https://prof27math.weebly.com/

# 6 الدالة الخطية – الدالة التآلفية

## أتذكر الأهم:

### 16. الدالة الخطية

تعريف: $a$ عدد معطى. نعرف دالة خطية لما نرفق بكل عدد $x$ العدد $ax$ و نرمز: $x \mapsto ax$ . العدد $ax$ هو صورة العدد $x$ بـ و نكتب: $f(x) = ax$ .
يسمى العدد $a$ معامل الدالة الخطية .

التمثيل البياني لدالة خطية: التمثيل البياني للدالة الخطية $x \mapsto ax$ هو المستقيم الذي يمر من المبدأ و الذي معادلته: $y = ax$ . $a$ هو معامل توجيه المستقيم.

**مثال:** الدالة $x \mapsto 3x$ هي الدالة الخطية ذات المعامل 3 و تمثيلها البياني هو المستقيم ذو المعادلة $y = 3x$ . 3 هو معامل توجيه المستقيم.

### 17. الدالة التآلفية

تعريف: $a$ و $b$ عددان معلومان. نعرف دالة تآلفية لما نرفق بكل عدد $x$ العدد $ax + b$ . و نرمز: $x \mapsto ax + b$ . العدد $ax + b$ هو صورة العدد $x$ بـ و نكتب: $f(x) = ax + b$ . يسمى العدد $a$ معامل الدالة التآلفية .

التمثيل البياني لدالة تآلفية: التمثيل البياني للدالة التآلفية $x \mapsto ax + b$ هو المستقيم الذي معادلته: $y = ax + b$ . يسمى العدد $a$ معامل توجيه المستقيم و يسمى $b$ الترتيب عند المبدأ.

**مثال:** الدالة $x \mapsto -2x + 1$ هي الدالة التآلفية ذات المعامل $-2$ و تمثيلها البياني هو المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + 1$ . $-2$ هو معامل توجيه المستقيم.

### 18. النسب المئوية

* أخذ $t\%$ من $x$ هو حساب $\frac{t}{100}x$ . الدالة الخطية المرفقة هي الدالة: $x \mapsto \frac{t}{100}x$ .



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

*زيادة $x$ بـ $t\%$ هو حساب $\left(1+\frac{t}{100}\right)x$. الدالة الخطية المرفقة هي الدالة:

$$x \mapsto \left(1+\frac{t}{100}\right)x$$.

*خفض $x$ بـ $t\%$ هو حساب $\left(1-\frac{t}{100}\right)x$. الدالة الخطية المرفقة هي الدالة:

$$x \mapsto \left(1-\frac{t}{100}\right)x$$

## تمارين ومسائل

### أتدرب:

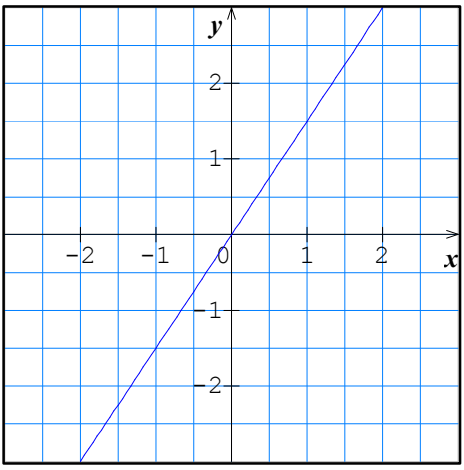
**التمرين1:** نعتبر الدالة الخطية: $x \mapsto 2x$ : .

1. عين صورة العدد $(-3)$.
2. عين العدد الذي صورته1.

**التمرين2:** عين معامل الدالة الخطية التي تحقق $(2) = -5$ ثم مثلها بيانيا.

**التمرين3:** التمثيل البياني المقابل هو لدالة خطية .

أجب عن الأسئلة التالية باستعمال التمثيل البياني.




1. عين صورة العدد $-1$.
2. عين العدد الذي صورته $\frac{3}{2}$.
3. أكمل الجدول التالي:

| $x$ | $-2$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|
| $(x)$ | | $-1$ | | $3$ |



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

أحسب $a$ معامل الدالة الخطية.

