



كل ما يخص الثالثة متوسط

ملخصات

مواضيع فروض واختبارات

نصائح وتوجيهات

قصص الدعم ودورات (أونلاين)

تابعنا وشوف الفرق

NEXT ➡

(1) حالات تقايس مثلثين:

يتقايس مثلثين حسب

الحالة الثالثة

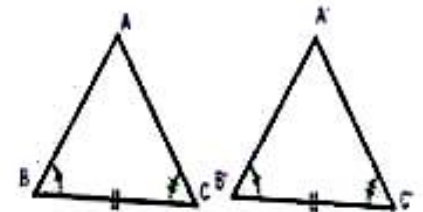
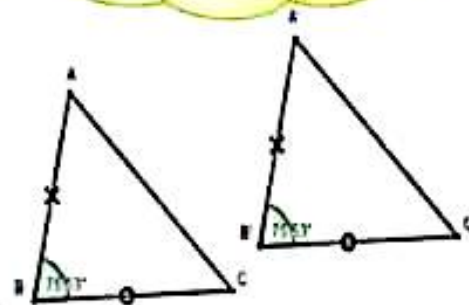
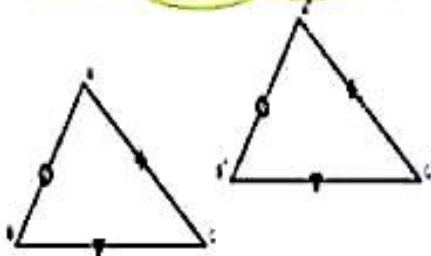
الحالة الثانية

الحالة الأولى

إذا تقايس فيهما طول كل ضلع من احدهما طول ضلعا من الاخر

إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما

إذا تقايس فيهما زاويتان و الضلع المحصور بينهما



ينتج العناصر المتماثلة

$$\begin{cases} AB=A'B' \\ BC=B'C' \\ AC=A'C' \end{cases}$$

ينتج العناصر المتماثلة

$$\begin{cases} AB=A'B' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ BC=B'C' \end{cases}$$

ينتج العناصر المتماثلة

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' \\ BC=B'C' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$$

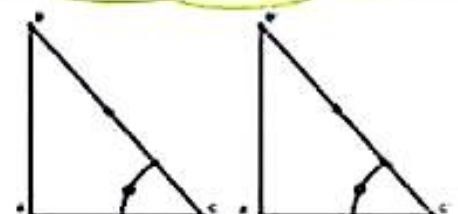
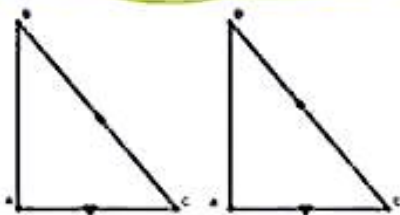
يتقايس مثلثين قائمين حسب

الحالة الثانية

الحالة الأولى

تقايس فيهما الوتر وضلع قائم

إذا تقايس فيهما الوتر والزاوية الحادة



ينتج العناصر المماثلة

$$\begin{cases} AB=A'B' \\ BC=B'C' \end{cases}$$

ينتج العناصر المماثلة

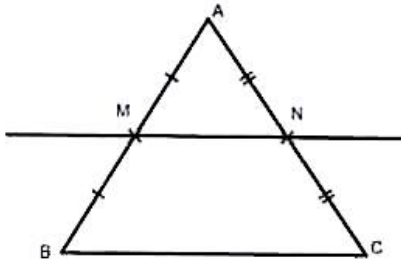
$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{C}' \\ BC=B'C' \end{cases}$$

(2) مستقيم منتصفين:

خواص مستقيم المنتصفين

الخاصية الثانية

المستقيم الذي يشمل منتصف أحد أضلاعه ويوازي حامل الضلع المقابل له يقطع الضلع الثالث في منتصفه



M منتصف $[AB]$

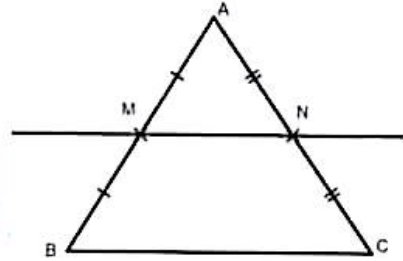
$(MN) \parallel (BC)$

يعني أن
 N منتصف $[AC]$

الخاصية الأولى

المستقيم الذي يشمل منتصفين ضلعين يوازي الضلع الثالث

طول القطعة الواصلة بين المنتصفين يساوي نصف طول هذا الضلع



M منتصف $[AB]$

N منتصف $[AC]$

يعني أن

$(MN) \parallel (BC)$

$$BC = 2MN \text{ أو } MN = \frac{1}{2}BC$$

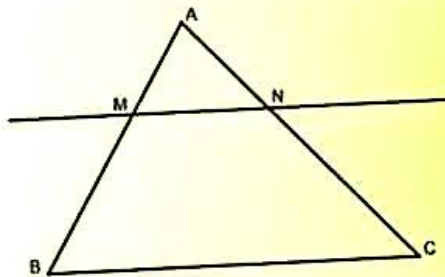
(3) المثلثين المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين:

