\frac{5x}{e^x}}} + \underset{0}{\cancel{\frac{1}{e^x}}}\right) = 0$

f قابلة للاشتقاق على D_F.

$f'(x) = (2x - 5)e^{-x} + (-e^{-x})(x^2 - 5x + 1)$

$= (2x - 5 - x^2 + 5x - 1)e^{-x}$

$= (-x^2 + 7x - 6)e^{-x}$

$f'(x) = 0$ يكافئ $e^x > 0$ فإن $-x^2 + 7x - 6 = 0$

$\Delta = 25$ / $x_1 = \frac{-7-5}{-2} = 6$ ، $x_2 = \frac{-7+5}{-2} = 1$

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(1) = -3e^{-1}$	↗	$f(6) = 7e^{-6}$	↘	0

الرسم: $\qquad f(0) = 1$

$f(x) = 0$ يكافئ $e^x > 0$

$x^2 - 5x + 1 = 0$ ، $\Delta = 21$

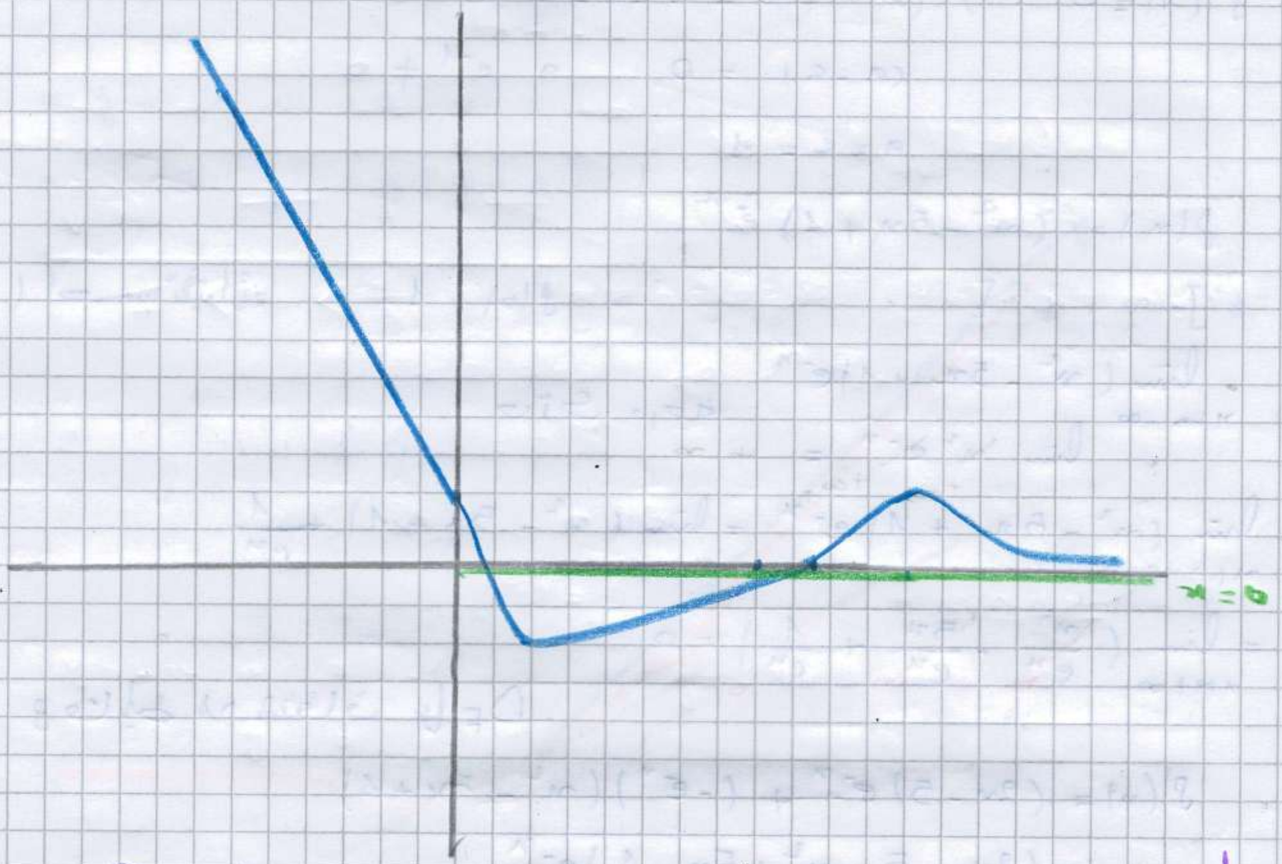
$x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} = 0,2$ ، $x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} = 4,79$

الفروع:

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim \left(\frac{x^2 - 5x + 1}{x}\right)e^{-x}$

$= \lim \left(\underset{-\infty}{\cancel{x}} - 5 + \underset{0}{\cancel{\frac{1}{x}}}\right)\underset{+\infty}{\cancel{e^{-x}}} = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

فرع قطع مكافئ باتجاه محور التراتيب .



التمرين 09:

$Dg =]-\infty , +\infty[$

$g(x) = -1 - x e^x$

1/ دراسة التغيرات:

$\lim\limits_{x \to -\infty} [-1 - (\underbrace{\cancel{x e^x}}_{0})] = -1$ | $\lim\limits_{x \to +\infty} [-1 - (\underbrace{\cancel{x e^x}}_{-(+\infty)})] = -1 - \infty = -\infty$

g قابلة للاشتقاق على D_f :

$g'(x) = -0 - [1e^x + e^x (x)] = -e^x - xe^x$

$g'(x) = (-1 - x) e^x$

$g'(x) = 0$ يكافئ $e^x > 0$

$-1 - x = 0$ يكافئ $x = -1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

g متزايدة تماما على $]-\infty , -1]$

ومتناقصة تماما $[-1 , +\infty[$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g	-1	$\nearrow$	$g(-1) = -1 + e^{-1}$ $= -0,63$	$\searrow$	∞

2) الإشارة :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$-$	

II) ليكن : $f(x) = -x + (1-x)e^x$

1) دراسة التغيرات :

$$\lim_{x\mapsto-\infty}\left[-\underset{-(-\infty)}{\cancel{x}}+\underset{0}{\cancel{e^x}}-\underset{0}{\cancel{xe^x}}\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\mapsto+\infty}\left[-\underset{-\infty}{\cancel{x}}+\underset{+}{}(\underset{-\infty}{1\cancel{-x}})\underset{+\infty}{\cancel{e^x}}\right]=-\infty-\infty=-\infty$$

f قابلة للاشتقاق على D_f .

$$f'(x)=-1+\left[-1e^x+e^x(1-x)\right]$$
$$=-1-e^x+e^x-xe^x$$
$$\boxed{f'(x)=-1-xe^x=g(x)}$$

بما أن $g(x)<0$ فإن $f'(x)<0$

وبالتالي f متناقصة تماما على R .

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

المستقيم المائل :

$$\lim_{x\mapsto-\infty}\left[(1-x)e^x\right]=\lim_{x\mapsto-\infty}\left[\underset{0}{\cancel{e^x}}-x\underset{0}{\cancel{e^x}}\right]=0$$

$y=-x$ م م م ب $-\infty$

الفرع :
$$\lim_{x\mapsto+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\left(\frac{-x+(1-x)e^x}{x}\right)=\lim\left[-1+\underset{(-1,}{\cancel{\frac{1-x}{x}}}\underset{+\infty)}{\cancel{e^x}}\right]=-\infty$$

فرع قطع مكافئ باتجاه محور التراتيب.