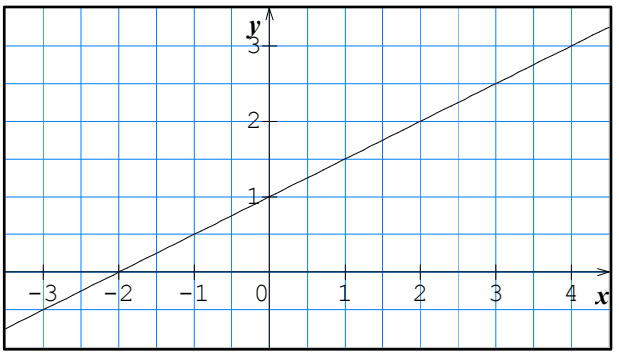
**التمرين4:** نعتبر الدالة التآلفية: $g : x \mapsto -2x + 5$.

1. عين صورة العدد 2 .ثم عين العدد الذي صورته $-2$.
2. ارسم التمثيل البياني للدالة $g$.

**التمرين5:** لتكن الدالة التآلفية التي تحقق: $(-1) = -5$ و $(2) = 4$.

عين عبارة الدالة التآلفية .

**التمرين6:** التمثيل البياني المقابل هو لدالة تآلفية . أجب عن الأسئلة التالية باستعمال التمثيل البياني.




1. عين صورة كل من $-3$ و $2$
2. عين العدد الذي صورته $\frac{5}{2}$.
3. أحسب $a$ معامل الدالة .

أعط العبارة الجبرية لـ .

**التمرين7:** لتكن الدالة التآلفية التي تحقق: $(1) = 1$ و $(2) = 5$.

عين عبارة الدالة التآلفية .

**التمرين8:** نعتبر الدالتين $g$ و $g$ حيث $x \mapsto -3x + 2$ و $g : x \mapsto 2x - 3$.

1. أرسم في معلم متعامد و متجانس المستقيمين $(D)$ و $(D')$ الممثلين للدالتين $g$ و $g$ على الترتيب.
2. حل بيانيا الجملة التالية: $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

**التمرين9:**



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

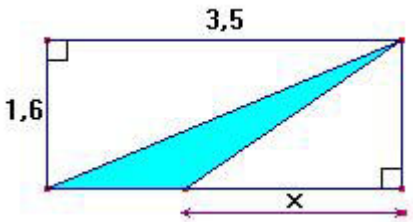
رفع تاجر ثمن سلعه بنسبة 9% . ثمن سلعة $x\ DA$ ليصبح ثمنها بعد الزيادة $y\ DA$ .

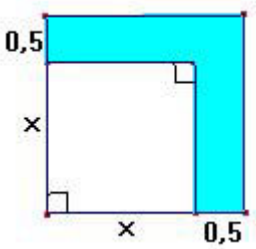
1. عبر عن $y$ بدلالة $x$ .
2. ثمن جهاز $A$ قبل الزيادة هو $217\,DA$ . ما هو ثمنه بعد الزيادة ؟
3. ثمن جهاز $B$ بعد الزيادة هو $545\,DA$ . ما هو ثمنه قبل الزيادة ؟

**التمرين10** خفض تاجر ثمن إحدى سلعه المقدر بـ $390\,DA$ مرتين متتاليتين الأولى بنسبة 10% و الثانية بنسبة 15% .

1. ما هو الثمن النهائي لهذه السلعة ؟
2. ما هي نسبة التخفيض الإجمالية ؟ ما هو رأيك ؟

**التمرين11** في كل حالة من الحالات التالية عبر عن $A(x)$ مساحة الجزء المظلل بدلالة $x$ .




## أنمي كفاءاتي:

**المسألة1:** المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ .

1. نعتبر الدالتين $g$ و $f$ حيث: $f:x\mapsto \frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$

و $g:x\mapsto -3x+9$ .

أ- أحسب $f(0)$ ، $g(0)$ ، $f(2)$ ، $g(2)$ .

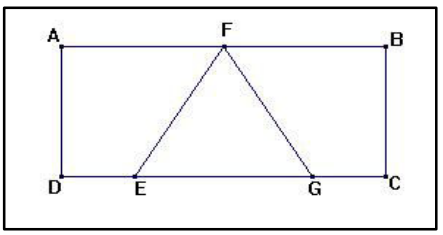
ب- عين العدد الذي صورته 5 بالدالة $g$ .

ت- أرسم التمثيلين البيانيين $(d_1)$ و $(d_2)$ للدالتين $f$ و $g$ على الترتيب.

2. $ABCD$ مستطيل حيث: $AB=6cm$ ، $AD=3cm$ ، $F$ منتصف $[AB]$ .

