1) التعرف على الدالة الخطية، الدالة التآلفية و الدالة الثابتة

وضعية تعلمية : تقترح أحد المكتبات التسعيرات التالية لإعارة كتب لمدة شهر :
التسعيرة 1: 80DA لكل كتاب.
التسعيرة 2: 40DA لكل كتاب باستعمال بطاقة اشتراك نصف الدفع ثمنها 400DA.
التسعيرة 3: 920DA كمبلغ ثابت و عدد غير محدود من الكتب.
(1) احسب المبلغ المدفوع بكل تسعيرة إذا كان عدد الكتب المستعارة هو 6 كتب ؟ 11 كتابا ؟ 15 كتابا ؟
استنتج أفضل تسعيرة في كل حالة.
(2) ليكن x عدد الكتب المستعارة في الشهر، $f(x)$ المبلغ المدفوع بالتسعيرة 1، $g(x)$ المبلغ المدفوع بالتسعيرة 2 و $h(x)$ المبلغ المدفوع بالتسعيرة 3. اكتب عبارة كل مبلغ بدلالة x.

الحل:
(1) حساب المبلغ المدفوع بكل تسعيرة :

	عدد الكتب المستعارة		
المبلغ المدفوع	6	11	15
بالتسعيرة 1	$6 \times 80\text{DA} = 480\text{DA}$	$11 \times 80\text{DA} = 880\text{DA}$	$15 \times 80\text{DA} = 1200\text{DA}$
بالتسعيرة 2	$400\text{DA} + 6 \times 40\text{DA} = 640\text{DA}$	$400\text{DA} + 11 \times 40\text{DA} = 840\text{DA}$	$400\text{DA} + 15 \times 40\text{DA} = 1000\text{DA}$
بالتسعيرة 3	920DA	920DA	920DA

- أفضل تسعيرة لاستعارة 6 كتب هي التسعيرة 1 (بها يتم دفع أدنى مبلغ و هو 480DA).
- أفضل تسعيرة لاستعارة 11 كتب هي التسعيرة 2 (بها يتم دفع أدنى مبلغ و هو 840DA).
- أفضل تسعيرة لاستعارة 15 كتب هي التسعيرة 3 (بها يتم دفع أدنى مبلغ و هو 920DA).

(2) كتابة المبالغ المدفوعة بدلالة x :

التسعيرة 1: $f(x) = 80x$
بكل عدد x (عدد الكتب المستعارة) نرفق العدد $80x$ (المبلغ المدفوع).
نقول إننا عرفنا **دالة خطية** f و نرمز لها بالرمز $f(x) = 80x$ أو $f : x \longmapsto 80x$.
نقول إن العدد $80x$ **صورة** العدد x بالدالة f.
أمثلة من الجدول:
- 480 هو صورة 6 بالدالة f و نكتب $f(6) = 480$.
- صورة 11 بالدالة f هي 880 أي $f(11) = 880$.
- صورة 15 بالدالة f هي 1200 أي $f(15) = 1200$.

التسعيرة 2: $g(x) = 40x + 400$
بكل عدد x (عدد الكتب المستعارة) نرفق العدد $40x + 400$ (المبلغ المدفوع).
نقول إننا عرفنا **دالة تآلفية** g و نرمز لها بالرمز $g(x) = 40x + 400$ أو $g : x \longmapsto 40x + 400$.
نقول إن العدد $40x + 400$ **صورة** العدد x بالدالة g.
أمثلة من الجدول:
- 640 هو صورة 6 بالدالة g و نكتب $g(6) = 640$.
- صورة 11 بالدالة g هي 840 أي $g(11) = 840$.
- صورة 15 بالدالة g هي 1000 أي $g(15) = 1000$.

التسعيرة 3: $h(x) = 920$
بكل عدد x (عدد الكتب المستعارة) نرفق العدد 920 (المبلغ المدفوع).
نقول إننا عرفنا **دالة ثابتة** h و نرمز لها بالرمز : $h(x) = 920$ أو $h : x \longmapsto 920$.
نقول إن العدد 920 **صورة** العدد x بالدالة h.

تعاريف: ليكن a و b عددين معلومين.
- $g : x \longmapsto ax + b$ تسمى **دالة تآلفية** و نكتب $g(x) = ax + b$ حيث a و b هما معاملا الدالة التآلفية.
- $f : x \longmapsto ax$ تسمى **دالة خطية** و نكتب $f(x) = ax$ حيث a هو معامل الدالة الخطية (معامل التناسبية).
- $h : x \longmapsto b$ تسمى **دالة ثابتة** و نكتب $h(x) = b$.

ملاحظات :
(1) الدالة الخطية هي دالة تآلفية حيث $b = 0$.
(2) الدالة الخطية تترجم وضعية تناسبية.
(3) الدالة الثابتة هي دالة تآلفية حيث $a = 0$.

