https://prof27math.weebly.com/

معارف

1 - المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف

a ، b ، x أعداد حيث $a \neq b$.

• نسمي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x ، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل $ax = b$.

أمثلة

• المعادلة $3x = 1$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.

• المعادلة $-8x + 5 = 2x - 3$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x،
يمكن كتابتها على الشكل $-10x = -8$

• المعادلة $3\sqrt{2}x - 4 = 2$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x،
يمكن كتابتها على الشكل $3\sqrt{2}x = 6$

حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

$ax = b$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.

تعريف

حل المعادلة $ax = b$ يعني إيجاد كل قيم المجهول x التي تحقق المساواة $ax = b$.

أمثلة

• العدد -2 هو حل للمعادلة $3x + 6 = 2x + 4$ لأن $3(-2) + 6 = 2(-2) + 4$.

• العدد 0 ليس حلا لها لأن $3 \times 0 + 6 \neq 2 \times 0 + 4$.

• العدد 0 هو حل للمعادلة $2x + 1 = 1 - x$ لأن $2 \times 0 + 1 = 1 - 0$.

• العدد -1 هو ليس حلا لها لأن $2 \times (-1) + 1 \neq 1 - (-1)$.

نظرية

$ax = b$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.
المعادلة $ax = b$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{b}{a}$.

أمثلة

1 • المعادلة $3x = 5$ تقبل حلا واحدا و هو $\frac{5}{3}$.

2 • المعادلة $2x - 4 = 5x + 2$ تبسّط على الشكل $-3x = 6$ و تقبل حلا وحيدا هو -2.

ملاحظات

• المعادلة $4x - x + 3 = 3x - 1$ تكتب على الشكل $0x = 4$.
نلاحظ أنه لا يوجد أي عدد x يحقق المساواة $0x = 4$. إذن المعادلة المعطاة لا تقبل حلا.

• المعادلة $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{2x - 4}{4}$ تكتب على الشكل $0x = 0$.
نلاحظ أن كل عدد x يحقق المساواة $0x = 0$. إذن كل عدد هو حل المعادلة المعطاة.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2 - المعادلات من الشكل $(ax+b)(cx+d)=0$

a ، b ، c ، d ، x أعداد.

نعلم أنه : يكون الجداء ab منعدما إذا كان أحد العاملين على الأقل معدوما.

أي : $a.b=0$ إذا كان $a=0$ أو $b=0$.

خاصية حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي حلول كل من المعادلتين $ax+b=0$ و $cx+d=0$

مثال لحل المعادلة $(3x-1)(2x+7)=0$ نحل كلا من المعادلتين $3x-1=0$ و $2x+7=0$

حل المعادلة $3x-1=0$.

لدينا $3x-1=0$ أي $3x=1$. حل هذه المعادلة هو $x=\frac{1}{3}$

لدينا $2x+7=0$ أي $2x=-7$. حل هذه المعادلة هو $-\frac{7}{2}$.

إذن للمعادلة $(3x-1)(2x+7)=0$ حلان هما $\frac{1}{3}$ و $-\frac{7}{2}$.

3 - الترتيب و العمليات

أ) الترتيب و الجمع

خاصية 1 a ، b ، c ثلاث أعداد.

إذا كان $a<b$ فإن $a+c<b+c$ و $a-c<b-c$.

ملاحظة • الخاصية 1 تعني أن الترتيب لا يتغير إذا أضفنا نفس العدد إلى طرفي المتباينة.

مثال إذا كان $x-1<3$ فإن $x-1+1<3+1$.

• الخاصية 1 تبقى صحيحة إذا إستبدلنا العلاقة $<$ بإحدى العلاقات $\leq$ ؛ $>$ ؛ $\geq$.

ب) الترتيب و الضرب

خاصية 2 a ، b ، k ثلاث أعداد.

إذا كان $a<b$ و $k>0$ فإن $ka<kb$ و $\frac{a}{k}<\frac{b}{k}$.

ملاحظة • الخاصية 2 تعني أن الترتيب لا يتغير إذا ضربنا (أو قسمنا) طرفي متباينة في (على) عدد موجب تماما.

مثال • x عدد. إذا كان $x<3$ فإن $2x<2\times3$.

• إذا كان $2x>-6$ فإن $x>-3$.