2) المماس عند 0 :

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$
$$=-1(x-0)+1$$
$$\boxed{y=-x+1}\text{———}(\Delta)$$

3) نقطة الانعطاف : $f''(x)=0$

$$f'(x)=g(x)$$
$$f''(x)=g'(x)$$
$$f''(x)=(-1-x)e^x$$

$f''(x) = 0$ تكافئ: $-1-x=0$

$x = -1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

$w(-1, f(-1))$

$w(-1, 1+2e^{-1})$

14/ بين: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا: $\frac{1}{2} < x_0 < \frac{2}{3}$

نظرية القيم المتوسطة

$f(1/2) = 0,32$

$f(2/3) = -0,05$

$f(0) = 1$

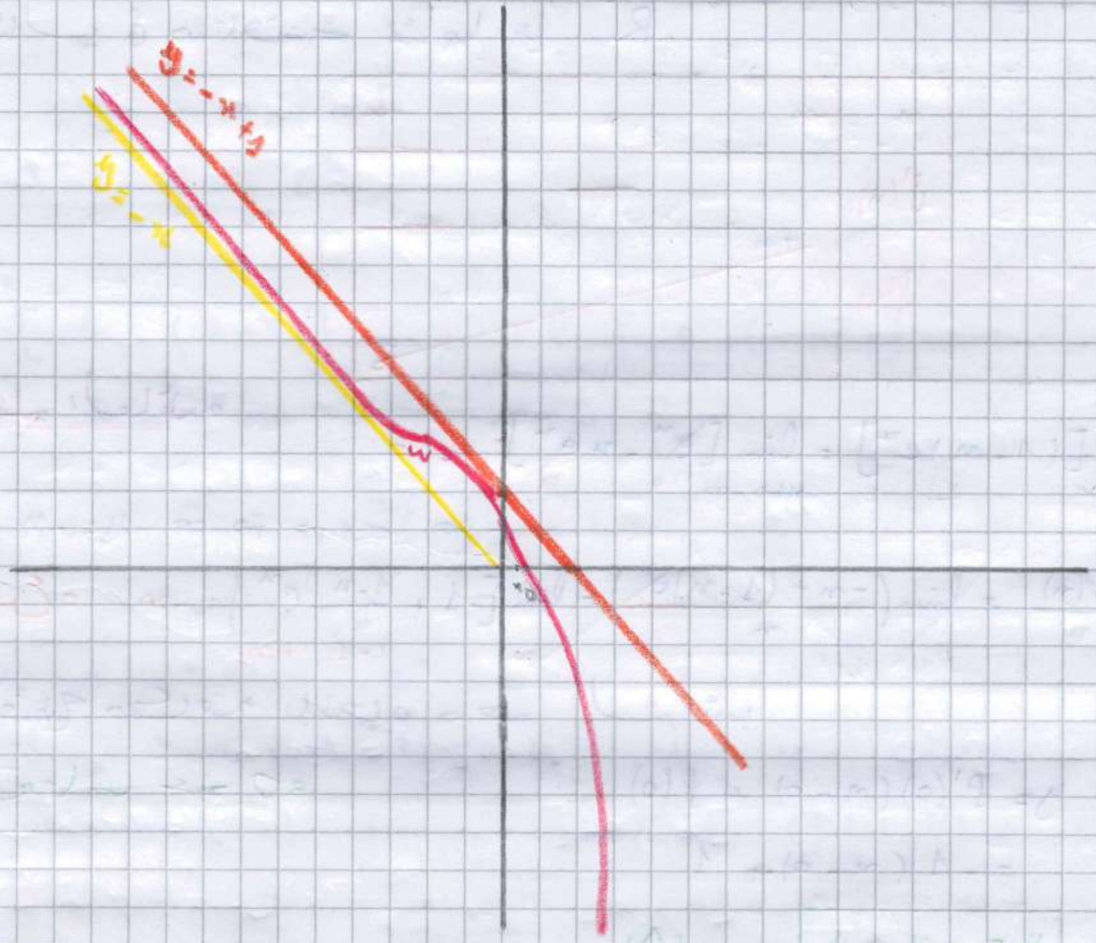
15/ الرسم:

$y = -x$

x	0	-1
y	0	1

$y = -x + 1$

x	0	1
y	1	0



16/ المناقشة:

$f(x) = -x + m$

$y = -x + m$

$y = -x + 1$ مماس

$y = -x + 0$ مائل

$m \leq 0$ حل موجب

$0 < m < 1$ حلين مختلفين في الإشارة

$m = 1$ حل مضاعف معدوم

$m > 1$ لا يوجد حلول.

التمرين 12 : Bac 2013

$D_f\ ]-\infty , 1[$

$$f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

1) النهايات :

$x - 1 \neq 0$ $\quad -\infty \quad - \quad \underset{-0}{1} \quad + \quad +\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\left(\cancel{\frac{x}{x-1}}_{1}\right) + e^{\cancel{\frac{1}{x-1}}_{0}}\right] = 1 + e^{0} = 1 + 1 = 2$$

لدينا :

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{x-1}\right) = \lim\left(\frac{x}{x}\right) = 1$$

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ <}}\left[\frac{\cancel{x}^{1}}{\cancel{x-1}_{-0}} + e^{\overset{-0}{\cancel{\frac{1}{x-1}}}}\right] = -\infty + e^{-\infty} = -\infty + 0 = -\infty$$

الاستنتاج :

$x = 1$ م م عمودي لـ C_f.

$y = 2$ م م أفقي بجوار $-\infty$.

2) احسب f' :

f قابلة للاشتقاق على D_f.

$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}} = \frac{-1}{(x-1)^2}\left[1 + e^{\frac{1}{x-1}}\right]$$

- نبين المتناقصة :

لدينا :

$$1 + e^{\frac{1}{x-1}} > 0$$

و

$$-\frac{1}{(x-1)^2} < 0$$

فإن $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة تماما على $]-\infty , 1[$

x	$-\infty$	1
f'	$-$	
f	2 ↘	$-\infty$

3) بين أن $f(x) = 0$ تقبل حلا α :

من جدول التغيرات f مستمرة ورتيبة تماما على $]-\infty , 1[$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ | $\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty$

$2(-\infty) < 0$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α

يحقق $f(\alpha) = 0$

استخدام الجدول:

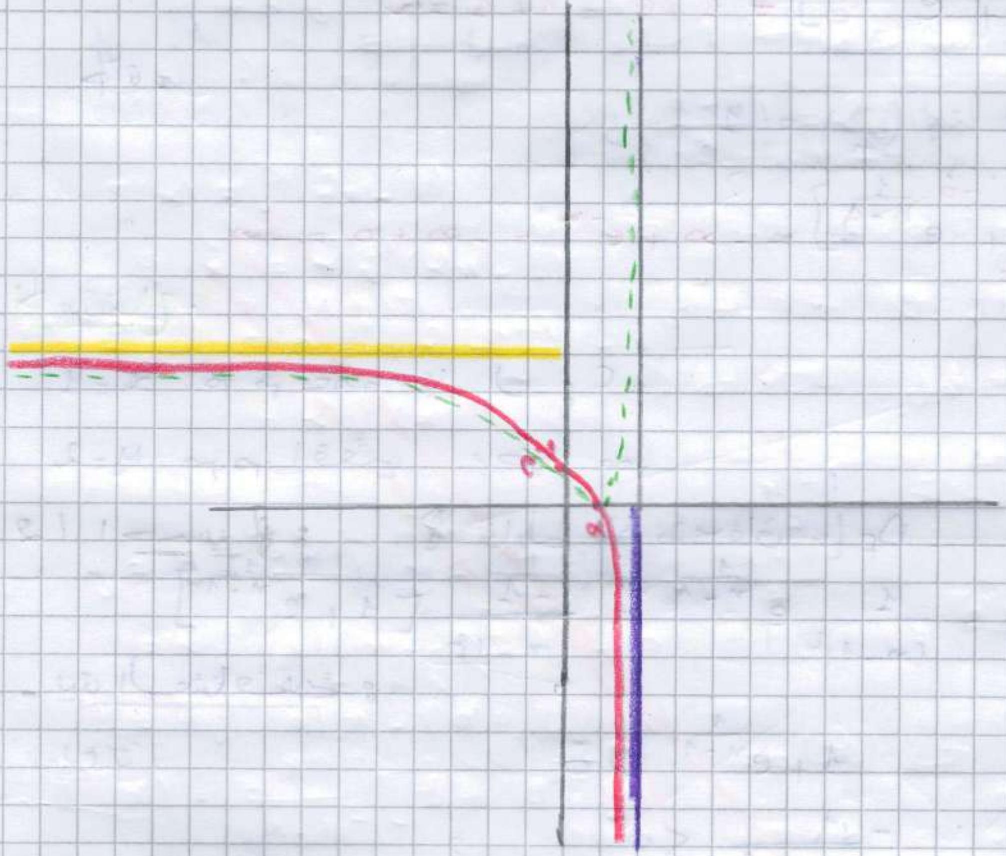
$f(0,21) = 0,016$

$f(0,22) = -0,005$

$0,21 < \alpha < 0,22$

$f(0) = e^{-1}$

4) الرسم:



استنتاج C' ، $h(x) = |f(x)|$

$$\begin{cases} h(x) = f(x) & , \ ]-\infty , \alpha[\\ h(x) = -f(x) & , \ [\alpha , 1] \end{cases}$$

C' منطبق على C_f في $]-\infty , \alpha]$

C' نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل على $[\alpha ; 1[$

3) المناقشة: $|f(x)| = m$ يقبل حلين مختلفين في الاشارة

$$\boxed{e^{-1} < m < 2}$$

ملاحظة:

تركيب دالتين:

$$f \circ g(x) = f[g(x)]$$

مثال:

$f(x) = x^2$

$g(x) = 3x - 5$

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$
$$= (3x-5)^2$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 3x^2 - 5$$

الاشتقاق:

$$[f(g(x))]' = g' f'(g(x))$$

$$[f(x^2 - 5x + 2)]' = (2x-5) f'(x^2 - 5x + 2)$$

II) : $]-\infty, 1[$

$$g(x) = f(2x-1)$$

1) **دراسة التغيرات:**

$$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim f(2x-1) = 2$$

لأن: $\lim_{x \to -\infty} (2x-1) = -\infty$

$$\lim_{x \overset{<}{\to} 1} g(x) = \lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(2x-1) = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \overset{<}{\to} 1} (2x-1) = 1$

g قابلة للاشتقاق على D_g.

$$g(x) = f(2x-1)$$
$$g'(x) = 2f'(2x-1)$$

اتجاه التغير:

$$g(x) = f(2x-1)$$

لدينا: $u(x) = 2x-1$ و $f(x)$

$$g(x) = f \circ u(x)$$

بما أن u تآلفية متزايدة تماما على $]-\infty, 1[$

لأن: $2 > 0$ و: $a = 2$

و f متناقصة تماما على $]-\infty, 1[$

والتركيب $f \circ u$ متناقصة تماما على $]-\infty, 1[$

x	$-\infty$		1
g'		$-$	
g	1	$\searrow$	$-\infty$

2) أ) تحقق : $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$

$$g(x) = f(2x - 1)$$

$$g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = f\left(\cancel{2}\,\frac{\alpha+1}{\cancel{2}} - 1\right)$$

$$= f(\alpha + 1 - 1)$$

$$= f(\alpha) = 0$$

من نظرية القيم المتوسطة

- بين : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$

$$g(x) = f(2x - 1)$$

$$g'(x) = 2f'(2x - 1)$$

$$g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'\left(\cancel{2}\,\frac{\alpha+1}{\cancel{2}} - 1\right)$$

$$= 2f'(\alpha)$$

ب) المماس عند $\frac{\alpha+1}{2}$ ؛

$$y = g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)\left(x - \frac{\alpha+1}{2}\right) + g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$$

$$= 2f'(\alpha)\left(x - \frac{\alpha+1}{2}\right) + 0$$

$$y = 2f'(\alpha)x - (\alpha+1)f'(\alpha)$$

جـ) تحقق :

$$f'(\alpha) = \frac{-1}{(\alpha-1)^2}\left[1 + e^{\frac{1}{\alpha-1}}\right]$$

$$f(\alpha) = 0$$

$$\frac{\alpha}{\alpha-1} + e^{\frac{1}{\alpha-1}} = 0$$

$$e^{\frac{1}{\alpha-1}} = -\frac{\alpha}{\alpha-1}$$

نعوض قيمة $e^{\frac{1}{\alpha-1}}$ في $f'(\alpha)$:

$$f'(\alpha) = \frac{-1}{(\alpha-1)^2}\left[1 - \frac{\alpha}{\alpha-1}\right]$$

$$f'(\alpha) = \frac{-1}{(\alpha-1)^2}\left[\frac{-1}{\alpha-1}\right] = \frac{1}{(\alpha-1)^3}$$

نعوض $f'(\alpha)$ في المماسة:

$$y = 2\,\frac{1}{(\alpha-1)^3}\,x - (\alpha+1)\,\frac{1}{(\alpha-1)^3}$$

$$y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}\,x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$$

المعادلات التفاضلية:

$$y' = ay \xrightarrow{\text{الحل}} f(x) = Ce^{ax}$$

$y' = 2y$ الحل $f(x) = Ce^{2x}$

$$y' = ay + b \xrightarrow{\text{الحل}} f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

$y' = 2y + 5$ الحل $f(x) = Ce^{2x} - \frac{5}{2}$

التمرين 01: حل المعادلات التفاضلية التالية:

1) $y' - 3y = 0$, $f(0) = 2$

2) $y' + 4y = 0$, $f(1) = 3$

3) $y' - 5y + 15 = 0$, $f(0) = -1$

الحل 1: نرمز للحلول بـ f :

1) $y' - 3y = 0$

$y' = 3y$

الحل العام: $f(x) = Ce^{3x}$

الخاص: $f(0) = 2$

$Ce^{3(0)} = 2$

$Ce^{0} = 2$ $\quad C(1) = 2 \quad$ $C = 2$

$f(x) = 2e^{3x}$

2) $y' + 4y = 0$

$y' = -4y$

الحل العام: $f(x) = Ce^{-4x}$

الحل الخاص: $f(1) = 3$

$Ce^{-4(1)} = 3$

$Ce^{-4} = 3$ تكافئ $C = \frac{3}{e^{-4}}$

$C = 3e^{4}$

$f(x) = 3e^{4}e^{-4x}$

$f(x) = 3e^{4-4x}$

3) $y' - 5y + 15 = 0$

$y' = 5y - 15$

الحل العام : $f(x) = Ce^{5x} - \frac{-15}{5}$

$f(x) = Ce^{5x} + 3$

الخاص : $f(0) = -1$

$Ce^{0} + 3 = -1$

$C = -1 - 3 = -4$

$f(x) = -4e^{5x} + 3$

ت و 2 :

$y' - 2y = 2x + 1$ — ①

$h' - 2h = 0$ — ②

1) حل المعادلة ②

2) لتكن $u(x) = ax + b$

أ) اوجد a و b حتى تكون u حل المعادلة ①

ب) برهن ان v حل ل ② اذا كان u+v حل ل ①

ج) استنتج حلول المعادلة ①

3) اوجد الحل الخاص : $f(0) = 2$

الحل ② :

$y' - 2y = 2x + 1$ — ①

أ) حل ② :