تطبيق : من بين الدوال التالية، ما هي الخطية ؟ ما هي التآلفية ؟ و ما هي الثابتة ؟
(ا) $j(x) = 4 - 3x$ (ب) $k(x) = \sqrt{3}x$ (ج) $h(x) = 2x^2$
(د) $f : x \longmapsto -\frac{4}{5}x + 8$ (هـ) $m(x) = -\frac{6}{7}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1) السرعة المتوسطة

السرعة المتوسطة v تساوي حاصل قسمة المسافة d على الزمن t المستغرق لقطعها أي : $v = \frac{d}{t}$.

لدينا أيضا : $d = v \times t$ و $t = \frac{d}{v}$.

مثال : قطعت طائرة مسافة 1830km في 3 ساعات.

سرعتها المتوسطة هي : $v = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

السرعة المتوسطة تمثل **معامل تناسبية** المسافات مع المدد.

تطبيق 1

(1) يسير قطار بسرعة متوسطة قدرها 135km/h.
ما هي المسافة التي يقطعها خلال 45min ؟
(2) تسير سيارة بسرعة متوسطة تساوي 120km/h.
ما هي المدة التي تستغرقها لقطع 200km ؟
(3) تسير طائرة بسرعة متوسطة قدرها 800km/h.
ما هي المسافة التي تقطعها في 2h15min ؟
(4) يتنقل حلزون بسرعة متوسطة تساوي 8cm/min.
ما هي المدة التي تلزمه لقطع مسافة 2m ؟
(5) انطلق سباق دراجات على الساعة 15h15 و طول المسار هو 180km. كانت سرعة الفائز تساوي 40km/h.
ما هو وقت وصول الفائز في هذا السباق ؟

2) تحويل وحدات السرعة

$$45\,km/h = \frac{45\,km}{1\,h} = \frac{45000\,m}{3600\,s} = 12{,}5\,m/s$$

$$20\,m/s = \frac{20\,m}{1\,s} = \frac{20\,m \times 3600}{1\,s \times 3600} = \frac{72000\,m}{3600\,s} = \frac{72\,km}{1\,h} = 72\,km/h$$

تطبيق 2 أنجز التحويلات التالية :

90km/h = ... m/s	36km/h = ... m/s
3,2m/s = ... km/h	18m/s = ... km/h
54km/h = ... m/s	120km/h = ... m/s
45m/min = ... m/s	45km/min = ... m/s
10km/h = ... m/s	810km/h = ... m/s
30m/s = ... km/h	45m/s = ... km/h

3) النسبة المئوية

- تترجم النسبة المئوية وضعية تناسبية.
- يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب رابع متناسب.
- أخذ $p\%$ من مقدار x معناه حساب $\frac{p}{100} \times x$.
- إذا ارتفع مقدار x بنسبة $p\%$ ، نحصل على المقدار الجديد بالعلاقة $\left(1 + \frac{p}{100}\right) \times x$.
- إذا انخفض مقدار x بنسبة $p\%$ ، نحصل على المقدار الجديد بالعلاقة $\left(1 - \frac{p}{100}\right) \times x$.

مثال : في إحدى واجهات محل ملابس، عُلقت اللافتة :

تخفيض 30%

- أخذ 30% من x معناه حساب $f(x) = \frac{\cdots}{\cdots} \times x = \ldots\ldots x$
و هي دالة خطية.
- تخفيض x بـ 30% معناه حساب $g(x) = \left(1 - \frac{\cdots}{\cdots}\right) x = \ldots\ldots x$
و هي دالة خطية أيضا.

أتمم الجدول التالي :

السعر (DA)	1900	4250	3400	5000
قيمة التخفيض				
السعر بعد التخفيض				

تطبيق 3

(1) سعر سيارة 800000DA. انخفض سعرها بـ 5% ثم بـ 3%.
(ا) ما هو سعر السيارة بعد التخفيض الثاني ؟
(ب) هل نسبة التخفيض في الأخير هي 8% ؟
(ج) هل يبقى سعر السيارة ثابتا إذا نقص بـ 8% ثم زاد بـ 8%؟

(2) تمارين 9 إلى 11 صفحة 105.

4) المقادير المركبة

الكتلة الحجمية ρ هي حاصل قسمة كتلة جسم m على حجمه V و تقدر بـ g/cm^3 أو kg/m^3.

$\rho = \frac{m}{V}$

لدينا أيضا : $m = \rho \times V$ و $V = \frac{m}{\rho}$.

