الدَّرسُ الـ 4

المعادلاتُ و المتراجحاتُ من الدّرجة الأولى بمجهول واحدٍ

1 ـ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1.1 تعريف

نسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل معادلة من الشكل $ax+b=0$ حيث $a\neq 0$ و b عدد حقيقي.

مثال

المعادلات الآتية هي معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

$\sqrt{2}x+1-\sqrt{3}=0$ ، $3x+\sqrt{2}=0$ ، $-\frac{1}{2}x=0$ ، $2x+3=0$

1.2 حل معادلة من الدرجة الأولى

نعتبر المعادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x التالية $ax+b=0$ مع $a\neq 0$ و b عدد حقيقي بإضافة $-b$ إلى طرفي المعادلة $ax+b=0$ نحصل على $ax=-b$ و بقسمة الطرفين على a نجد $x=\frac{-b}{a}$، العدد $\frac{-b}{a}$ هو الحل الوحيد للمعادلة $ax+b=0$

مثال

حل المعادلتين الآتيتين

1) $2x-3=0$ ، 2) $-\sqrt{2}x-2\sqrt{2}=0$

الحل

1) من المعادلة $2x-3=0$ نستنتج $2x=3$

و بالقسمة على 2 نجد $x=\frac{3}{2}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

إذن $\frac{3}{2}$ هو الحل الوحيد للمعادلة $2x-3=0$

2) بإضافة $2\sqrt{2}$ إلى طرفي المعادلة $-\sqrt{2}x-2\sqrt{2}=0$ نجد

$-\sqrt{2}x=2\sqrt{2}$ و بالقسمة على $-\sqrt{2}$ نجد $x=\frac{2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}=-2$

تمرين تدريبي

حل المعادلات التالية

1) $2x+3=-x-4$

2) $2(5x-1)=20-2x$

3) $\frac{5}{6}x-1+\frac{x}{2}=x+3$

الحل

1) نجعل طرف المعادلة الأيمن صفر اي

$2x+3+x+4=0$ بالتبسيط نجد $3x+7=0$ و منه $x=\frac{-7}{3}$

إذن للمعادلة حل وحيد هو $\frac{-7}{3}$

2) المعادلة $2(5x-1)=20-2x$ تصبح $10x-2=20-2x$

و بجعل طرفها الأيمن صفر نجد $10x-2-20+2x=0$

اي $12x-22=0$ و منه $x=\frac{22}{12}=\frac{11}{6}$

3) نجعل طرفها الأيمن صفر اي $\frac{5}{6}x-1+\frac{x}{2}-x-3=0$

بالتبسيط نجد $x-4=0$ اي $\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}-1\right)x-4=0$ اي $\left(\frac{5+3-6}{2}\right)x-4=0$

و منه $x=4$ إذن للمعادلة حل وحيد هو $x=4$

2 - معادلة جداء معدوم

2 . 1 تعريف

نسمي كل معادلة من الشكل

$(ax+b)(cx+d)=0$ معادلة جداء معدوم

حيث a ، b ، c ، d اعداد حقيقية .

مثال

$x(2x+4)=0$ ، $(2x+1)(-x+3)=0$ هما معادلتان جداء معدوم

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

بما أن مجموع أعمار الأولاد يساوي 41 فإننا نكتب
$x+(x+3)+2x+(2x+2)=41$ بالتبسيط نجد
$6x+5=41$ ومنه نستنتج $6x-36=0$ إذن $x=6$ بالتالي
عمر موسى 6 سنوات
عمر يونس 9 سنوات
عمر زكريا هو 12 سنة
عمر مريم 14 سنة

تمرين تدريبي 2

. أوجد أربع أعداد طبيعية متتالية مجموعها يساوي 30

الحل

نفرض أن x هو العدد الأول و بالتالي الأعداد الثلاثة الأخرى هي
$x+1$ ، $x+2$ ، $x+3$ بما أن المجموع يساوي 30 فإننا نكتب
$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=30$
بالتبسيط نجد $4x+6=30$ اي ،
$4x=24$ ومنه $x=6$
إذن الأعداد الأربعة المتتالية هي 6 , 7 , 8 , 9

4 ـ المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

4.1 تعريف

نسمى متراجحة من الدرجة الأولى كل متراجحة من الشكل
$ax\leq b$ او $ax<b$ او $ax\geq b$ او $ax>b$
مع $a\neq 0$ و b عدد حقيقي .