مثلث ABC

إذا كانت M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$

و $(MN) \parallel (BC)$

فإن



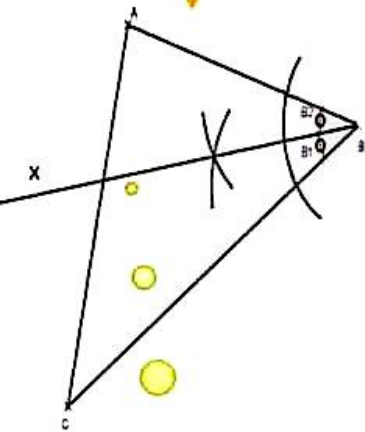
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

(4) المستقيمات الخاصة في المثلث:

المستقيمات الخاصة في المثلث

المنصفات

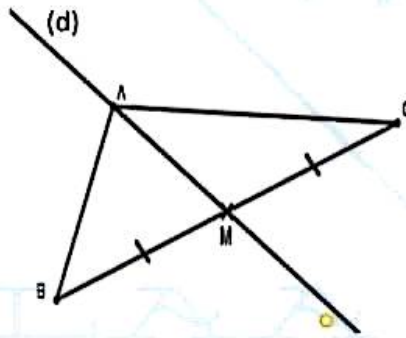
منصف زاوية في مثلث هو نصف مستقيم يقسم الزاوية الى زاويتين لهما نفس القيس



$[BX]$ منصف الزاوية $\widehat{ABC}$
معناه $\widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \frac{\widehat{B}}{2}$

المتوسطات

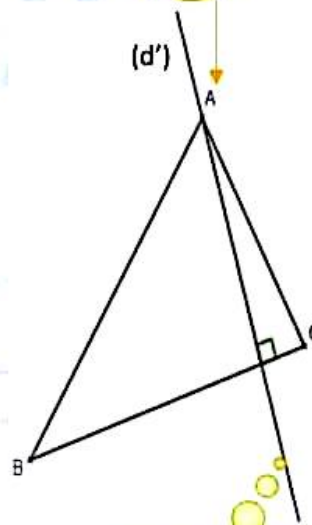
المتوسط في المثلث هو مستقيم يشمل رأسا ويقطع الضلع المقابل له في منتصفه



(d) متوسط متعلق ب $[BC]$
معناه $MB=MC$
 (d) يشمل الرأس A

الارتفاعات

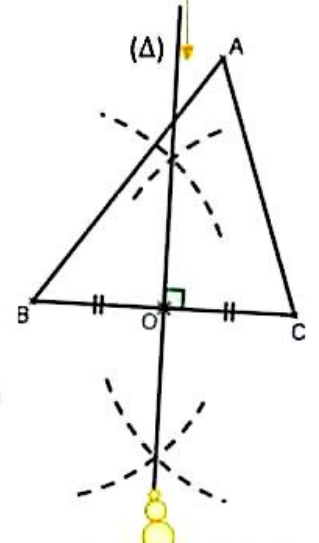
الارتفاع المتعلق بضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع الذي يشمل الرأس المقابل له.



(d') الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$
معناه $(BC) \perp (d')$
 (d') يشمل A

المحاور

محور ضلع في مثلث هو مستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه

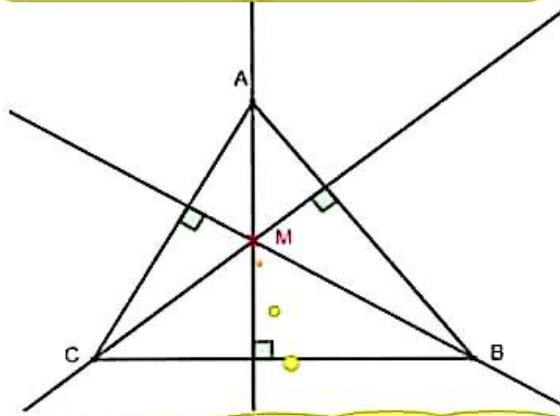


(Δ) محور الضلع $[BC]$
معناه $OB=OC$
 $(BC) \perp (\Delta)$

(5) خواص المستقيمات الخاصة في المثلث:

الارتفاعات

الارتفاعات في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة ويمكن رسم ارتفاعين فقط لتعيينها



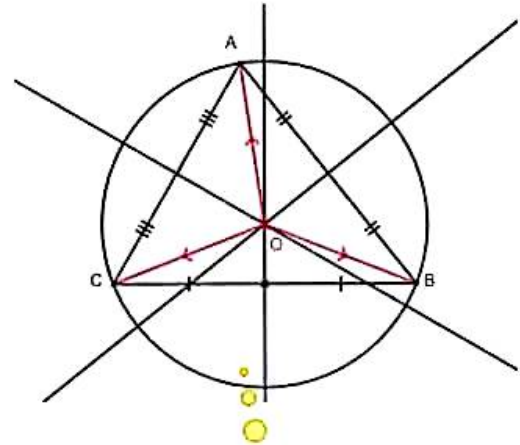
M هي نقطة تقاطع الارتفاعات في المثلث ABC

الملاحظة

إذا كان لمثلث زاوية منفرجة فإن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارج المثلث

المحاور

المحاور في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

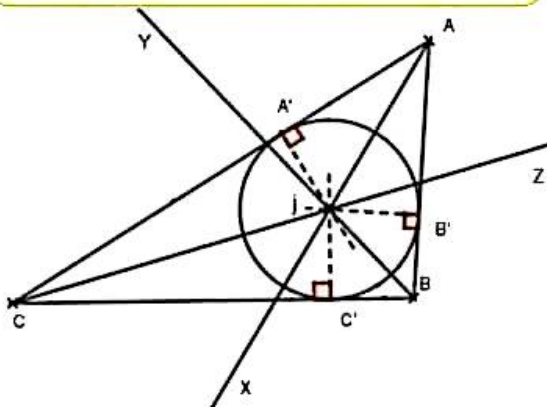


$$OB = OC = OA$$

اذن النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

المنصفات

المنصفات في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث

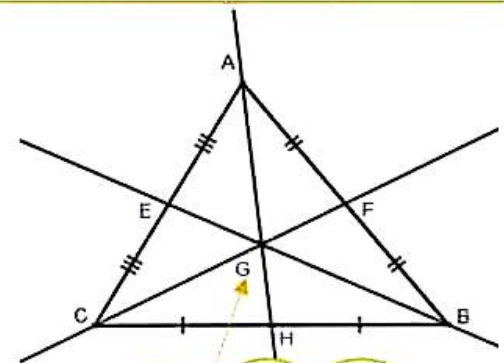


$$\begin{cases} jA' = jB' \text{ معناه } j \in [OX] \\ jA' = jB' = jC' \text{ معناه } j \in [OY] \\ jB' = jC' \text{ معناه } j \in [OZ] \\ jA' = jC' \text{ معناه } j \in [OZ] \end{cases}$$

النقطة Z هي مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث

المتوسطات

المتوسطات في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل هذا المثلث.