$E$ و $G$ نقطتان من $[DC]$ حيث: $DE=CG$ .

نضع $DE=x$ .






belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

أ- علما أن النقط $D$ ، $E$ ، $G$ ، $C$ تحافظ على هذا الترتيب حدد بين أي قيم يتغير $x$.

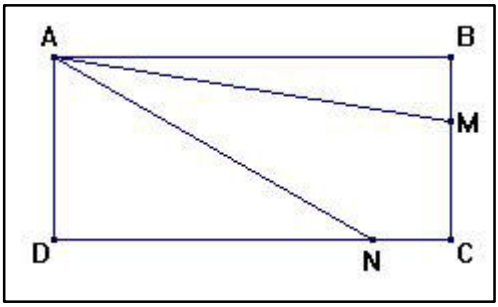
ب- أحسب بدلالة $x$ المساحات $A(x)$ ، $B(x)$ و $C(x)$ للمضلعات $EFG$ ، $AFED$ و $FBCG$ على الترتيب.

ت- عين بيانيا باستعمال السؤال الأول قيمة $x$ التي ينقسم من أجلها المستطيل $ABCD$ إلى 3 أجزاء لها نفس المساحة.

ث- تحقق من صحة النتيجة بالحساب.

**المسألة2:** $ABCD$ مستطيل حيث: $AB = 6cm$ ، $AD = 4cm$.

$M$ نقطة من $[BC]$ و $N$ نقطة من $[CD]$ حيث: $BM = CN = x$. أنظر الشكل المقابل




1. عبر بدلالة $x$ عن $A(x)$ مساحة المثلث $ABM$.
2. أحسب $DN$ بدلالة $x$ ثم بين أن مساحة المثلث $ADN$ هي $B(X) = -2x + 12$.
3. نعتبر الدالتين التآلفيتين $x \mapsto 3x$ : و $g : x \mapsto -2x + 12$

- أرسم التمثيلين البيانيين $(d_1)$ و $(d_2)$ للدالتين و $g$ على الترتيب.
- عين إحداثيات نقطة تقاطع $(d_1)$ و $(d_2)$.
- عين قيمة $x$ التي يكون من أجلها $A(x) = B(x)$. برر الإجابة ثم أحسب من أجل القيمة المحصل عليها مساحة الرباعي $AMCN$.

## حلول التمارين و المسائل

**حل التمرين1**

1. لدينا $-6 = 2(-3)$ . إذن صورة العدد $(-3)$ هي العدد $(-6)$.
2. العدد الذي صورته 1 هو العدد $x$ الذي يحقق $2x = 1$ أي $x = 0,5$.

**حل التمرين2**

بما أن دالة خطية فإن $x \mapsto ax$ :

أو بصيغة أخرى $(x) = ax$ .



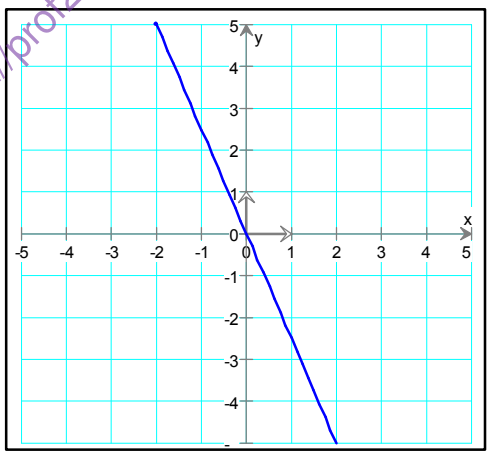
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

$(2)=-5$ يعني $2\times a=-5$ أي $a=-\frac{5}{2}$

ومنه معامل الدالة الخطية هو $-\frac{5}{2}$.

لرسم المستقيم الممثل للدالة الخطية يكفي، إضافة إلى المبدأ، رسم نقطة ثانية و هي مثلا النقطة $(2;-5)$ لأن $(2)=-5$ .




**حل التمرين3**

1. صورة العدد $-1$ هو العدد $-\frac{3}{2}$. لدينا هكذا $(-1)=-\frac{3}{2}$ .

2. العدد الذي صورته $\frac{3}{2}$ هو العدد 1. لدينا هكذا $(1)=\frac{3}{2}$ .