$h' - 2h = 0$

$h' = 2h$

الحل العام : $h(x) = Ce^{2x}$

2) لتكن : $u(x) = ax + b$

أ) اوجد a ، b حتى تكون u حل ل ① نعوض في ①

$u' - 2u = 2x + 1$

$a - 2(ax + b) = 2x + 1$

$-2ax - 2b + a = 2x + 1$

$$\begin{cases} -2a = 2 \\ -2b + a = 1 \end{cases}$$

$a = \frac{2}{-2} = -1$

$-2b - 1 = 1$

$b = -1$

$u(x) = -x - 1$

ب) برهن v حل ل ② :   نعوض في ①

$$(u+v)' - 2(u+v) = 2x+1$$

$$v' - 2v + u' - 2u = 2x+1$$

$$v' - 2v - 1 - 2(-x-1) = 2x+1$$

$$v' - 2v - 1 + 2x + 2 = 2x+1$$

$$v' - 2v = 0$$

$$v' = 2v$$ ومنه v حل ل ②

$$v(x) = Ce^{2x}$$

ج) استنتاج حلول ① :   نرمز لها f :

$$f(x) = u(x) + v(x)$$

$$= -x - 1 + Ce^{2x}$$

3) الحل الخاص : $f(0) = 2$

$$-0 - 1 + Ce^{2(0)} = 2$$

$$-1 + C = 2 \qquad C = 3$$

$$f(x) = -x - 1 + 3e^{2x}$$

التقريب التآلفي :

$$\boxed{f(x_0+h) \simeq f'(x_0)h + f(x_0)}$$

1) **مثال** : أوجد عبارة $(h+2)^2$

نضع : $f(x) = x^2$

$$f'(x) = 2x$$

لدينا $x_0 = 2$

$$f(2) = 4 \quad \text{و} \quad f'(2) = 4$$

$$f(2+h) \simeq f'(2)h + f(2)$$

$$\simeq 4h + 4$$

مثال 2 : عبارة $(1+h)^3$

نضع $f(x) = x^3$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$x_0 = 1$$

$$f(1+h) \simeq f'(1)h + f(1) \simeq 3h + 1$$

قيمة المقربة ل $(1,001)^3$

$$f(1,001) = f\left(1+\frac{0,001}{h}\right)$$
$$\simeq 3(0,001)+1$$
$$\simeq 1,003$$

ت13 : Bac2015 :

$$g(x) = 1-2x-e^{2x-2}$$

1/ اتجاه التغير: g قابلة لا شتقاق على Dg :

$$g'(x) = 0-2-2e^{2x-2}$$
$$= -2(1+e^{2x-2})$$

لدينا : $1+e^{2x-2}>0$ فإن $-2(1+e^{2x+2})<0$

ومنه g متناقصة تماما على Dg .

2) بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا α على $\mathbb{R}$:

g مستمرة و رتيبة على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$$

$$(-\infty)(+\infty)<0$$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α يحقق $g(\alpha)=0$

التحقق : $0,36<\alpha<0,37$

$g(0,36) = -0,001$ $\qquad$ $g(0,37)=0,02$

ومنه $0,36<\alpha<0,37$

3) الإشارة :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	—

II) ليكن :

$$f(x) = xe^{2x+2}-x+1$$

1) أ) بين : f قابلة لا شتقاق على $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 1e^{2x+2}+2e^{2x+2}(x)-1+0$$
$$= e^{2x+2}\left[1+2x-\frac{1}{e^{2x+2}}\right]$$
$$= e^{2x+2}\left[1+2x-e^{-2x-2}\right]$$

لديا:

$$g(-x) = 1 - 2(-x) - e^{2(-x)-2}$$
$$= 1 + 2x - e^{-2x-2}$$

ومنه: $f'(x) = e^{2x+2}\, g(-x)$

ب) استنتاج:

$e^{2x+2} > 0$ يكافئ $f'(x) = 0$

$x = -\alpha$ يكافئ $g(-x) = 0$

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
e^{2x+2}		$+$	|	$+$	
$g(-x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

f متناقصة تماما على $]-\infty, -\alpha]$

ومتزايدة تماما على $[-\alpha, +\infty[$

2) نهايات:

$$-\lim_{x\to-\infty}\left[xe^{2x+2} - x + 1\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[xe^{2x}e^{2} - x + 1\right]$$
$$= \lim\left[\tfrac{1}{2}(\underbrace{\cancel{2xe^{2x}}}_{0})e^{2} - \underbrace{\cancel{x}}_{-(-\infty)} + 1\right] = +\infty$$

$$.\lim_{x\to+\infty}\left[x\underbrace{\cancel{e^{2x+2}}}_{+\infty} - \underbrace{\cancel{x}}_{-\infty} + 1\right]$$ ح ع ت $$\lim_{x\to+\infty}\underbrace{\cancel{x}}_{+\infty}\left[\underbrace{\cancel{e^{2x+2}}}_{+\infty} - 1 + \underbrace{\cancel{\frac{1}{x}}}_{0}\right] = (+\infty)(+\infty) = +\infty$$

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-\alpha)$	↗	$+\infty$

3) احسب:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x) + x - 1\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[xe^{2x+2} - x + 1 + x - 1\right]$$
$$= \lim\left[xe^{2x+2}\right] = 0$$

$y = -x+1$ م م مائل بجوار $-\infty$

4) الوضعية:

$$f(x) - y = xe^{2x+2}$$
$$xe^{2x+2} = 0$$
$$\begin{cases} e^{2x+2} > 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

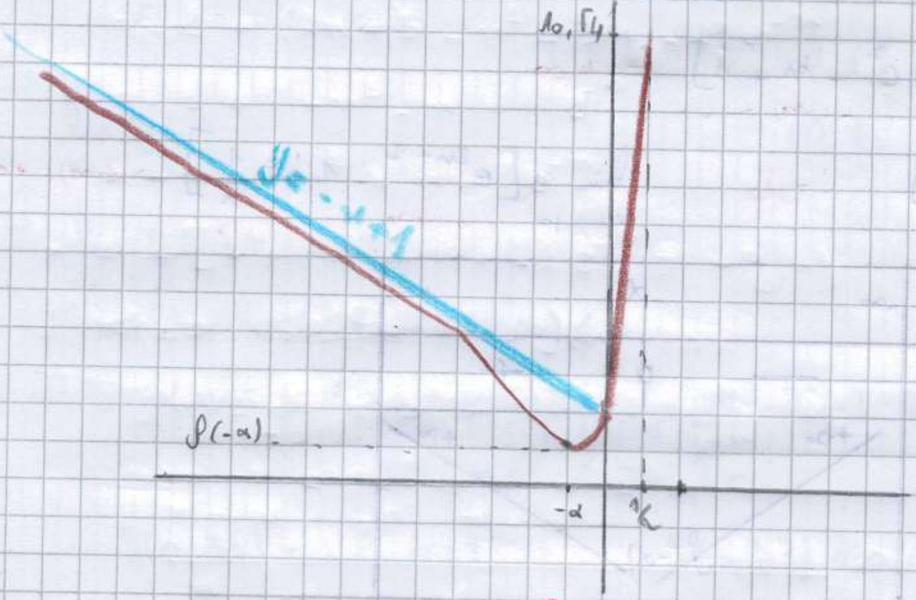
x	$-\infty$	0	$+\infty$
e^{2x+2}	$+$		$+$
x	$-$	0	$+$
$f-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	C_f تحت Δ	تقاطع	C_f فوق Δ

5) الإنشاء : على $]-\infty , 1/2]$

$f(1/2) = 10,54$ $f(0) = 1$

$y = -x + 1$

x	0	1
y	1	0



ت 33 : Bac 2016

$g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

1) نهايات g:

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}\right] = 1 + (+\infty)(+\infty) = +\infty$

حيث :

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2 + x - 1) = \lim(x^2) = +\infty$

و

$\lim\limits_{x\to-\infty}(e^{-x}) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}\right] = \lim\left[1 + (x^2 + x - 1)\frac{1}{e^x}\right]$

$= \lim\left[1 + \left(\underbrace{\cancel{\frac{x^2}{e^x}}}_{0} + \underbrace{\cancel{\frac{x}{e^x}}}_{0} - \underbrace{\cancel{\frac{1}{e^x}}}_{0}\right)\right] = 1 + 0 = 1$

ب) اتجاه التغير: g قابلة للاشتقاق على D_g.

