

I - الجذر المربع لعدد حقيقي موجب :

تعريف :

الجذر المربع للعدد الحقيقي الموجب a هو العدد الحقيقي الموجب b بحيث $b^2 = a$ و نكتب : $b = \sqrt{a}$.

أمثلة :

** الجذر المربع للعدد الحقيقي الموجب 25 هو العدد الحقيقي الموجب 5 لأن $5^2 = 25$ و نكتب : $5 = \sqrt{25}$.

** العدد 6 هو الجذر المربع للعدد 36 لأن $6^2 = 36$ و نكتب : $6 = \sqrt{36}$.

نتيجة :

إذا كان a عددا حقيقيا موجبا فإن :

$$\sqrt{a^2} = a \quad **$$

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad **$$

أمثلة :

$$\sqrt{12^2} = 12$$

$$(\sqrt{11})^2 = 11$$

$$\sqrt{8^2} = 8$$

$$(\sqrt{7})^2 = 7$$

$$\sqrt{3^2} = 3$$

II - العمليات على الجذور المربعة :

1 - جداء جذرين مربعين :

إذا كان a و b عددا حقيقيا موجبا فإن : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

أمثلة :

العلاقة تستعمل في إتجاهين :

$$\sqrt{7} \times \sqrt{2} = \sqrt{7 \times 2} = \sqrt{14} \quad \text{الأول :}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{a} = \sqrt{3 \times a} = \sqrt{3a}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2) = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} = 5 + 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \quad \text{الثاني :}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

ملاحظة :

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad **$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{9} \neq \sqrt{16+9} \quad **$$

2 - خارج جذرين مربعين :

إذا كان a و b عددا حقيقيا موجبا بحيث $b \neq 0$ فإن : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

أمثلة :

العلاقة تستعمل في إتجاهين :

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} \quad \text{الأول :}$$

$$\sqrt{\frac{16}{a}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{a}} = \frac{4}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{44}} = \sqrt{\frac{55}{44}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{الثاني :}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

III - كيفية التخلص من الجذر المربع من مقام عدد حقيقي :

1 - لحذف الجذر المربع من مقام العدد $\frac{3}{\sqrt{5}}$:

** نضرب بسط و مقام العدد في العدد $\sqrt{5}$ ثم نبسط : $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

2 - لحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{5}{3\sqrt{2}}$

** نضرب بسط و مقام العدد في العدد $\sqrt{2}$ ثم نبسط : $\frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$

3 - لحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$

** نضرب بسط و مقام العدد في العدد $\sqrt{2}+1$ الذي يسمى مرافق العدد $\sqrt{2}-1$ ثم نبسط :

$$\frac{3}{\sqrt{2}-1} = \frac{3(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{3\sqrt{2}+3}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{3\sqrt{2}+3}{2-1} = 3\sqrt{2}+3$$

4 - لحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

** نضرب بسط و مقام العدد في العدد $2+\sqrt{3}$ الذي يسمى مرافق العدد $2-\sqrt{3}$ ثم نبسط :

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(1-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}-2\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2-3-\sqrt{3}}{4-3} = -1-\sqrt{3}$$

IV - حل المعادلة : $x^2 = a$

قاعدة :

حلول المعادلة $x^2 = a$.

** إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل .

** إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا 0 .

** إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة تقبل حلين هما : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.

أمثلة :

** حل المعادلة $x^2 = -5$.

بما أن العدد $-5 < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل .

** حل المعادلة $x^2 = 0$.

المعادلة $x^2 = 0$ تقبل حلا وحيدا هو العدد 0 .

** حل المعادلة $x^2 = 9$.

بما أن العدد $9 > 0$ فإن المعادلة تقبل حلين متقابلين هما : $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$.

أي أن المعادلة تقبل الحلين 3 و -3 .