مثال : الكتلة الحجمية للذهب هي $19{,}3\,g/cm^3$ معناه أن $1\,cm^3$ من الذهب يزن 19,3g.
الكتلة الحجمية للنحاس هي $8{,}9\,g/cm^3$ معناه . . . . . .
. . . . . .

الاستطاعة الكهربائية p هي حاصل قسمة الطاقة الكهربائية E على الزمن t و تقدر بـ **Wh** (واط ساعي) أو **kWh** (كيلو واط ساعي).

$p = \frac{E}{t}$ لدينا أيضا : $E = p \times t$ و $t = \frac{E}{p}$.

مثال 1 : مصباح كهربائي استطاعته الكهربائية تساوي $p = 60\,W$ يشتغل لمدة $t = 5\,h$. يستهلك هذا المصباح طاقة كهربائية تساوي $E = p \times t = 60\,W \times 5\,h = 300\,Wh$ أي $E = 0{,}3\,kWh$.
إذا كان ثمن 1kWh هو 4,179DA فإن المبلغ المدفوع هو : $P = 0{,}3 \times 4{,}179 \approx 1{,}25DA$.

مثال 2 : تستهلك ثلاجة طاقة قدرها 400kWh في العام.
احسب استطاعة هذه الثلاجة.
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

التدفق D هو حاصل قسمة الحجم V على الزمن t و يقدر بـ L/s أو m^3/h.

$D = \frac{V}{t}$ لدينا أيضا : $V = D \times t$ و $t = \frac{V}{D}$.

مثال : يسيل من حنفية 210L من الماء في نصف ساعة.
تدفق هذه الحنفية هو : $D = \frac{V}{t} = \frac{210\,L}{30\,min} = 7\,L/min$.

تطبيق 4 مسائل 7 و 8 صفحة 107.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1 احسب و بسط النتيجة إن أمكن :
(1) $A=\frac{2}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{8}{3}$ (2) $B=\left(\sqrt{3}-7\right)^2$ (3) $C=\sqrt{50}+2\sqrt{18}$.

2 لتكن العبارة الحرفية : $A=(2x-3)^2-(2x-3)(x-2)$.
(1) انشر و بسط العبارة A. (2) حلل العبارة A.
(3) حُل المعادلة $A=0$. (4) احسب A من أجل $x=-2$.

3 (1) هل 682 و 496 أوليان فيما بينهما ؟ علل.
(2) احسب $\text{pgcd}(682;496)$. (3) اختزل الكسر $\frac{682}{496}$.

4 ABC مثلث قائم في A بحيث $AB=3,6\,\text{cm}$ و $AC=4,8\,\text{cm}$.
H المسقط العمودي للنقطة A على $[BC]$.
(1) برهن أن $AB^2=BH\times BC$. (2) احسب الطول BC.
(3) احسب قيس الزاوية $\widehat{ABC}$.
(4) أنشئ الدائرة المحيطة بالمثلث AHC ثم احسب محيطها. (5) عيّن على $[AB]$ النقطة B' بحيث $AB'=4,8\,\text{cm}$.
المستقيم الذي يشمل B' و يوازي (BC) يقطع (AC) في C'.
احسب الطول AC'.

5 ABC مثلث بحيث $AB=10,4\,\text{cm}$ ، $AC=9,6\,\text{cm}$ و $BC=4\,\text{cm}$.
(1) برهن أن المثلث ABC قائم.
(2) D نقطة من الضلع $[AB]$ بحيث $AD=7,8\,\text{cm}$.
الدائرة التي قطرها $[AD]$ تقطع $[AC]$ في E.
(أ) برهن نوع المثلث AED. (ب) بين أن $(DE)\ //\ (BC)$.
(3) احسب الطول DE.

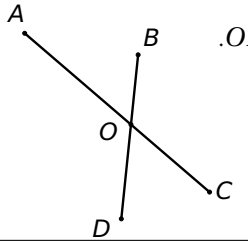
6
(1) حُل الجملة : $\begin{cases} x-3y=0 \\ x-y=4,5 \end{cases}$.
(2) ABC مثلث بحيث $AB=6\,\text{cm}$ و $BC=9\,\text{cm}$.
M نقطة من $[AB]$ بحيث $AM=2\,\text{cm}$.
المستقيم الذي يشمل M و يوازي (BC) يقطع $[AC]$ في N.
(أ) احسب الطول MN. (ب) احسب النسبة $\frac{AN}{AC}$.
(3) نفرض أن $NC=4,5\,\text{cm}$ و نضع $AN=y$ و $AC=x$.
(أ) بين أن $x-y=4,5$ و $x-3y=0$.
(ب) احسب الطولين AN و AC (يمكن الاستعانة بالسؤال الأول).

7 هل الجدول

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	$10+4\sqrt{6}$
$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	2

جدول تناسبية ؟

8 تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
$OA=85$ ؛ $OB=39$ ؛ $OC=51$ ؛ $OD=65$.