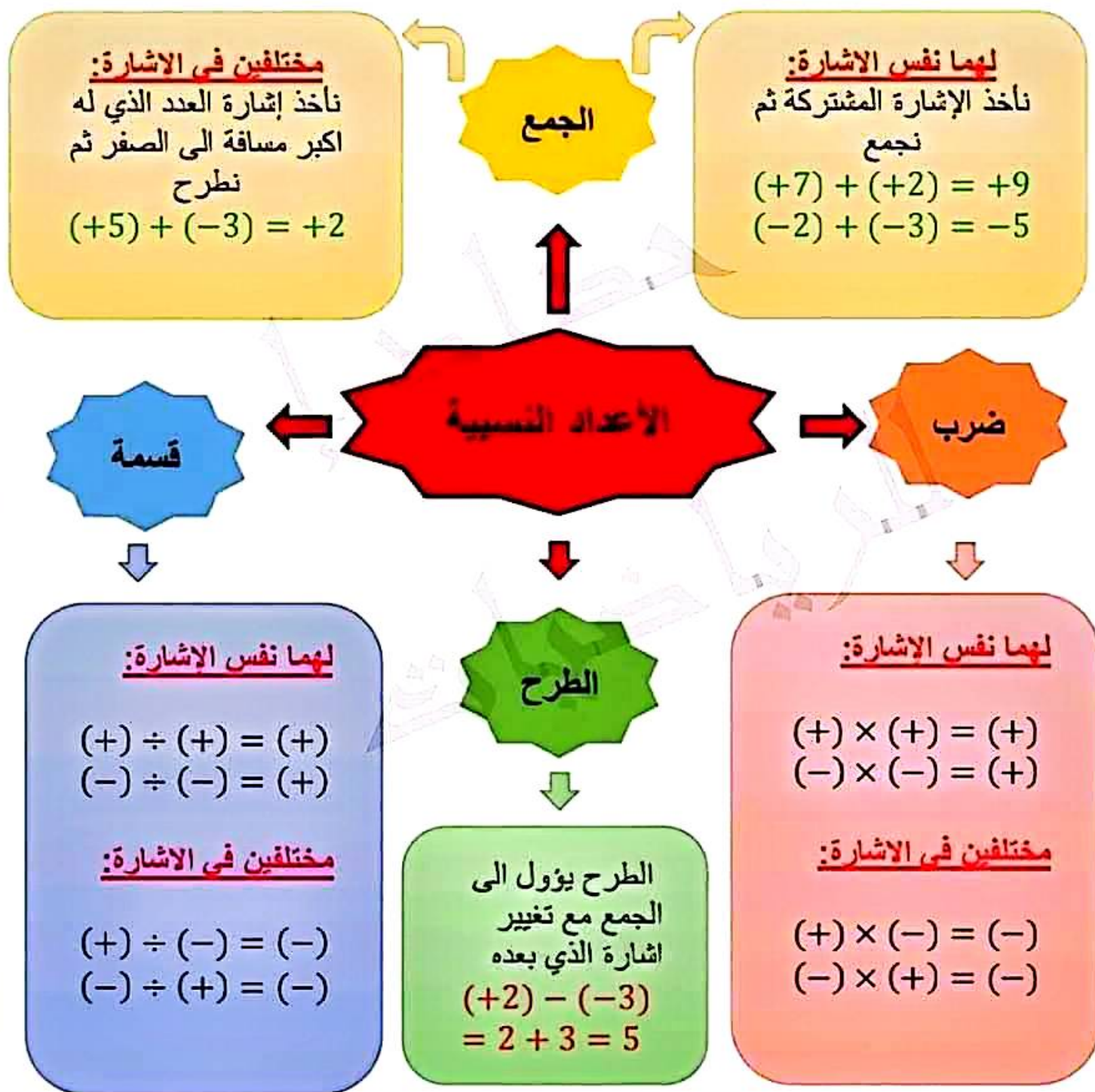


النقطة G تسمى مركز ثقل مثلث ABC

$$GF = \frac{1}{3} CF$$

$$GE = \frac{1}{3} BE$$

$$GH = \frac{1}{3} AH$$



ملاحظة هامة :

عند اجراء سلسلة عمليات سواء لأعداد نسبية أو كسور أو أعداد
ناطقة يجب مراعات الأولوية في الحساب



إشارة سلسلة أعداد نسبية (جداء عدة عوامل):

- إذا كان عدد العوامل السالبة فرديا $\Rightarrow$ النتيجة تكون سالبة
مثال: $(-3) \times (-7) \times (+2) \times (-4) = -168$
- إذا كان عدد العوامل السالبة زوجيا $\Rightarrow$ النتيجة تكون موجبة
مثال: $(-2) \times (-7) \times 3 = 42$

ملاحظة:

مجموعة الأعداد الناطقة تنظم: الأعداد الطبيعية، الأعداد الصحيحة
النسبية، الأعداد العشرية و الأعداد الغير منتهية التي تتضمن دورا

نضرب البسط في
البسط و المقام في
المقام

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

الجمع
والطرح

كسرين
مختلفين
في المقام

كسرين
لهما نفس
المقام

نوجد مقاميهما ثم نجمع او
نطرح بسطيهما و نحفظ
بالمقام

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{6} + \frac{10}{6} = \frac{14}{6}$$

نجمع او نطرح بسطيهما
ونحفظ بالمقام

$$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

نحول القسمة إلى
ضرب و قلب
الكسر الثاني

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

الأعداد الغير ناطقة :

هي الأعداد الصماء تدرس في
سنة رابعة متوسط وهي الأعداد
التي لا يمكن كتابتها على شكل
كسر مثل : ثابت الدائرة π

الأعداد الناطقة

هي حاصل قسمة عدد صحيح نسبي على عدد
صحيح نسبي غير معدوم (يعني هو كل عدد
يمكن كتابته على شكل كسر) و يكتب :