$g'(x) = 0 + [(2x+1)e^{-x} + (-e^{-x})(x^2+x-1)]$

$= (2x+1-x^2-x+1)e^{-x}$

$g'(x) = (-x^2+x+2)e^{-x}$

$g'(x) = 0$ تكافئ $e^{x} > 0$

$-x^2+x+2 = 0$

$\Delta = 9 \qquad x_1 = \frac{-1-3}{-2} = 2 \qquad x_2 = \frac{-1+3}{-2} = -1$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
e^{-x}		+		+		+	
$-x^2+x+2$		−	0	+	0	−	
$g'(x)$		−	0	+	0	−	

g متناقصة تماما على $]-\infty, -1]$ و $[2, +\infty[$

ومتزايدة تماما على $[-1, 2]$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	0	−	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-1) = 1-e^{1}$	↗	$g(2) = 1+5e^{-2}$	↘	

ممتاز

ج) 1) بين: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α

$-1,52 < \alpha < -1,51$

$g(0) = 1+(0^2+0-1)e^{-0} = 1-1 = 0$

والآخر α: من جدول التغيرات.

g مستمرة ورتيبة تماما على $[-1,52 \; ; \; -1,51]$

$g(-1,52) = 0,04 \quad - \quad g(-1,51) = -0,04$

$g(-1,52)g(-1,51) < 0$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α يحقق $g(\alpha)=0$

ب) الإشارة:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		+	0	−	0	+	

ليكن :

$$f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$$

أ/ نهايات :

$$\lim_{x\to-\infty}\left[-x + (x^2+3x+2)e^{-x}\right] = +\infty + (+\infty)(+\infty) = +\infty$$

لدينا :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty}(-x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}(x^2+3x+2) = \lim(x^2) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[-x + (x^2+3x+2)\frac{1}{e^x}\right] = \lim\left[\underset{-(+\infty)}{-x} + \left(\underset{0}{\frac{x^2}{e^x}} + \underset{0}{\frac{3x}{e^x}} + \underset{0}{\frac{2}{e^x}}\right)\right] = -$$

ب/ أثبت : f قابلة لا شتقاق على D_F .

$$f'(x) = -1 + \left[(2x+3)e^{-x} + (-e^{-x})(x^2+3x+2)\right]$$

$$= -1 + (2x+3-x^2-3x-2)e^{-x}$$

$$= -1 + (-x^2-x+1)e^{-x}$$

$$= -1 - (x^2+x-1)e^{-x}$$

$$f'(x) = -[1 + (x^2+x-1)e^{-x} = -g(x)$$

$f'(x)=0$ تكافئ $-g(x)=0$

$$g(x) = \frac{0}{-1} = 0$$

$x = \alpha$ أو $x = 0$

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$ $-g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

متناقصة تماما على $[0,+\infty[$ و $]\infty ; \alpha]$

متزايدة تماما على $[\alpha , 0]$

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha) \simeq 0{,}38$	↗	$f(\alpha)=2$	↘	$-\infty$

2) عين دون حساب:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = -g(\alpha) = 0$$

التفسير: C_f تقبل مماسا عند α أفقيا.

2) أ) بين: $y=-x$ مائل

$$\lim_{x \to +\infty}[f(x)-y] = \lim_{x \to +\infty}[(x^2+3x+2)e^{-x}] = \lim_{x \to +\infty}\left[\cancel{\frac{x^2}{e^x}}_0 + \cancel{\frac{3x}{e^x}}_0 + \cancel{\frac{2}{e^x}}_0\right] = 0$$

$y=-x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

ب) الوضعية:

$f(x) - y = (x^2+3x+2)e^{-x}$

$e^{-x} > 0$

$x^2+3x+2 = 0$

$\Delta = 1$ $\begin{cases} x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
e^{-x}		+		+		+	
x^2+3x+2		+	0	−	0	+	
$f-y$		+	0	−	0	+	
الوضعية		C_f فوق Δ	تقاطع	C_f تحت Δ	تقاطع	C_f فوق Δ	

جـ) نقطتي الانعطاف:

لدينا: $f'(x) = -g(x)$

فإن: $f''(x) = -g'(x)$

$f''(x) = 0$ يكافئ $-g'(x) = 0$

$g'(x) = \frac{0}{-1} = 0$

$x = -1$ أو $x = 2$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f''(x) = -g'(x)$		+	0	−	0	+	

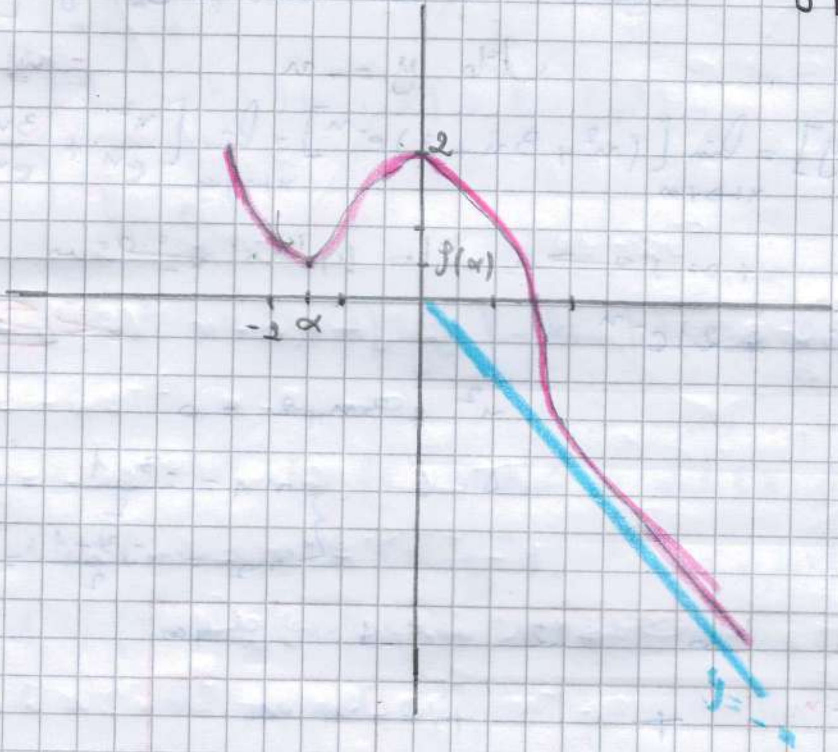
$\begin{cases} W(-1, f(-1)) \\ W(2, f(2)) \end{cases}$ $\begin{cases} W(-1; -1) \\ W(2; -2+12e^{-2}) \end{cases}$

د) الرسم :

على $[-2, +\infty[$

$f(-2) = -2$ / $y = -x$

x	0	1
y	0	-1



هـ) المناقشة :

$$(m-x)e^{x} + (x^2+3x+2) = 0$$

$$(m-x)e^{x} = -(x^2+3x+2)$$

$$m-x = -(x^2+3x+2)\frac{1}{e^{x}}$$

$$m = x-(x^2+3x+2)e^{-x}$$

نضرب في (1-) :

$$-m = -x + (x^2+3x+2)e^{-x}$$

$$f(x) = -m$$

$\begin{cases} -m < f(\alpha) \\ m > -f(\alpha) \end{cases}$ حل موجب

$\begin{cases} -m = f(\alpha) \\ m = -f(\alpha) \end{cases}$ حل مضاعف سالب
و حل موجب

$\begin{cases} f(\alpha) < -m < 2 \\ -2 < m < -f(\alpha) \end{cases}$ حلين سالبين
و حل موجب

$\begin{cases} -m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$ حل مضاعف معدوم
وحل سالب

$$\begin{cases} -m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$ ﻻ يوجد حلول

تمرين 38 : Bac 2017 Math

$$f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$$

1) أ) نهايات:

ح ت:

$$\lim_{x \to -\infty} \left[(-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}\right] = (+\infty)(+\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} (-x^3 + 2x^2) = \lim_{x \to -\infty} (-x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{-x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left[(-x^3 + 2x^2)e^{-x} e^1\right] = \lim_{x \to +\infty} \left(\underbrace{\cancel{\frac{-x^3}{e^x}}}_{0} + \underbrace{\cancel{\frac{2x^2}{e^x}}}_{0} \right) e^1 = 0$$

استنتاج: $y = 0$ م م أفقي بجوار $+\infty$.