هل الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$
(1) متوازي الأضلاع ؟ علل.
(2) شبه منحرف ؟ علل.

9 $[AB]$ قطعة مستقيم طولها $9\,\text{cm}$.
جزئها إلى 7 أجزاء متقايسة بالمدور و المسطرة غير المدرجة.

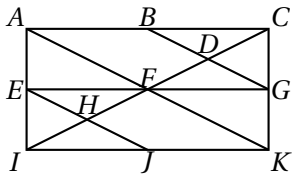
10 علم بدقة، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس، النقطتين $M(\cos 30°;\sin 30°)$ و $N(\cos 85°;\sin 85°)$.

11 $(\mathscr{C})$ دائرة مركزها O و P نقطة خارجها.
من النقطة P، ننشئ مماسين للدائرة $(\mathscr{C})$ في نقطتين A و B.
(1) برهن أن $PA=PB$. (2) برهن أن $[PO]$ منصف الزاوية $\widehat{APB}$.

12 حُل المعادلات التالية :
(أ) $\frac{4}{5}=\frac{a}{7,5}$ (ب) $\frac{9}{12}=\frac{6}{b}$ (ج) $\frac{c}{3}=\frac{4}{5}$ (د) $\frac{7}{d}=\frac{10,5}{15}$
(هـ) $\frac{4,8}{8,4}=\frac{x}{9,1}=\frac{y}{6,3}$ (و) $\frac{3,5}{t}=\frac{9,8}{12,6}=\frac{z}{18,9}$ (ز) $\frac{6,5}{15,6}=\frac{u}{8,4}=\frac{13}{v}$

13 عين نقطتين M و N بحيث :
(1) $\frac{NA}{NB}=\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{4}$
(2) $\frac{NA}{NB}=\frac{2}{4}$ ؛ $\frac{AM}{AB}=\frac{7}{6}$
(3) $\frac{NA}{NB}=\frac{3}{8}$ ؛ $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{5}$

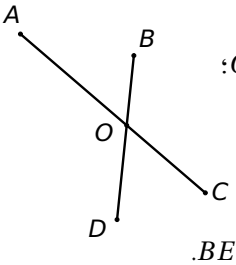
14 أتمم الفراغات بالاعتماد على الشكل :



$\overrightarrow{AB}=\cdots=\cdots=\cdots=\cdots=\ldots$
$\overrightarrow{FK}=\cdots=\cdots=\ldots$
$\overrightarrow{CD}=\cdots=\cdots=\ldots$
$\overrightarrow{IE}=\cdots=\cdots=\ldots$
$\overrightarrow{HC}=\ldots$

15 (1) اكتب كتابة علمية : $B=\frac{3,2\times10^{-3}\times5\times\left(10^2\right)^3}{4\times10^{-2}}$.
(2) احسب : $C=-4^2+10^3\times10^{-1}+(-3)^2\div(-1)^{2019}$.

16 تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
$OA=5$ ؛ $OB=3$ ؛ $OC=4$ ؛ $OD=3,75$ ؛ $BC=6$.



(1) برهن أن $(AD)\ //\ (BC)$.
(2) احسب الطول AD.
(3) لتكن E النقطة بحيث $E\in[CB]$ و $BE=7,5$.
(أ) بين أن $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BE}$. (ب) استنتج أن $(AE)\ //\ (DB)$.

17 احسب بأسرع طريقة :
(أ) 101^2 (ب) 102^2 (ج) 101×99 (د) 105×95
(هـ) 99^2 (و) 95^2 (ز) 105^2-95^2 (ح) 47^2-53^2

18 حُل المتراجحات التالية ثم مثل حلولها بيانيا :
(أ) $5x>8$ (ب) $7x<-3$ (ج) $-5x\geqslant9$ (د) $-4x\leqslant-12$
(هـ) $3x-7>x-3$ (و) $4x-3<9-2x$ (ز) $4-3x\leqslant4x+18$
(ح) $3x\geqslant24-\frac{x}{2}$ (ط) $\frac{3x-2}{4}>2$ (ي) $x\sqrt{2}-1\geqslant2x+3\sqrt{2}$

19 هل المثلث ABC حيث $AB=2-\sqrt{2}$ ؛ $AC=2\sqrt{3}$ ؛ $BC=2+\sqrt{2}$ قائم ؟ علل.

20 ABC مثلث كيفي. (1) عين النقطة E بحيث : $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{0}$.
(2) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.
(3) بين أن E منتصف $[AD]$.

21 (1) حدد الدالة الخطية h بحيث $h(3)=-18$.
(2) حدد الدالة التآلفية g بحيث $g(-1)=-5$ و $g(2)=7$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/