حيث $\frac{a}{b}$ عدد غير معدوم نسبي

العمليات على الأعداد الناطقة

قسمة

ضرب

طرح

جمع

هي نفسها العمليات المطبقة على الكسور

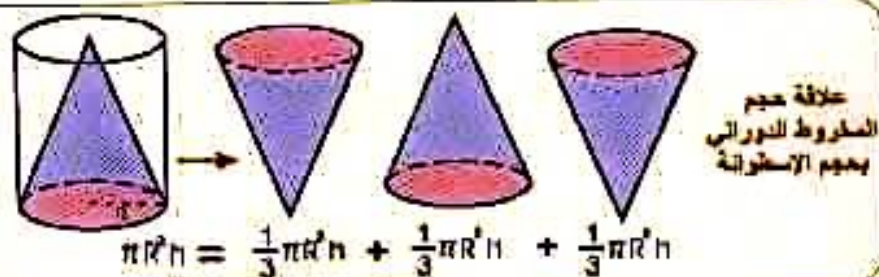
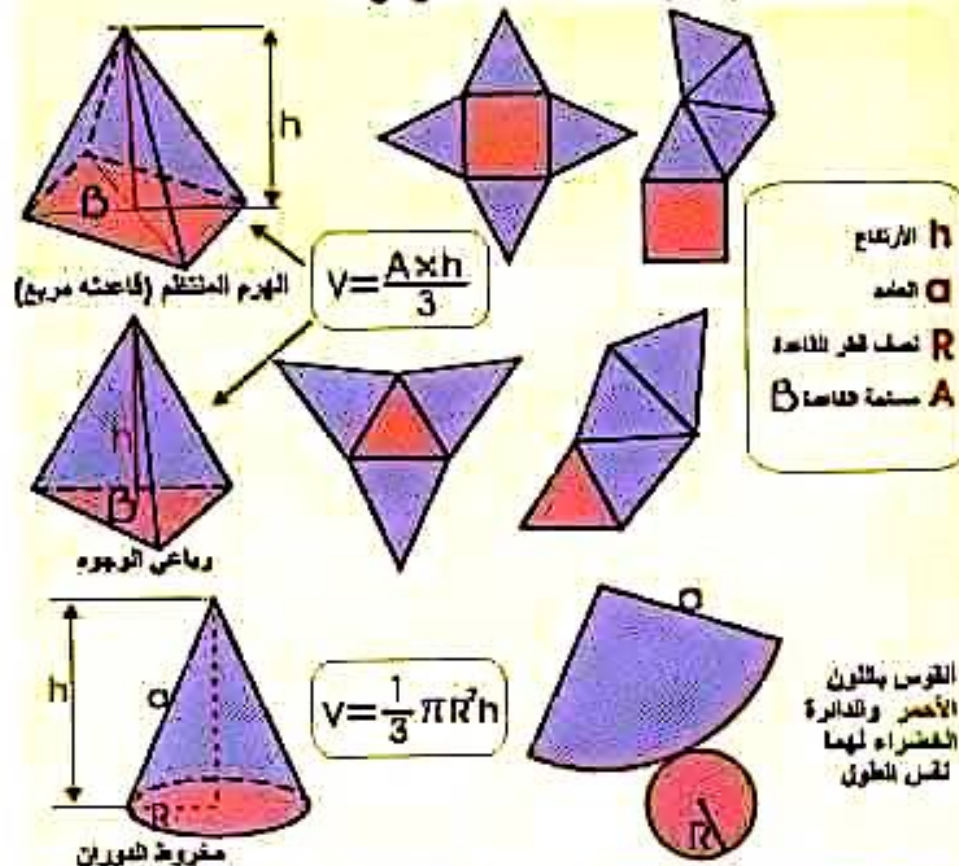
من لم يعرف قدر النعم بوجودها، عرفها بفقدانها

ابن عطاء الله السكندري

المجسمات

المنظور المتساوي القياس: عند تمثيل مجسم في المستوي نراعي مايلي.

- في المستوي الأمامي الأطوال تمثل بأبعاد حقيقية
- القطع غير المرئية تمثل بقطع منقطعة
- المستقيمان المتوازيان في الفضاء يمثلان بمستقيمين متوازيين
- منتصف قطعة يمثل بمنتصف القطعة المرسومة



كيف تبرهن أن مستقيمين متعامدان ؟

1 - استعمال المعامس .



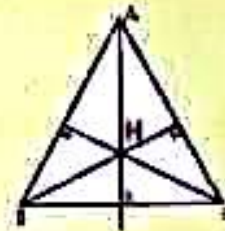
المعامس لدائرة عمودي على نصف قطرها.

لا دائرة مركزها O و $A \in \mathcal{C}$

و d مماس لـ $\mathcal{C}$ في A ينتج $d \perp [OA]$

2 - استعمال نقطة تلاقي الارتفاعات .

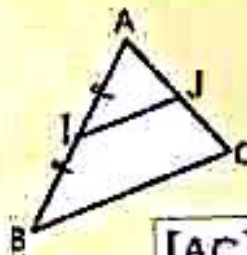
المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ونقطة تلاقي الارتفاعات عمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .



H نقطة تلاقي الارتفاعات للمثلث ABC

ينتج $(AH) \perp (BC)$

كيف تبرهن أن نقطة منتصف قطعة ؟



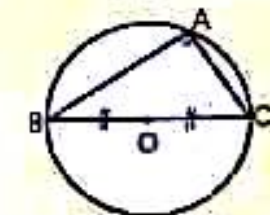
1 - استعمال النظرية العكسية للمنتصفين .

إذا كان في مثلث ABC ، [متنصف AB]

و $(IJ) \parallel (BC)$ و $J \in [AC]$ فإن I منتصف [AC]

2 - استعمال المثلث القائم .

في مثلث قائم ، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث هو منتصف الوتر .



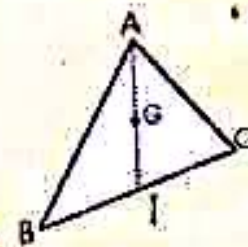
إذا كان ABC مثلث قائم في A

وكان O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

فإن O منتصف [BC]

3 - استعمال مركز ثقل مثلث .

المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومركز ثقله ، يمر من منتصف الضلع المقابل .



إذا كان G مركز ثقل المثلث ABC

فإن (BC) يشمل المنتصف I للقطعة [BC]

في الحساب الحرفي عند إجراء القسمة على عدد، يجب التأكد من أن $b \neq 0$
إذا كان b عدد نسبي غير محذوم فإن:

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

جمع وطرح عددين ناطقين:

العددين الناطقان لهما نفس المقام

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

العددين الناطقان لهما مقامين مختلفين

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad+cb}{bd}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

● قسمة عددين ناطقين:

(القسمة على العدد الناطق $\frac{1}{d}$)

يؤول إلى الضرب في مقلوبه $\frac{d}{1}$

● جداء عددين نسبيين

مختلفين في الإشارة
هو عدد نسبي سالب

$$\circ (-5) \times (+2) = -10$$

$$\circ (+5) \times (-2) = -10$$

من نفس الإشارة

هو عدد نسبي موجب

$$\circ (-3) \times (-4) = 12$$

$$\circ 3 \times 4 = 12$$

كيف تبرهن أن مثلثنا قائم؟

1- استعمال النظرية العكسية للبيثاغورس.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad \text{ينتج } ABC \text{ قائم في } A$$



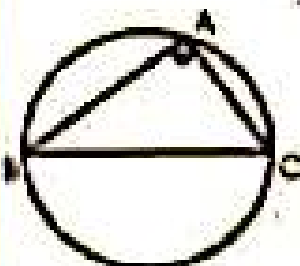
2- استعمال منتصف ضلع في مثلث

إذا كان في مثلث منتصف أحد أضلاعه متساوي

المسافة عن رؤوسه فإن هذا المثلث قائم.

$$ABC \text{ مثلث، } I \text{ منتصف } [BC] \text{ و } IA = IB = IC$$

$$\text{ينتج } ABC \text{ مثلث قائم في } A$$



3- استعمال دائرة.

إذا كانت A نقطة من الدائرة التي قطرها BC

(A تختلف عن B وعن C) فإن المثلث ABC قائم في A

$$\text{دائرة قطرها } [BC] \text{ و } A \in \text{ينتج } ABC \text{ قائم في } A$$

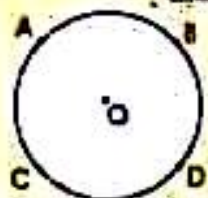
كيف تبهن أن نقاطا من دائرة ؟

1 - استعمال التعريف.

الدائرة هي مجموعة نقاط متساوية المسافة عن نقطة ثابتة.

إذا كان $(OA=OB=OC=OD)$

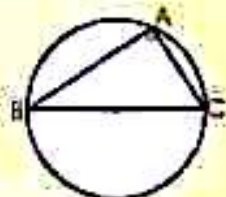
فإن النقاط A,B,C,D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O.



2 - استعمال المثلث القائم.

إذا كان المثلث ABC قائم في A.

فإن الدائرة التي قطرها BC تشمل النقطة A.



نظرية مستقيم المنتصفين

نظرية عكسية

في مثلث ABC..