خاصية 3 a ، b ، k ثلاث أعداد.

إذا كان $a<b$ و $k<0$ فإن $ka>kb$ و $\frac{a}{k}>\frac{b}{k}$.

ملاحظة • الخاصية 3 تعني أن الترتيب يتغير إذا ضربنا أو (قسمنا) طرفي متباينة في (على) عدد سالب تماما.

مثال a عدد حيث $a<-1$ إذن $(-1)(-3)>(-3)a$.

ملاحظة كل من الخاصيتين 2 و 3 تبقى صحيحة إذا استبدلنا العلاقة $<$ بإحدى العلاقات : $\leq$ ؛ $>$ ؛ $\geq$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

4 - المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

حل متراجحة من الشكل $x + a < b$

إذا كان $x + a < b$ فإن $x < b - a$. حلول المتراجحة $x + a < b$ هي الأعداد x الأصغر من $b - a$.

مثال حلول المتراجحة $x + 5 \leq 2$ هي الأعداد x بحيث $x \leq -3$. أي كل الأعداد الأصغر من -3.

حل متراجحة من الشكل $ax < b$ حيث $a > 0$

إذا كان $ax < b$ حيث $a > 0$ فإن $x < \frac{b}{a}$.

حلول المتراجحة $ax < b$ حيث $a > 0$ هي الأعداد x الأصغر من $\frac{b}{a}$.

مثال حلول المتراجحة $3x \leq -1$ هي الأعداد x بحيث $x \leq -\frac{1}{3}$.

أي كل الأعداد الأصغر من $-\frac{1}{3}$ أو تساوي $-\frac{1}{3}$.

حل متراجحة من الشكل $ax < b$ حيث $a < 0$

إذا كان $ax < b$ حيث $a < 0$ فإن $x > \frac{b}{a}$. حلول المتراجحة $ax < b$ حيث $a < 0$ هي الأعداد x الأكبر من $\frac{b}{a}$.

مثال حلول المتراجحة $x < -\frac{1}{3}$ هي الأعداد x بحيث $x > -3$. أي كل الأعداد الأكبر من -3.

تمثيل بيانيا حلول متراجحة

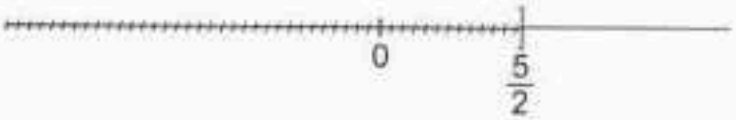
تمثل بيانيا حلول متراجحة على مستقيم مدرج. تلخص التمثيلات البيانية للحلول في الجدول التالي.

المتراجحة	التمثيل البياني للحلول
$x < a$	حلول المتراجحة — a
$x \leq a$	حلول المتراجحة — a
$x > a$	حلول المتراجحة — a
$x \geq a$	حلول المتراجحة — a

ملاحظة حلول كل متراجحة ممثلة بجزء المستقيم المدرج الملون بالأحمر.

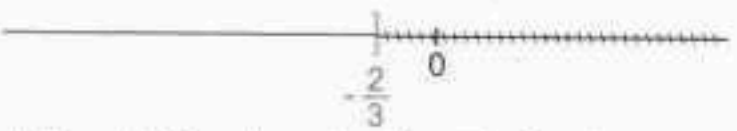
أمثلة 1 . حلول المتراجحة $2x > 5$ هي الأعداد x بحيث $x > \frac{5}{2}$.

تمثيلها البياني يكون كالآتي :



2 . حلول المتراجحة $3x \geq -2$ هي الأعداد x حيث $x \geq -\frac{2}{3}$.

تمثيلها البياني يكون كالآتي :



belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

طرائق

1 - حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

طريقة لحل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد نحولها إلى معادلة من الشكل $ax = b$.

ملاحظة
- عندما ننقل عددا أو عبارة من طرف إلى الطرف الآخر لمعادلة لا ننسى تغيير الإشارات.
- عندما نقسم طرف معادلة على عدد، نتأكد أن هذا العدد غير منعدم.