ب) بين: f قابلة للاشتقاق على D_f.

$$f'(x) = (-3x^2 + 4x)e^{-x+1} + (-e^{-x+1})(-x^3 + 2x^2)$$

$$= (-3x^2 + 4x + x^3 - 2x^2)e^{-x+1}$$

$$= (x^3 - 5x^2 + 4x)e^{-x+1}$$

$$= x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$$

استنتاج: $e^{-x+1} > 0$ يكافئ $f'(x) = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \qquad \Delta = 9$$

$$x_1 = \frac{5-3}{2} = 1 \quad , \quad x_2 = \frac{5+3}{2} = 4$$

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
e^{-x+1}		$+$		$+$		$+$		$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2+5x+4		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

f متناقصة تماما على $[1, 4]$ و $]-\infty, 0]$

ومتزايدة تماما على $[4, +\infty[$ و $[0, 1]$

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(0)=0$	↗	$f(1)=1$	↘	$f(4)=-32e^{-3}$	↗	

2) المماس عند 2 :

$y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$y = -4e^{-1}(x-2) + 0$

$y = -4e^{-1}(x-2)$ —— (T)

$h(x) = x^2 e^{-x+2} - 4$

3) ليكن :

اتجاه التغير : h قابلة للاشتقاق على D_h.

$h'(x) = 2xe^{-x+2} + (-e^{-x+2})x^2 - 0$

$= (2x - x^2)e^{-x+2}$

$= x(2-x)e^{-x+2}$

$h'(x) = 0$ بما أن $e^{-x+2} > 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ 2 - x = 0 \end{cases}$ $x = 2$

x	0		2		$+\infty$
e^{-x+2}		$+$		$+$	
x		$+$		$+$	
$2-x$		$+$	0	$-$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	

h متزايدة على $[0,2]$

ومتناقصة على $]2,+\infty[$

الإشارة :

x	0		2		$+\infty$
h'		$+$	0	$-$	
h	-4	↗	$h(2)=0$	↘	-4

من جدول التغيرات توجد قيمة حدية كبرى هي 0 عند 2

$h(x) \leqslant 0$

x	0		2		$+\infty$
h		$-$	0	$-$	

• حدد الوضعية:

$$f(x) - y = (-x^3+2x^2)e^{-x+1} - [-4e^{-1}(x-2)]$$
$$= (-x^3+2x^2)e^{-x+1} + 4e^{-1}(x-2)$$
$$= x^2(-x+2)e^{-x+1} - 4e^{-1}(-x+2)$$
$$= (-x+2)[x^2e^{-x+1} - 4e^{-1}]$$
$$= (-x+2)e^{-1}\left[\frac{x^2e^{-x+1}}{e^{-1}} - 4\right]$$
$$= (-x+2)e^{-1}[x^2e^{-x+2} - 4]$$
$$= (-x+2)e^{-1}h(x)$$

x	0		2		$+\infty$
e^{-1}		$+$		$+$	
$-x+2$		$+$	0	$-$	
$h(x)$		$-$	0	$-$	
$f-y$		$-$	0	$+$	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

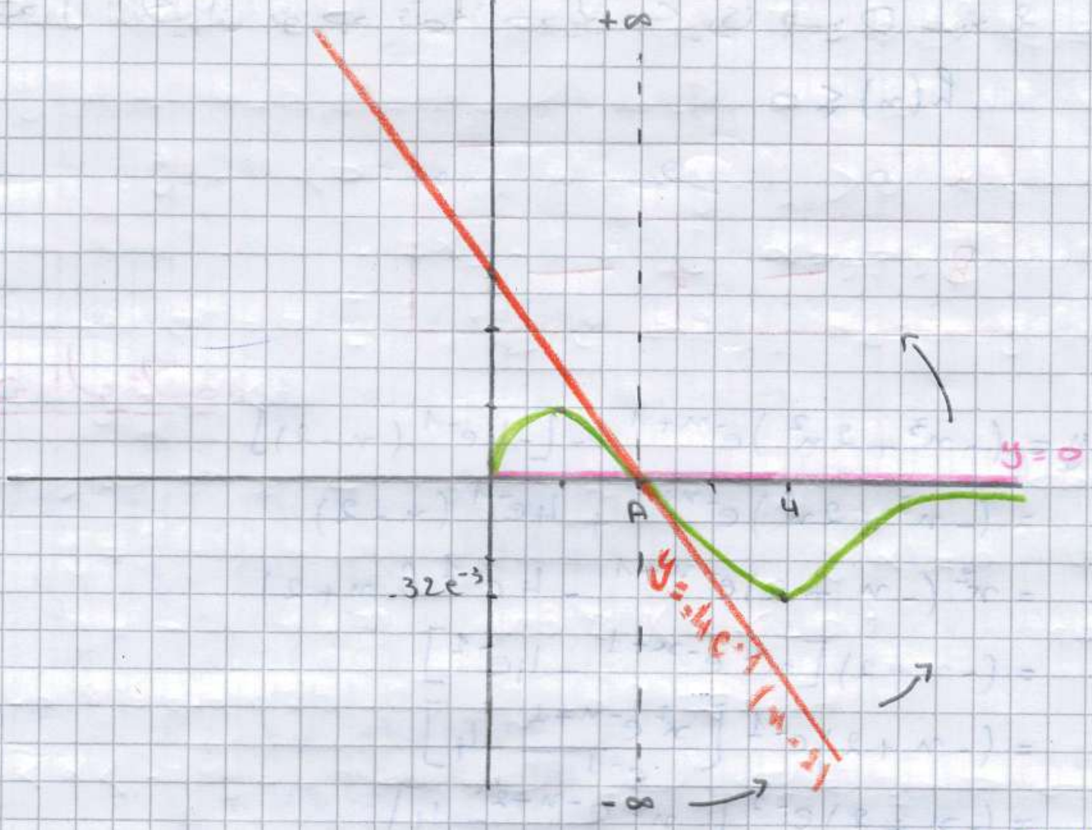
نستنتج أن $\omega(2,f(2))$ هي نقطة انعطاف لأن المماس اخترق الدالة في $x = 2$.

$x = 2$ فاصلة التماس.

4) الرسم: نرسم على $[0,+\infty[$

$y = -4e^{-1}(x-2)$

x	0	2
y	$8e^{-1}$	0



٢) المناقشة :

$f(x) = m(x-2)$

لدينا : $y = m(x-2)$

مركز الدوران :

$y - m(x-2) = 0$

$\begin{cases} x-2=0 \\ y=0 \end{cases}$ $\qquad x=2$, $y=0$

$A(2,0)$

لدينا : $y = m(x-2)$

مماس $y = -4e^{-1}(x-2)$

حل وحيد وهو A $\quad m \in]-\infty , -4e^{-1}]$

ثلاث حلول احدهما A $\quad m \in]-4e^{-1}, 0[$

حل معدوم والآخر A $\quad m = 0$

حل وحيد هو A $\quad m \in]0, +\infty[$

6) لتكن : $]0, +\infty[$

$g(x) = f(\frac{1}{x})$

جدول التغيرات :

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} g(x) = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

كـ ت :

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim f\left(\frac{1}{x}\right) = f(0) = 0$$

و قابلة للاشتقاق على D_g .

$$g'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$g'(x) = 0$ يكافئ $-\frac{1}{x^2} < 0$

$$f'\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$\frac{1}{x} = 4$ أو $\frac{1}{x} = 1$

$x = \frac{1}{4}$ أو $x = 1$

$$f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x}\left[\left(\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{x}\right) + 4\right)\right] e^{-\frac{1}{x}+1}$$

$$= \frac{1}{x}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{5}{x} + 4\right] e^{-\frac{1}{x}+1}$$

$$= \frac{1}{x}\left[\frac{1 - 5x + 4x^2}{x^2}\right] e^{-1/x+1}$$

$$f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^3}\left(4x^2 - 5x + 1\right) e^{-1/x+1}$$

x	0		1/4		1		$+\infty$
$-\frac{1}{x^2}$		−		−		−	
$1/x^3$		+		+		+	
$4x^2 - 5x + 1$		+	0	−	0	+	
$g'(x)$		−	0	+	0	−	

x	0		1/4		1		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	0	−	
$g(x)$	0	↘	$-32e^{-3}$	↗	1	↘	0