نظرية مباشرة

إذا كان

فإن

إذا كان

فإن

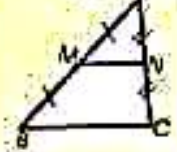
Δ يقطع (AC) في N
[AC] منتصف
(MN = 1/2 BC)



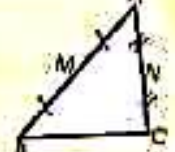
[AB] منتصف M
[AC] منتصف N
(BC) // Δ



(MN) // (BC)
(MN = 1/2 BC)



[AB] منتصف M
[AC] منتصف N



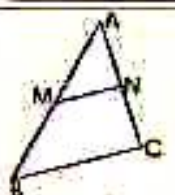
ملاحظة: عدم توفر أحد الشروط في النظريتين لا يؤدي حتما إلى النتيجة المطلوبة

نظرية

(المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين)

في مثلث ABC إذا كانت النقطة M من الضلع (AB)

والنقطة N من الضلع (AC) وكان (MN) // (BC)

فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ 

ملاحظة: نظرية (مستقيم المنتصفين) هي حالة خاصة من هذه النظرية

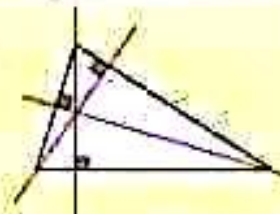
المستقيمات الخاصة في مثلث

ارتفاعات المثلث

مقاطعة في نقطة

واحدة تسمى نقطة

تلاقي الارتفاعات



الإرتفاع في مثلث

هو المستقيم الذي

يشمل أحد الرؤوس

ويعامد الضلع المقابل

محاور المثلث

مقاطعة في نقطة

واحدة هي مركز الدائرة

المحيطة بهذا المثلث



المحور في مثلث

هو محور

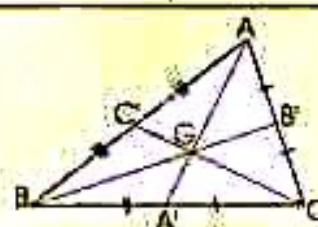
أحد أضلاعه

متوسطات مثلث

مقاطعة في نقطة

واحدة تسمى مركز

ثقل المثلث



المتوسط في مثلث

هو المستقيم الذي

يشمل أحد الرؤوس

ومتوسط الضلع

المقابل

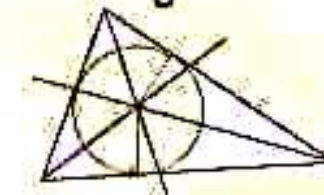
$$AG = \frac{2}{3} AA' \quad BG = \frac{2}{3} BB' \quad CG = \frac{2}{3} CC'$$

المنصفات الداخلية

تتقاطع في نقطة واحدة

هي مركز الدائرة

المرسومة في المثلث



المنصف في مثلث

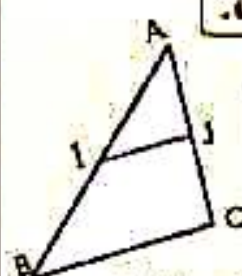
هو منصف

أحدى زواياه

كيف تبهن أن مستقيمين متوازيان.

1- استعمال نظرية المنتصفين.

ABC مثلث و I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

ينتج $(IJ) // (BC)$ 

2- استعمال إسقاط أو تناظر مركزي

صورة مستقيم بواسطة إسقاط أو تناظر مركزي هو مستقيم يوازيه.

القوى

n عدد طبيعي أكبر من 1

$$10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = \underbrace{100 \dots 0}_{(n \text{ صفرًا})}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,1 \times 0,1 \times \dots \times 0,1 = 0,00 \dots 01$$

$$10^2 = 100; 10^4 = 10000; \frac{1}{10^3} = 0,001$$

$$10^4 = \frac{1}{10^4} = 0,0001$$

رتبة الواحد بعد اللصلة هي n

أمثلة توضيحية

خواص القوى

$$10^0 = 1; 10^1 = 10$$

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$$

$$(10^n)^m = 10^{nm}$$

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

n و m

عددين
صحيحين

$$a^0 = 1; a^1 = a; 1^n = 1; 0^n = 0$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

n ≠ 0

a ≠ 0

الكتابة العلمية ورتبة المقدار

الكتابة العلمية لعدد عشري غير معنوم هي الكتابة من الشكل: $a \times 10^n$ (أو من الشكل $-a \times 10^n$) حيث a عدد عشري يحقق $1 < a < 10$ و n عدد صحيحأمثلة توضيحية: $2,05 \times 10^3$; $-5,14 \times 10^7$; 10^9 (يعني 1×10^9)

الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا يعبر عنها في الآلة الحاسبة بكتابة علمية

أمثلة توضيحية: $12,0245 \times 10^{15}$ $1,20245 \times 10^{14}$ $0,245 \times 10^{20}$ $2,45 \times 10^{19}$ رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على الشكل العلمي $a \times 10^n$ (أو $-a \times 10^n$)هو العدد $k \times 10^n$ (أو $-k \times 10^n$) حيث k هو المدور إلى الوحدة للعدد a

أمثلة توضيحية:

العدد	الكتابة العلمية	رتبة المقدار
-123456789	-1,23456789 × 10 ⁸	-10 ⁸
-0,0758	-7,58 × 10 ⁻²	-8 × 10 ⁻²
2006	2,006 × 10 ³	2 × 10

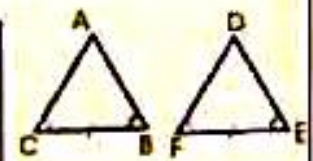
حالات تقاييس مثلثات

بتقاييس مثلثان إذا ...