مثال

1) المتراجحة $2x+3\geq -3x+2$ تعني $2x+3x\geq 2-3$ اي $5x\geq -1$

2) المتراجحة $\frac{1}{2}x-3(-\frac{2}{3}x+1<3+1$ تعنى $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<4$ اي $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)x<4$

بالتبسيط نجد $\frac{7}{6}x<4$

4.2 حل متراجحة

حل متراجحة هو إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول التي تجعل المتباينة صحيحة .
هذه القيم تسمى حلول المتراجحة .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

مثال

حل المتراجحة $2(x-1)\langle -5x+3$

الحل

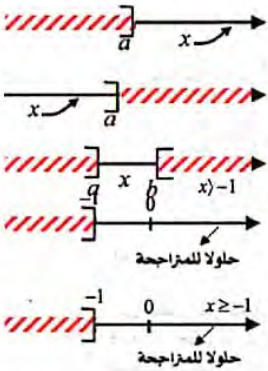
المتراجحة $2(x-1)\langle -5x+3$ تعني $2x-2\langle -5x+3$ بالتبسيط نجد $2+3\rangle 2x+5$ اي $7x\langle 5$

بالقسمة على 7 نجد $x\langle \frac{5}{7}$

اذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x الأقل تماما من $\frac{5}{7}$

تمثيل حلول متراجحة على مستقيم عددي

- حلول المتراجحة $x\rangle a$ هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج .
- حلول المتراجحة $x\leq a$ هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج .
- لاحظ ان a هو حل للمتراجحة لأن $a\leq a$ صحيحة
- المتراجحة المزدوجة $a\leq x\leq b$ تعني $x\leq b$ و $x\geq a$.



مثال

1) حلول المتراجحة $x\rangle -1$ هي الجزء الغير مشطب من المستقيم المدرج .لاحظ ان -1 ليس حلا للمتراجحة لأن $-1\rangle -1$ خاطئة

2) حلول المتراجحة $x\geq 1$ هي الجزء الغير مشطب من المستقيم المدرج لاحظ ان -1 حلا للمتراجحة لأن $-1\geq -1$ صحيحة

ملاحظة

عندما نضرب او نقسم طرفي متباينة في او على عدد حقيقي موجب و غير معدوم لا تتغير جهة المتباينة اي $\begin{pmatrix} a\leq b \\ c\rangle 0 \end{pmatrix}$ وتعني $\begin{pmatrix} ac\leq bc \\ c\rangle 0 \end{pmatrix}$

عندما نضرب او نقسم طرفي متباينة في او على عدد حقيقي سالب و غير معدوم تتغير جهة المتباينة اي $\begin{pmatrix} a\leq b \\ c\langle 0 \end{pmatrix}$ وتعني $\begin{pmatrix} ac\geq bc \\ c\langle 0 \end{pmatrix}$

تمرين تطبيقي

حل المتراجحتين $\frac{3}{5}x-\frac{2-x}{3}\leq x$ و $-x+12\leq 3x+32$ ثم مثل الحلول على مستقيم مدرج

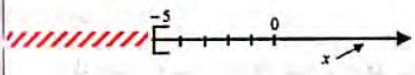
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) نحل المتراجحة $-x+12 \leq 3x+32$

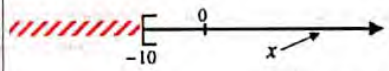
ننقل المجاهيل إلى طرف و المعالم إلى طرف فنحصل على $-x-3x \leq -12+32$ و بالتبسيط نجد

$-4x \leq 20$ و بقسمة الطرفين على -4 نحصل



على $\frac{(-4)x}{(-4)} \geq \frac{20}{-4}$

و منه نجد $x \geq -5$ إذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x الأكبر أو يساوي -5 و التمثيل البياني لها هي الجزء الغير مشطب



2) المتراجحة $\frac{3}{5}x - \frac{2-x}{3} \leq x$ تصبح:

$\frac{3}{5}x - \frac{2}{3} + \frac{x}{3} \leq x$ ننقل المجاهيل إلى طرف والمعالم إلى طرف فنحصل على

$\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - 1\right)x \leq \frac{2}{3}$ اي $\frac{-1}{15}x \leq \frac{2}{3}$ بضرب طرفي المتراجحة في (-15) نجد