3. $(-2)=-3$ ، $(2)=3$

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $(x)$ | $-3$ | $-1,5$ | $1,5$ | $3$ |

4. معامل الدالة الخطية هو معامل التناسبية و لدينا مثلا:

$a=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}$ أي $a=\frac{3-1,5}{1}$ و هكذا نجد أن $a=1,5$.

**حل التمرين4**

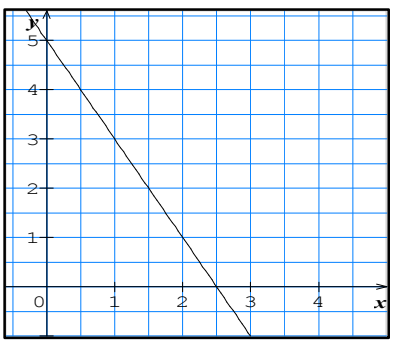
1. $g(2)=-2(2)+5$

2. و منه $g(2)=1$.

إذن صورة 2 هي 1. العدد الذي صورته $-2$ هو العدد $x$ الذي يحقق $g(x)=-2$ أي

$-2x+5=-2$ وهذا يعني $-2x=-7$

أي $x=\frac{7}{2}$.






belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

3. انظر الرسم المقابل.

**حل التمرين5**

بما أن دالة تآلفية فإن $f(x)=ax+b$ . نعلم أن معامل توجيهها هو نفسه معامل التناسبية و هكذا يكون لدينا: $a=\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}$ و منه

$$a=\frac{4-(-5)}{3}=\frac{9}{3}$$

إذن $a=3$. $f(2)=4$ يعني $3(2)+b=4$ أي $b=4-6$ ومنه $b=-2$.

نجد هكذا أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية هي: $f(x)=3x-2$ .

**حل التمرين6**

1. نقرا من التمثيل البياني أن: $f(-3)=-\frac{1}{2}$ و أن $f(2)=2$ .

2. نقرأ من التمثيل البياني أن العدد الذي صورته $\frac{5}{2}$ هو 3.

3. لدينا مثلا: $f(-2)=0$ و $f(0)=1$ و منه: $a=\frac{f(0)-f(-2)}{0-(-2)}$ أي $a=\frac{1-0}{2}$

و بالتالي $a=\frac{1}{2}$. معامل توجيه الدالة هو $\frac{1}{2}$.

4. نعلم أن $b$ هو الترتيب عند المبدأ و بما أن $f(0)=1$ فإن $b=1$.

العبارة الجبرية للدالة هي إذن: $f(x)=\frac{1}{2}x+1$ .

**حل التمرين7**

بما أن دالة تآلفية فإن $f(x)=ax+b$ .

لدينا $\begin{cases}f(1)=1\\f(2)=5\end{cases}$ يعني $\begin{cases}a+b=1\\2a+b=5\end{cases}$ نحصل هكذا على جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين $a$ و $b$ و لنستعمل مثلا طريقة الجمع لحلها و من أجل ذلك نقوم بضرب طرفي المعادلة الأولى في $(-1)$ لنحصل على $\begin{cases}-a-b=-1\\2a+b=5\end{cases}$

بالجمع طرف لطرف نجد: $a=4$ ثم بالتعويض مثلا في العادلة الأولى نحصل على $4+b=1$ أي $b=-3$.

العبارة الجبرية للدالة هي إذن: $f(x)=4x-3$ .



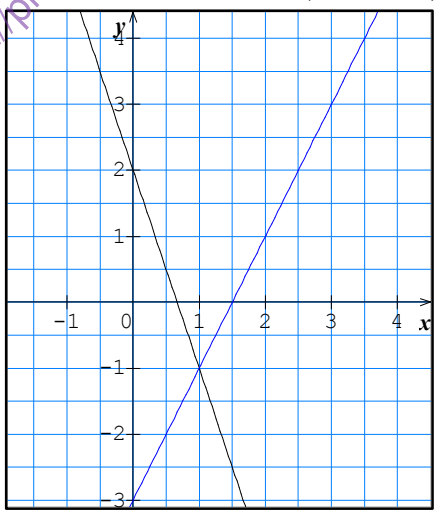
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

**حل التمرين8**

1. يكفي تعيين نقطتين لرسم المستقيم $(D)$

لدينا مثلا $f(0)=2$ و $f(0,5)=0,5$ و منه يمر المستقيم $(D)$ من النقطتين $(0;2)$ و $(-0,5;0,5)$.