[Bac 2019 M-T]   التمرين 42 :

$g(x) = (x+3)e^x - 1$

أ) بيانيا : $g(-1/2) > 0$ و $g(-1) < 0$

ب) استنتاج وجود α في $]-1, -1/2[$: α

بيانيا g مستمرة و رتيبة على $[-1, -1/2]$

$g(-1)\,g(-1/2) < 0$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α

تحقق $g(\alpha) = 0$

تحقيق : $-0,8 < \alpha < -0,7$

$g(-0,8) = -0,01$ $g(-0,7) \simeq 0,14$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة $-0,8 < \alpha < -0,7$

جـ) الإشارة :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) ليكن : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

1) نهايات :

$\lim_{x\to-\infty} [(\underset{-\infty}{\cancel{x}}+2)(\underset{0}{\cancel{e}^x}-1)] = (-\infty)(-1) = +\infty$

أو بالنشر :

$\lim_{x\to-\infty} [\underset{0}{\cancel{xe^x}} - \underset{-(-\infty)}{\cancel{x}} + \underset{0}{\cancel{2e^x}} - 2] = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} [(\underset{+\infty}{\cancel{x}}+2)(\underset{+\infty}{\cancel{e}^x}-1)] = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

لما بين و f قابلة للاشتقاق على D_f :

$f'(x) = 1(e^x - 1) + e^x(x+2)$

$= e^x - 1 + xe^x + 2e^x$

$= 3e^x + xe^x - 1 = (x+3)e^x - 1$

$f'(x) = g(x)$

:

جدول :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

f متناقصة تماما على $]-\infty , \alpha]$

f متزايدة تماما على $[\alpha , +\infty[$

جدول:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha) \simeq -0,7$	↗	$+\infty$

3) أ) حساب:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x] = \lim\left[\underset{0}{\cancel{xe^x}} \cancel{-x} + \underset{0}{\cancel{2e^x}} - 2 \cancel{+x}\right] = -2$$

استنتاج وجود المائل:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x] = -2$$

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]+2 = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty}[f(x)+x+2] = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-x-2)] = 0$$

$y=-x-2$ م م م بـ $-\infty$.

ب) الوضعية:

$$f(x)-y = xe^x - x + 2e^x - 2 - (x-2)$$

$$= xe^x + 2e^x = (x+2)e^x$$

$$(x+2)e^x = 0$$

$$\begin{cases} e^x > 0 \\ x+2 = 0 \end{cases} \qquad \boxed{x=-2}$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
e^x	$+$		$+$
$x+2$	$-$	0	$+$
$f-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	C_f تحت Δ		C_f فوق Δ

ج) معادلة المماس (T) الموازي للمستقيم:

$y = -x - 2$ أي لهما نفس معامل التوجيه. $y = -1x - 2$

ايجاد x_0 :

$f'(x) = -1$

$(x+3)e^x - 1 = -1$

$(x+3)e^x = 0$

$$\begin{cases} e^x > 0 \\ x+3 \end{cases}$$

$\boxed{x = -3}$

$y = f'(-3)(x+3) + f(-3)$

$y = -1(-x+3) - 1(e^{-3} - 1)$

$y = -x - 3 - e^{-3} + 1$

$\boxed{y = -x - 2 - e^{-3}}$ —— (T)

4) الرسم :

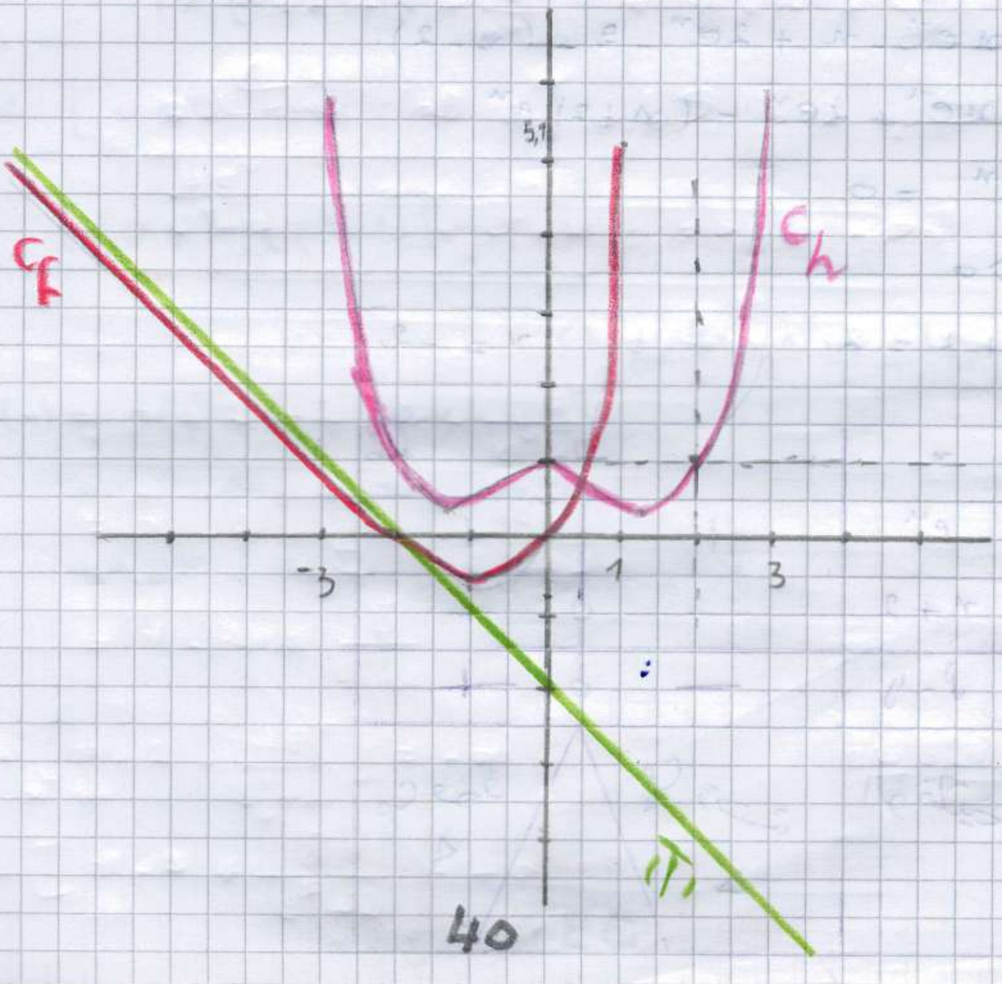
$y = -x - 2$

x	0	-2
y	-2	0

$f(0) = 0$

$]-\infty, 1]$

$f(1) = 5,1$



16) ليكن:

$$h(x) = |x|\left[e^{|x|-2} - 1\right] + 1$$

أ) بين h زوجية:

$$h(-x) = |-x|\left[e^{|-x|-2} - 1\right] + 1$$
$$= |x|\left[e^{|x|-2} - 1\right] + 1 = h(x)$$

لأن: $|x| = |-x|$

ومنه h زوجية.