$(-15)\left(\frac{-1}{15}x\right) \geq \frac{2}{3}(-15)$ اي $x \geq -10$

إذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x اكبر او يساوي -10

التمثيل البياني لهذه الحلول هي الجزء الغير مشطوب على المستقيم المدرج .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

حل المعادلات الآتية

ا) $(2-x)(3x-1)=0$ ، ب) $2(3x-5)=0$

جـ) $3x(2x+1)=0$ ، د) $\left(\frac{x}{3}-1\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$

الحل

ا) $(2-x)(3x-1)=0$ تعني $(2-x)=0$ او $(3x-1)=0$ اي $(x=2)$ او $x=\frac{1}{3}$

إذن للمعادلة حلان هما 2 و $\frac{1}{3}$

ب) $2(3x-5)=0$ تعني $(3x-5)=0$ لأن $2\neq 0$

$(3x-5)=0$ تعني $x=\frac{5}{3}$ إذن للمعادلة حل وحيد هو $\frac{5}{3}$

جـ) $3x(2x+1)=0$ تعني $3x=0$ أو $(2x+1)=0$

$3x=0$ يعني $(x=0)$ لأن $(3\neq 0)$

$(2x+1)=0$ تعني $x=-\frac{1}{2}$ إذن للمعادلة حلان هما 0 و $-\frac{1}{2}$

د) $\left(\frac{x}{3}-1\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$ تعني $\left(x+\sqrt{2}\right)=0$ او $\left(\frac{x}{3}-1\right)=0$

اي $\left(x=-\sqrt{2}\right)$ او $(x=3)$

إذن للمعادلة حلان هما $-\sqrt{2}$ و 3

تطبيق 2

نعتبر المعادلة ذات المجهول x الآتية

$2a+x=3x-5$ مع a عدد حقيقي

1) عين قيمة a بحيث 1 حل للمعادلة المعطاة .

2) عين قيمة a بحيث -2 حل للمعادلة المعطاة .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) العدد 1 حل للمعادلة معناه أن $2a+1=3-5$ اي $2a=-3$ و منه $a=-\frac{3}{2}$

إذن قيمة a المطلوبة هي $-\frac{3}{2}$

2) العدد -2 حل للمعادلة معناه أن $2a-2=-6-5$ اي $2a=-9$ و منه $a=\frac{-9}{2}$

إذن قيمة a المطلوبة هي $\frac{-9}{2}$

تطبيق 3

1) حلل العبارات الآتية

ا) x^2+6x+9 ، ب) $2x^2-\frac{5}{3}x$ ، ج) $3x^2-\frac{5x}{7}$

2) حل المعادلات الآتية

ا) $x^2+6x+9=0$ ، ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=0$ ، ج) $3x^2-\frac{5}{7}x=0$

الحل

1) ا) $x^2+6x+9=x^2+2(x)(3)+3=(x+3)^2$

ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=2\times x\times x-\frac{5}{3}x=x\left(2x-\frac{5}{3}\right)$

ج) $3x^2-\frac{5}{7}x=x\left(3x-\frac{5}{7}\right)$

2) ا) $x^2+6x+9=0$ تعني $(x+3)^2=0$

تعني $x+3=0$ ومنه $x=-3$

إذن للمعادلة حل وحيد هو -3

ب) $2x^2-\frac{5}{3}x=0$ و تعني $x\left(2x-\frac{5}{3}\right)=0$

تعني $x=0$ او $\left(2x-\frac{5}{3}=0\right)$ ومنه $x=0$ او $x=\frac{5}{6}$

إذن للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{5}{6}$

ج) $3x^2-\frac{5}{7}x=0$ تعني $x\left(3x-\frac{5}{7}\right)=0$ تعني $(x=0)$ او $3x-\frac{5}{7}=0$

و تعني $(x=0)$ أو $x=\frac{5}{21}$ إذن للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{5}{21}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 4

أوجد عددين طبيعيين متتاليين بحيث فرق مربعهما يساوي 9 .