نفس الشيء بالنسبة للمستقيم $(D')$ فهو مثلا يمر من النقطتين $(0;-3)$ و $(2;1)$ لأن $g(0)=-3$ و $g(2)=1$.

2. نلاحظ ان الجملة المقترحة يمكن كتابتها على الشكل التالي: $\begin{cases} y=-3x+2 \\ y=2x-3 \end{cases}$ و بالتالي فإن حل هذه الجملة هي إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين $(D)$ و $(D')$.

نقرأ من التمثيلين البيانيين أن المستقيمين $(D)$ و $(D')$ يتقاطعان في النقطة $(1;-1)$.

الحل الوحيد للجملة هو إذن $(1;-1)$.

**حل التمرين9**

1. بما أن نسبة الزيادة هي 9% فإن الزيادة هي $\frac{9}{100}x$ و هكذا يكون

لدينا: $y=x+\frac{9}{100}x$

$y=x+0,09x$

و بالتالي: $y=1,09x$

2. في هذه الحالة لدينا $x=217$ و منه $y=1,09\times 217$ أي $y=236,53$.

و بالتالي ثمن الجهاز $A$ بعد الزيادة هو $236,53DA$.

3. في هذه الحالة لدينا $y=545$ و منه $545=1,09x$ أي $x=\frac{545}{1,09}=500$

و بالتالي ثمن الجهاز $B$ قبل الزيادة هو $500DA$.

**حل التمرين10**

1. إذا رمزنا إلى ثمن السلعة بعد لتخفيض الأول بـ $P_1$ و إلى ثمنها بعد التخفيض الثاني بـ $P_2$. بما أن نسبة التخفيض في المرة الأولى هي 10%



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

يكون لدينا: $P_1 = \left(1-\frac{10}{100}\right)390$ أي $P_1 = 0,9\times 390$ و منه $P_1 = 351DA$.

و بما أن نسبة التخفيض في المرة الثانية هي $15\%$ يكون لدينا: $P_2 = \left(1-\frac{15}{100}\right)P_1$

و هذا يعني $P_2 = 0,85\times 351$. و بالتالي: $298,35DA$.

2. إذا رمزنا إلى نسبة التخفيض الإجمالية بالرمز $x$ يكون لدينا:

$298,35 = \left(1-\frac{x}{10}\right)390$ أي $\frac{298,35}{390} = 1-\frac{x}{100}$ و بالتالي $1-\frac{298,35}{390} = \frac{x}{100}$

أي $x = 100\left(1-\frac{298,35}{390}\right)$ و منه $x = 23,5$.

إذن نسبة التخفيض الإجمالية هي $23,5\%$.

نلاحظ أن $23,5\% \neq 10\% + 15\%$.

## حل التمرين11

- بالنسبة للشكل الأول لدينا:

$$A(x) = (x+0,5)^2 - x^2$$
$$A(x) = x^2 + x + 0,25 - x^2$$
$$A(x) = x + 0.25$$

- بالنسبة للشكل الثاني لدينا:

$$A(x) = \frac{1,6\times 3,6}{2} - \frac{1,6\times x}{2}$$
$$A(x) = 0,8\times 3,6 - 0,8\times x$$
$$A(x) = -0,8x + 2,88$$

## حل المسألة 1

1. $x \mapsto \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ : و $g : x \mapsto -3x + 9$

أ- $(0) = \frac{9}{2}$ ، $g(0) = 9$ ، $(2) = \frac{15}{2}$ ، $g(2) = 3$.

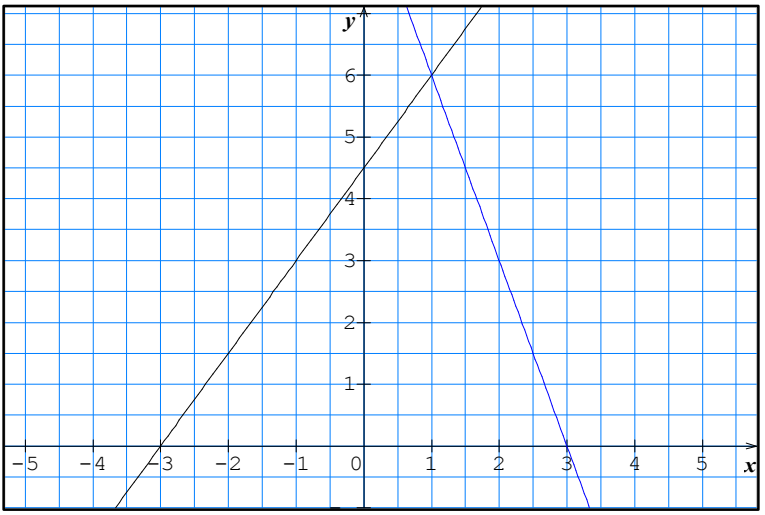
ب- $g(x) = 5$ يعني $-3x + 9 = 5$. نجد $x = \frac{4}{3}$.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