تمرين 1 حل كل من المعادلتين التاليتين : $4x - 3 = 2x + 1$ ؛ $2(x + 2) = 3x - 5$

حل
- حل المعادلة : $4x - 3 = 2x + 1$ لدينا : $4x - 3 = 2x + 1$ أي $4x - 2x = 3 + 1$
أي $2x = 4$ إذن $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ أي $x = 2$
إذن : 2 هو الحل الوحيد للمعادلة $4x - 3 = 2x + 1$

- حل المعادلة : $2(x + 2) = 3x - 5$
لدينا : $2(x + 2) = 3x - 5$ أي $2x + 4 = 3x - 5$ أي $2x - 3x = -5 - 4$
أي $-x = -9$ إذن $x = 9$
إذن : 9 هو الحل الوحيد للمعادلة $2(x + 2) = 3x - 5$.

تمرين 2 حل المعادلة : $2(x - 1)^2 = (x + 3)(x - 1)$.

حل نحل المعادلة التالية : $2(x - 1)^2 = (x + 3)(x - 1)$ نتبع المراحل التالية :
ننقل كل الأعداد و العبارات إلى الطرف الأول للمعادلة أي $2(x - 1)^2 - (x + 3)(x - 1) = 0$
نلاحظ أن $(x - 1)$ عامل مشترك. إذن المعادلة تكتب $(x - 1)\left[2(x - 1) - (x + 3)\right] = 0$
أي $(x - 1)(2x - 2 - x - 3) = 0$ أي $(x - 1)(x - 5) = 0$
نحل المعادلة $x - 1 = 0$. نجد $x = 1$.
نحل المعادلة $x - 5 = 0$. نجد $x = 5$.
نستنتج أن للمعادلة $2(x - 1)^2 = (x + 3)(x - 1)$ حلان هما 1 و 5.

2 - حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

طريقة لحل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد نحولها إلى متراجحة من الشكل :
$ax < b$ (أو $ax \leq b$ أو $ax > b$ أو $ax \geq b$)

تمرين حل المتراجحة التالية : $5(2x - 1) < 4x - 2$

حل لدينا : $5(2x - 1) < 4x - 2$ أي $10x - 5 < 4x - 2$
أي $10x - 4x < -2 + 5$ أي $6x < 3$ إذن $\frac{6x}{6} < \frac{3}{6}$ أي $x < \frac{1}{2}$.
ينتج أن : حلول المتراجحة هي الأعداد x بحيث $x < \frac{1}{2}$ أي كل عدد أصغر من $\frac{1}{2}$ هو حل.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

تمارين محلولة

تمرين 1 وضع مشكل في شكل معادلة ثم حله

تبلغ ليلى سن 4 سنوات و عمر أبيها 36 سنة.

بعد كم سنة يكون عمر الأب ضعف عمر البنت ؟

حل

إختيار المجهول ← ليكن x عدد السنوات الضرورية ليصبح سن الأب ضعف سن ليلى.

باستعمال معطيات المشكل نكتب :

	ليلى	أبيها
السن الحالي	4	36
السن بعد x سنة	$4 + x$	$36 + x$

وضع المشكل على شكل معادلة ← المشكل المطروح يتمثل في حل المعادلة $36 + x = 2(4 + x)$

حل المعادلة ← حل المعادلة : $36 + x = 2(4 + x)$

لدينا : $36 + x = 2(4 + x)$ أي $36 + x = 8 + 2x$

أي $x - 2x = 8 - 36$

أي $-x = -28$ أي $x = 28$

التحقق لدينا : $36 + 28 = 64$ و $2(4 + 28) = 2 \times 32 = 64$

تفسير النتيجة (أي الإجابة) ← إذن : يصبح عمر الأب ضعف عمر البنت بعد 28 سنة.

تمرين 2 وضع مشكل في شكل متراجحة ثم حله

• لاحظ الشكلين.

ضلع المثلث هو عرض المستطيل.

• عيّن أصغر قيمة لطول ضلع المثلث التي يكون من أجلها محيط المثلث أكبر من أو يساوي محيط المستطيل.

حل

ليكن x هو طول ضلع المثلث .

لدينا: محيط المثلث هو $3x$ و محيط المستطيل هو $2(6 + x)$.

محيط المثلث أكبر من محيط المستطيل يعني $3x \geq 2(6 + x)$.

أي $3x \geq 12 + 2x$ و بالتالي $x \geq 12$.

إذن : أصغر قيمة لطول ضلع المثلث التي تحقق محيط المثلث أكبر من أو يساوي محيط المستطيل هي 12.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/