الحل

ليكن x عدد طبيعي
العددان x و $x+1$ طبيعيان و متتاليان الفرق بين مربعهما يساوي 9 يعني ان
$(x+1)^2-x^2=9$ بعد النشر نجد $x^2+2x+1-x^2=9$
اي $2x+1=9$ و منه $2x=8$ و منه $x=4$ إذن العددان المطلوبان هما 4 و 5

تطبيق 5

1) انشر و بسط العبارتين الآتيتين
أ) $(5x-4)(3x+2)$ ، ب) $(2x-3)(7x+1)$
2) حل المعادلتين
أ) $15x^2-2x-8=0$ ، ب) $14x^2-x=3(6x+1)$

الحل

1) أ) $(5x-4)(3x+2)=15x^2+10x-12x-8=15x^2-2x-8$
ب) $(2x-3)(7x+1)=14x^2+2x-21x-3=14x^2-19x-3$
2) أ) المعادلة $15x^2-2x-8=0$ تصبح $(5x-4)(3x+2)=0$
$(5x-4)(3x+2)=0$ تعني $(5x-4=0)$ او $(3x+2=0)$ تعني $x=\frac{5}{4}$ او $x=-\frac{2}{3}$ إذن
المعادلة حلان هما $\frac{5}{4}$ و $\frac{-2}{3}$
ب) المعادلة $14x^2-x=3(6x+1)$ تصبح $14x^2-x-18x-3=0$ و بالتبسيط نجد
$14x^2-19x-3=0$ تعني $(2x-3)(7x+1)=0$
و تعني $(2x-3)=0$ او $(7x+1)=0$ ومنه $x=\frac{-1}{7}$ او $x=\frac{3}{2}$
إذن المعادلة حلان هما $\frac{-1}{7}$ و $\frac{3}{2}$

تطبيق 6

1) بين ان $3x^2-12x+9=(2x-3)^2-x^2$
2) A و B عبارتان جبريتان حيث
$A=3x^2-12x+9$ و $B=(2x-3)^2-(x-2)(2x-3)$
أ) حلل العبارتين A و B
ب) حل المعادلات $A=0$ و $B=0$ و $A=B$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) نعلم ان
$(2x-3)^2=(2x)^2-2(2x)(3)+3^2=4x^2-12x+9$ إذن
$(2x-3)^2-x^2=4x^2-12x+9-x^2=3x^2-12x+9$

2) أ) تحليل العبارة A
$A=3x^2-12x+9=(2x-3)^2-x^2=(2x-3-x)(2x-3+x)$
$=(x-3)(3x-3)=3(x-3)(x-1)$

تحليل العبارة B
$B=(2x-3)^2-(x-2)(2x-3)=(2x-3)[2x-3-(x-2)]$
$=(2x-3)[2x-3-x+2]=(2x-3)(x-1)$

ب) حل المعادلة $A=0$
$A=0$ تعني $3(x-3)(x-1)=0$
تعني $(x-1)=0$ او $3(x-3)=0$ و تعني $x-1=0$ او $(x-3)=0$ لأن $3\neq 0$
ومنه $x=1$ او $x=3$
إذن للمعادلة $A=0$ حلان هما 1 و 3

- حل المعادلة $B=0$
$B=0$ تعني $(2x-3)(x-1)=0$ و تعني $(x-1)=0$ او $(2x-3)=0$
ومنه $x=1$ او $x=\frac{2}{3}$

إذن للمعادلة $B=0$ حلان هما 1 و $\frac{3}{2}$

- حل المعادلة $A=B$
$A=B$ تعني $3(x-3)(x-1)=(2x-3)(x-1)$
تعني $3(x-3)(x-1)-(2x-3)(x-1)=0$
تعني $(x-1)[3(x-3)-(2x-3)]=0$
تعني $(x-1)[3x-9-2x+3]=0$
تعني $(x-1)(x-6)=0$
تعني $(x-1)=0$ او $(x-6)=0$
ومنه $(x=1)$ او $(x=6)$ إذن للمعادلة $A=B$ حلان هما 1 و 6

تطبيق 7

B عبارة جبرية حيث $B=(3x-1)(2x-5)-(9x^2-1)$
1) بين ان $B=-3x^2-17x+6$
2) احسب قيمة B من اجل $x=\frac{1}{3}$ و $x=-6$
3) حلل $9x^2-1$ ثم حلل العبارة B
4) استنتج حلول المعادلة $B=0$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) $(3x-1)(2x-5)=6x^2-15x-2x+5=6x^2-17x+5$
اذن $B=(3x-1)(2x-5)-(9x^2-1)=6x^2-17x+5-9x^2+1=-3x^2-17x+6$