ت-




2. علما أن النقط $D$ ، $E$ ، $G$ ، $C$ تحافظ على هذا الترتيب يكون لدينا:

أ- العدد $x$ يتغير بين القيمتين 0 و 3 أي $0 \le x \le 3$.

ب- لدينا: $A(x) = \dfrac{3 \times (6-2x)}{2}$ أي $A(x) = -3x + 9$ و لدينا:

$B(x) = \dfrac{(3+x) \times 3}{2}$ أي $B(x) = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{9}{2}$. و نلاحظ أن $C(x) = B(x)$.

ت- نلاحظ أن $A(x) = g(x)$ و أن $C(x) = B(x) = f(x)$ و بالتالي يكون لدينا $A(x) = B(x) = C(x)$ من أجل $x = 1$ فاصلة نقطة تقاطع $(d_1)$ و $(d_2)$.

ث- بالنسبة للتحقق نقترح طريقتين:

* الطريقة الأولى: $C(x) = B(x) = f(x)$ يعني $-3x + 9 = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{9}{2}$ أي

$-6x + 18 = 3x + 9$ و هكذا نجد $-9x = -9$ أي $x = 1$.

* الطريقة الثانية: مساحة المستطيل هي $6 \times 3 = 18$ و بالتالي فإن ثلثها هو 6 و هكذا يكون لدينا: $-3x + 9 = 6$ أي $-3x = -3$ و منه $x = 1$.

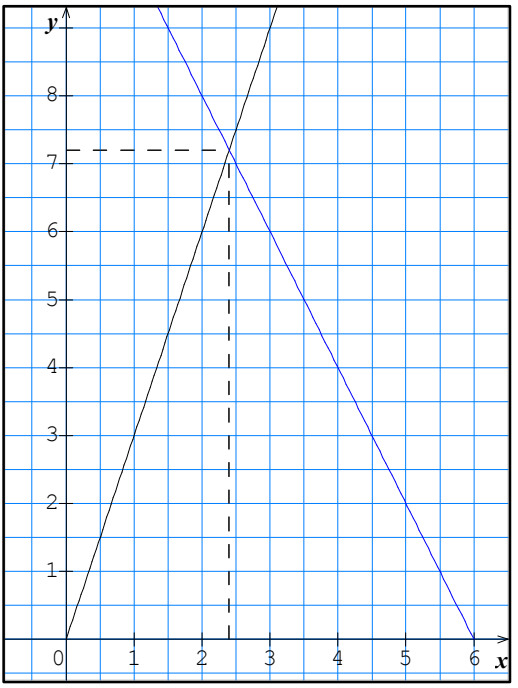


belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

## حل المسألة 2

1. $A(x)=\frac{6\times x}{2}$ و منه $A(x)=3x$




2. النقط $D$ ، $N$ و $C$ في استقامية
و منه:
$DN=DC-NC$ أي $DN=6-x$
و منه
$B(x)=\frac{4\times(6-x)}{2}$ أي
$B(x)=12-2x$

3. • أنظر الشكل المقابل
• الفاصلة $x$ لنقطة التقاطع تحقق
$(x)=g(x)$ أي $3x=-2x+12$
و منه $x=\frac{12}{5}$ ثم بالتعويض مثلا في $(x)$
نجد أن ترتيب نقطة التقاطع هي $y=\frac{36}{5}$
إذن نقطة التقاطع هي $\left(\frac{12}{5};\frac{36}{5}\right)$.

• $A(x)=B(x)$ يعني $(x)=g(x)$ أي $x=\frac{12}{5}$.

لتكن $C(x)$ مساحة الرباعي $AMCN$. لدينا: $C(x)=24-(3x)-(-2x+12)$
نجد $C(x)=-x+12$ و من أجل $x=\frac{12}{5}$ يكون لديانا $C(x)=\frac{48}{5}=9,6cm^2$.



belhocine : https://prof27math.weebly.com/