ب) تأكد: $x \in [0, +\infty[$

$$h(x) = x(e^{x-2} - 1) + 1 \qquad x \geq 0$$
$$h(x) = f(x-2) + 1$$
$$f(x-2) + 1 = \left[(x-2+2)(e^{x-2} - 1)\right] + 1$$
$$= x(e^{x-2} - 1) + 1 = h(x)$$

ج) الشرح: $h(x) = f(x+2) + 1$

C_h صورة C_f بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\binom{2}{1}$ على $[0, +\infty[$

و بما أنها زوجية فإن الجزء المتبقي نناظره بالنسبة لمحور التراتيب

التمرين 45:

$$g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x+2}$$

1/ أوجد a و b:

C_g يشمل $A(\ln 2 ; \ln 2)$ ، $g(\ln 2) = \ln 2$

و يقبل مماسا عند A موازيا لمحور الفواصل $g'(\ln 2) = 0$

نحسب g':

$$g'(x) = a - \left[\frac{4e^x(e^x+2) - e^x(4e^x)}{(e^x+2)^2}\right]$$
$$= a - \frac{8e^x}{(e^x+2)^2}$$

$$\boxed{e^{\ln 2} = 2}$$

$$g'(\ln 2) = 0$$
$$a - \frac{8e^{\ln 2}}{(e^{\ln 2}+2)^2} = 0$$
$$a - \frac{8(2)}{(2+2)^2} = 0$$

$a - 1 = 0$ بالتالي: $\boxed{a = 1}$

$$g(\ln 2) = \ln 2$$

$$a(\ln 2) + b - \frac{4e^{\ln 2}}{e^{\ln 2}+2} = \ln 2$$

$$1(\ln 2) + b - \frac{4(2)}{2+2} = \ln 2$$

$$b - 2 = 0 \qquad \boxed{b = 2}$$

$$g(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+2}$$

II) تذكير :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+2}$$

1) يبين : نضيف للبسط (8) و (-8)

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x + 8 - 8}{e^x+2}$$

$$= x + 2 - \left[\frac{4e^x+8}{e^x+2} - \frac{8}{e^x+2}\right]$$

$$= x + 2 - \left[\frac{4(e^x+2)}{e^x+2} - \frac{8}{e^x+2}\right]$$

$$= x + 2 - \left[4 - \frac{8}{e^x+2}\right]$$

$$= x + 2 - 4 + \frac{8}{e^x+2} = x - 2 + \frac{8}{e^x+2}$$

* يمكن نكتب هذه العبارة من هذا الشكل :

أوجد a و b :

$$\boxed{\frac{4e^x}{e^x+2} = a + \frac{b}{e^x+2}}$$

ط2) : نضيف (2) و (-2) :

$$f(x) = x + 2 - 2 + 2 - \frac{4e^x}{e^x+2}$$

$$= x - 2 + \left[4 - \frac{4e^x}{e^x+2}\right]$$

$$= x - 2 + \frac{8}{e^x+2}$$

2) النهايات :

$$\lim_{x \to -\infty} \left[\underset{-\infty}{\cancel{x}} + 2 - \frac{\overset{0}{\cancel{4e^x}}}{\underset{0}{\cancel{e^x}}+2}\right] = -\infty$$

$$\lim \left[\underset{+\infty}{\cancel{x}} - 2 + \cancel{\frac{8}{\underset{0}{e^x}+2}}\right] = +\infty$$

3) اتجاه التغير:

$$f'(x) = 1 - \frac{8e^x}{(e^x+2)^2} = \frac{(e^x+2)^2 - 8e^x}{(e^x+2)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} + 4 + 4e^x - 8e^x}{(e^x+2)^2} = \frac{e^{2x} + 4 - 4e^x}{(e^x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(e^x-2)^2}{(e^x+2)^2}$$

$f'(x) = 0$ يكافئ $(e^x - 2)^2 = 0$

$e^x - 2 = 0$ يكافئ $e^x = 2$

$$\boxed{x = \ln 2}$$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$(e^x-2)^2$		$+$	0	$+$	
$(e^x+2)^2$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

4) احسب:

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{8}{e^x+2}\right) = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \to -\infty} \left[-\frac{4e^x}{e^x+2}\right] = 0$$

الاستنتاج: $y = x - 2$ م م م ب $+\infty$

$y = x + 2$ م م م ب $-\infty$.

5) الانعطاف: بما أن المشتقة انعدمت عند $\ln 2$ ولم تغير إشارتها فإن $A(\ln 2; \ln 2)$ هي نقطة الانعطاف.

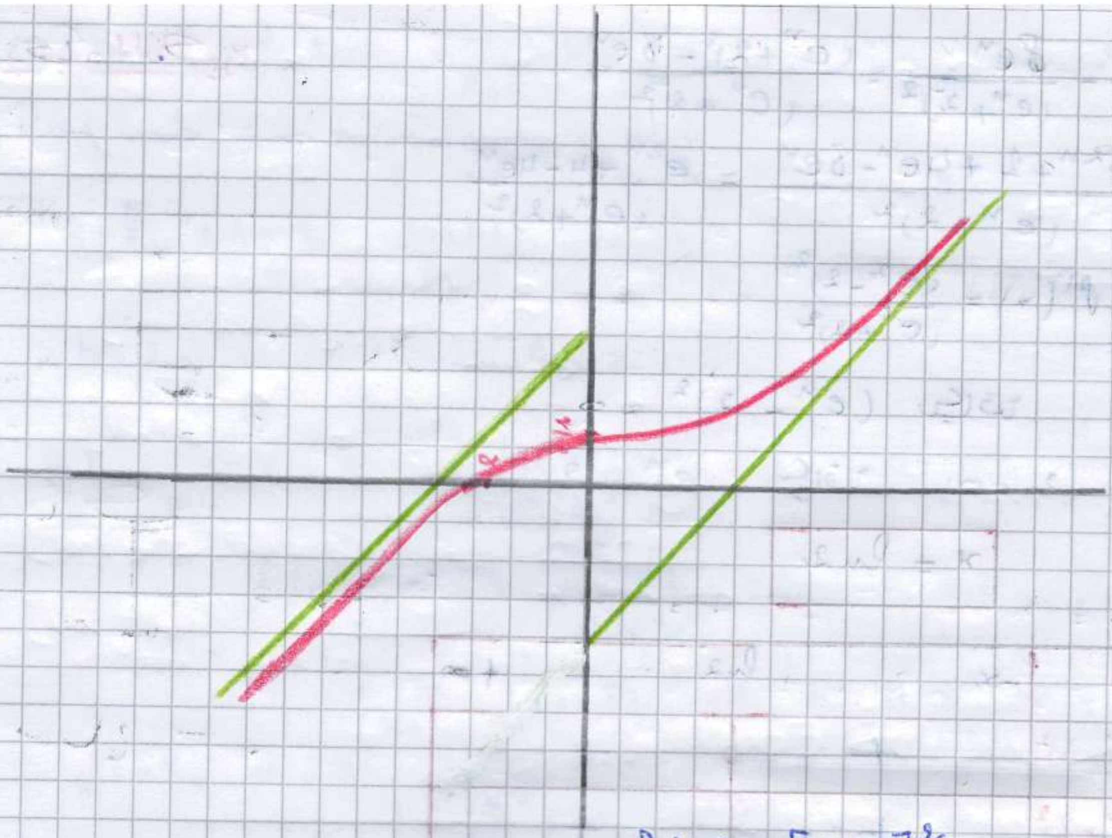
6) نظرية القيم المتوسطة:

$-1,7 < \alpha < -1,6$

يحقق $f(\alpha) = 0$

7) الرسم:

$f(0) = \frac{2}{3}$



III) لتكن : $h(x) = [f(x)]^2$

باستعمال مشتق مركب دالتين $f(x)$ و $h(x) = x^2$

$h(x) = U \circ f(x) = U(f(x))$

$U'(x) = 2x$

$h'(x) = f'(x) U'(f(x))$

$= f'(x)\, 2 f(x)$

لأن : $U'(f(x)) = 2 f(x)$

$h'(x) = 2 f'(x) f(x)$

فائدة : $[f^n]' = n f' f^{n-1}$

x	$-\infty$		α		$\ln 2$		$+\infty$
$2f'(x)$		+		+	0	+	
$f(x)$		−	0	+		+	
$h'(x)$		−	0	+	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(\alpha) = [f(\alpha)]^2 = 0^2 = 0$	↗	$(\ln 2)^2$	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x) = \lim [f(x)]^2$

$= (+\infty)^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim [f(x)]^2$

$= (+\infty)^2 = +\infty$