2) من اجل $x=\frac{1}{3}$ نجد

$$B=\left(3\times\frac{1}{3}-1\right)\left(2\times\frac{1}{3}-5\right)-\left[9\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-1\right]=(1-1)\left(\frac{2}{3}-5\right)-\left(9\times\frac{1}{9}-1\right)$$
$$=0\times\left(\frac{2-15}{3}\right)-(1-1)=0-0=0$$

من اجل $x=-6$ نجد
$B=-3(-6)^2-17(-6)+6=-3\times36+102+6=-108+108=0$

3) تحليل $9x^2-1$
$9x^2-1=(3x)^2-1^2=(3x-1)(3x+1)$
تحليل B
$B=(3x-1)(2x-5)-(3x-1)(3x+1)=(3x-1)[(2x-5)-(3x+1)]$
$=(3x-1)(2x-5-3x-1)=(3x-1)(-x-6)$

4) استنتاج حلول المعادلة $B=0$
$B=0$ تعني $(3x-1)(-x-6)=0$ وتعني $(3x-1)=0$ او $(-x-6)=0$
ومنه $(x=-6)$ او $\left(x=\frac{1}{3}\right)$ إذن للمعادلة $B=0$ حلان -6 و $\frac{1}{3}$

تطبيق 8

1) حلل العبارتين A و B حيث $A=5x-10$ و $B=x^2-16$
2) اوجد حلول المعادلتين
ا) $(x^2-16)+(3x-2)(x-4)=0$ ب) $(x^2-4)+(5x-10)=0$

الحل

1) $A=5x-5\times2=5(x-2)$
$B=x^2-16=x^2-4^2=(x-4)(x+4)$

2) ا) $(x^2-16)+(3x+2)(x-4)=(x-4)(x+4)+(3x+2)(x-4)$
$=(x-4)[x+4+3x+2]=[x-4][4x+6]$
اذن المعادلة المعطاة تصبح $(x-4)(4x+6)=0$ و منه نستنتج $(x-4)=0$ او $(4x+6)=0$ اي
$x=4$ او $x=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$
اذن المعادلة حلان هما $\frac{-3}{2}$ و 4

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

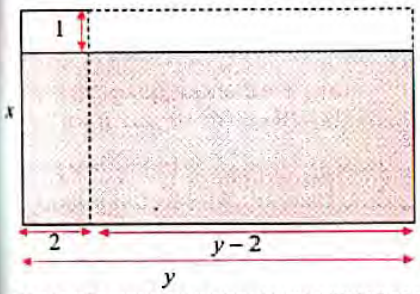
ب) $(x^2-4)+(5x-10)=(x-2)(x+2)+5(x-2)$
$=(x-2)[x+2+5]=(x-2)(x+7)$
إذن المعادلة المعطاة تصبح $(x-2)(x+7)=0$
و منه نستنتج $(x-2)=0$ او $(x+7)=0$ اي $(x=-7)$ او $(x=2)$
إذن للمعادلة المعطاة حلان هما -7 و 2

تطبيق 9

R مستطيل يزيد طوله عن عرضه بـ $1m$ و مساحته $42m^2$ إذا نقص من طوله $2m$ و زاد عرضه بـ $1m$ نقصت مساحته بـ $7m^2$
. ماهو طوله و ما هو عرضه ؟

الحل

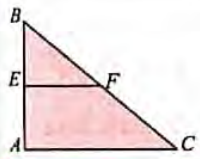
نرمز بـ xm إلى عرض المستطيل و ym إلى طوله إذن $y=x+1$ .....(1)
مساحة المستطيل الذي بعداه
$(x+1)$ و $(y-2)$ هي $(x+1)(y-2)$
مساحة المستطيل R هي xy
إذن $xy-(x+1)(y-2)=7$
بالنشر و التبسيط نجد
$xy-(xy-2x+y-2)-7=0$
اي $2x-y-5=0$ .....(2)
نعوض عبارة y في المساواة 2 نجد
$2x-(x+1)-5=0$ اي $x-6=0$
و منه $x=6$ إذن $y=6+1=7$
إذن بعدا المستطيل R هما 6 و 7



تطبيق 10

ABC مثلث قائم في A حيث $AB=6$ و $AC=8$ وحدة الطول هي cm
لتكن F نقطة من القطعة $[BC]$ حيث $CF=x$
المستقيم الذي يشمل F و يوازي (AC) يقطع (AB) في E
1) عبر عن الطول BF بدلالة x
2) بين ان $EF=8-\frac{4}{5}x$ و $BE=6-\frac{3}{5}x$
3) احسب قيمة x بحيث مساحة المثلث EBF تساوي $0,24cm^2$

الحل



$AB=6$ ، $AC=8$ ، $CF=x$
1) المثلث ABC قائم في A حسب مبرهنة فيثاغورث
$AB^2+AC^2=BC^2$ و منه $BC^2=36+64=100$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

إذن $BC=10$

و لدينا $BC=BF+FC$

إذن $BF=BC-FC=10-x$

2) بما ان (EF) و (AC) متوازيان و (AB) و (CB) قاطعان لهما فإن حسب نظرية طاليس

و عليه $\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}$

$$EF=\frac{BF}{BC}\times AC=\frac{(10-x)}{10}\times 8=\frac{4(10-x)}{5}=8-\frac{4}{5}x$$

إيجاد عبارة BE

لدينا حسب نظرية طاليس

$$BE=\frac{BF}{BC}\times BA=\frac{10-x}{10}\times 6=6-\frac{3}{5}x \quad \text{و منه} \quad \frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}$$

3) مساحة المثلث BEF هي

$$S=\frac{BF\times BE}{2}=\frac{BE\times EF}{2}=\frac{\left(6-\frac{3}{5}x\right)\left(8-\frac{4}{5}x\right)}{2}=(6-0,6x)(4-0,4x)$$

$$=6(1-0,1x)(4)(1-0,1x)=24(1-0,1x)^2$$

$S=0,24$ تعني $24(1-0,1x)^2=0,24$ و بالقسمة على 24 نجد

$(1-0,1x)^2=0,01=(0,1)^2$ إذن $1-0,1x=0,1$ او $1-0,1x=-0,1$

و تعني $0,1x=0,9$ او $0,1x=1,1$ و منه $x=9$ او $x=11$

$x=11$ مرفوضة لأن النقطة F تصبح خارج القطعة $[BC]$ إذن قيمة x المحققة هي 9

تطبيق 11

حل المتراجحتين الآتيتين

أ) $\frac{5x+2}{6}\rangle\frac{2x-5}{4}$ ، ب) $\frac{2}{5}x-\frac{3-x}{4}\leq x$

الحل

أ) المتراجحة $\frac{5x+2}{6}\rangle\frac{2x-5}{4}$ تكتب على الشكل $\frac{5}{6}x+\frac{2}{6}\rangle\frac{2}{4}x-\frac{5}{4}$

ونقل المجاهيل الى طرف و المعالم إلى طرف تصبح

$\left(\frac{5}{6}x-\frac{2}{4}x\right)\rangle\frac{-5}{4}-\frac{2}{6}$ و بالتبسيط نجد $\frac{10x-6x}{12}\rangle\frac{-15-4}{12}$ اي $\frac{1}{2}x\rangle\frac{-19}{12}$

و بضرب الطرفين في 3 نجد $3\left(\frac{1}{3}x\right)\rangle\frac{-19}{12}\times 3$ اي $x\rangle\frac{-19}{12}$

إذن حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من $\frac{-19}{4}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ب) المتراجحة $\frac{2}{5}x-\frac{3-x}{4}\le x$ تصبح $\frac{2}{5}x-\frac{3}{4}+\frac{x}{4}\le x$

و بنقل المجاهيل إلى طرف و المعالم إلى طرف نجد $\frac{2}{5}x+\frac{x}{4}-x\le\frac{3}{4}$ و بالتبسيط نجد

$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}-1\right)x\le\frac{3}{4}$ أي $\left(\frac{8+5-20}{20}\right)x\le\frac{3}{4}$ أي $-\frac{7}{20}x\le\frac{3}{4}$

بضرب طرفي المتراجحة في $\frac{-20}{7}$ نجد $\left(\frac{-20}{7}\right)\left(\frac{-7}{20}\right)x\ge\frac{3}{4}\left(\frac{-20}{7}\right)$ أي $x\ge\frac{-15}{7}$

إذن حلول المتراجحة المعطاة هي كل قيم x الأكبر أو تساوي $\frac{-15}{7}$

تطبيق 12

مستطيل عرضه a و طوله b ضعف عرضه، مع b عدد طبيعي و $0<a<10$

1) عبر عن المحيط P بدلالة a

2) ما هي قيم a التي من أجلها $p<42$

3) عبر عن المساحة S للمستطيل بدلالة a

4) ما هي قيم a التي من أجلها يكون $S<72$

الحل

1) المحيط=(الطول + العرض) × 2 إذن $p=(a+2a)\times 2=6a$

2) $p<42$ تعني $6a<42$ و منه $a<7$

و بما أن $0<a<10$ فإن قيم a التي من أجلها يكون $p<42$ هي 10,9,8

3) المساحة هي $S=a\times 2a=2a^2$

$S<72$ تعني $2a^2<72$

و منه $a^2<36$ أي $a^2-6^2<0$ و منه $(a-6)(a+6)<0$

و بما أن $a+6>0$ فإن $a-6<0$ إذن $a<6$ إذن قيم a بحيث $S<72$ هي 5,4,3,2,1,0

تطبيق 13

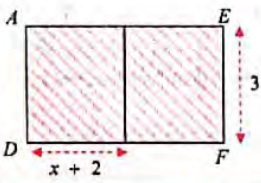
$ABCD$ مربع طول ضلعه $3x+4$ مع $x\ge -1$، و النقطتان E و F من القطعتين $[AB]$ و $[DC]$ على الترتيب حيث $DF=x+2$ و (EF) يوازي (BC)

1) بين أن مساحة المستطيل $BCFE$ هي $S=(3x+4)^2-(3x+4)(x+2)$

2) انشر ثم بسط S

3) حلل S إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى.

4) ما هي قيم x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل $BCFE$ معدومة؟



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) نرمز بـ S_1 إلى مساحة المستطيل $ABCD$ و S_2 إلى مساحة المستطيل $AEFD$
عندئذ $S = S_1 - S_2$
حيث $S_1 = (3x+4)^2$ و $S_2 = (x+2)(3x+4)$ إذن $S = (3x+4)^2 - (x+2)(3x+4)$
2) $S = (3x+4)^2 - (x+2)(3x+4) = 9x^2 + 2(3x)(4) + 4^2 - (3x^2+4x+6x+8)$
$= 9x^2 + 24x + 16 - 3x^2 - 10x - 8 = 16x^2 + 14x + 8$

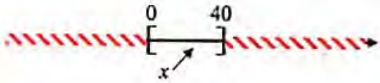
3) تحليل العبارة S
$S = (3x+4)[(3x+4) - (x+2)] = (3x+4)(3x+4-x-2) = (3x+4)(2x+2)$
4) $S = 0$ تعني $(3x+4)(2x+2) = 0$ وتعني $(3x+4) = 0$ او $(2x+2) = 0$
اي $x = -1$ او $x = \frac{-4}{3}$ وبما ان $-1 \geq -1$ صحيحة و $\frac{-4}{3} \geq -1$ خاطئة
فانه توجد قيمة وحيدة لـ x هي -1 تجعل المساحة S معدومة .

تطبيق (2)

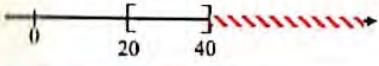
اراد مستثمر أن يبني مصنع قاعدته مستطيلة الشكل طولها m 50 و عرضها x يود هذا المستثمر أن يكون محيط هذا المصنع أقل من $180m$ و أن تزيد مساحة قاعدته عن $1000m^2$.
1) عبر عن ذلك بمتراجحتين .
2) حل هاتين المتراجحتين ثم أعط القيم الممكنة لعرض المصنع .

الحل

1) محيط المصنع P يساوي
$p = (50+x) \times 2 = 100 + 2x$
المحيط اقل من $180m$ يعني ان $100 + 2x \langle 180$ .....(1)
مساحة قاعدة المصنع هي $50 \times x$
المساحة تزيد عن $1000m^2$ تعني $50x \rangle 1000$
• حل المتراجحتين
1) حل المتراجحة الأولى $100 + 2x \langle 180$
$100 + 2x \langle 180$ تعني $2x \langle 180 - 100$ اي $2x \langle 80$ و منه $x \langle 40$
اذن قيم x هي كل الأعداد الأقل
تماما من 40 و الأكبر من الصفر



2) حل المتراجحة $50x \rangle 1000$
$50x \rangle 1000$ تعني $x \rangle 20$
اذن قيم x هي الأعداد الحقيقية الأكبر تماما من 20 و عليه فالقيم الممكنة لعرض هذا المصنع هي كل الأعداد x التي تحقق $20 \langle x \langle 40$
اي الأعداد الأكبر تماما من 20 و الأقل تماما من 40



belhocine : https://prof27math.weebly.com/