الحالة الأولى

تقاييس زاويتان والضلع المحصور بينهما من المثلث

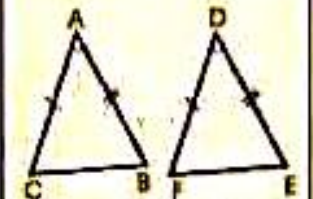
الأول مع زاويتان والضلع المحصور بينهما من

المثلث الثاني: $CB=FE$ $\hat{C}=\hat{E}$ $\hat{B}=\hat{F}$ 

الحالة الثانية

تقاييس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما من المثلث

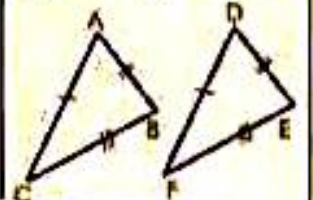
الأول مع ضلعان والزاوية المحصورة بينهما من

المثلث الثاني: $AC=DF$ $AB=DE$ $\hat{A}=\hat{D}$ 

الحالة الثالثة

كانت أطوال أضلاع المثلث الأول لها نفس أطوال

أضلاع المثلث الثاني

 $AC=DF$ $AB=DE$ $CB=FE$ 

ملاحظة هامة

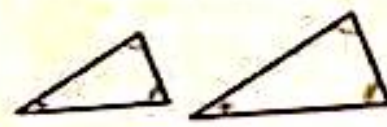
إذا تقايست الزوايا الثلاثة في مثلثين هذا لا يؤدي بالضرورة إلى تقاييس

المثلثين.

الشكل المقابل يوضح

أن المثلثين غير متقاييين

رغم تقاييس الزوايا

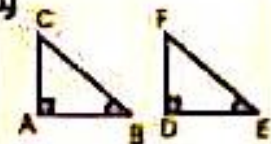


تقاييس مثلثين قائمين

بتقاييس مثلثان قائمان إذا ...

تقاييس وتراهما وزاوية حادة من أحدهما مع زاوية

حادة من الآخر

 $CB=FE$ $\hat{E}=\hat{B}$ 

تقاييس وتراهما وضلع قائم من أحدهما مع ضلع قائم

من الآخر

 $CB=FE$ $AB=DE$ 

ملاحظة هامة

يمكن تطبيق حالات تقاييس مثلثين كالمثلثين على مثلثين قائمين

نقاش ساخن وقع بين الأساتذة حول موضوع
الوسط الحسابي و الوسط الحسابي المتوازن في مسألة إحصائية
رأي الفريق الأول: لا فرق بين المفهومين
رأي الفريق الثاني: بل يوجد فرق شاسع بينهما

ونفصل في الموضوع طرحنا التمرين التالي للإجابة حسب رأي كل فريق
تمرين: قسم يتكون من 20 تلميذا كانت علاماته في مادة الرياضيات كما يلي
7,7,7,7,8,8,8,8,10,10,11,12,12,13,13,13,15,18,18
أحسب: X الوسط الحسابي و Y الوسط الحسابي المتوازن لهذه العلامات

إجابة الفريق الأول:
الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$ ومنه :

$$X = \frac{7+7+7+7+7+8+8+8+8+10+10+11+12+12+13+13+13+15+18+18}{20} = \frac{212}{20} = 10.6$$

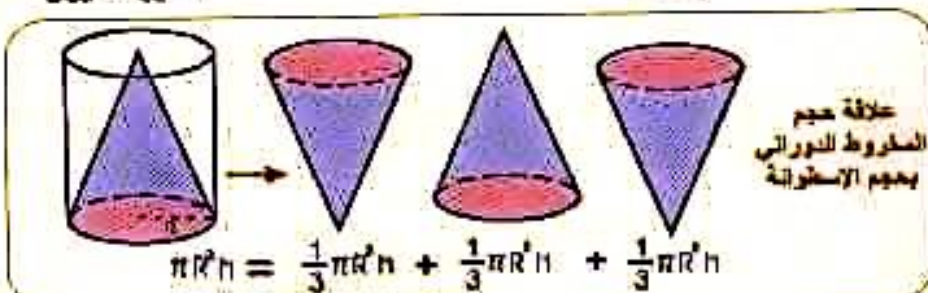
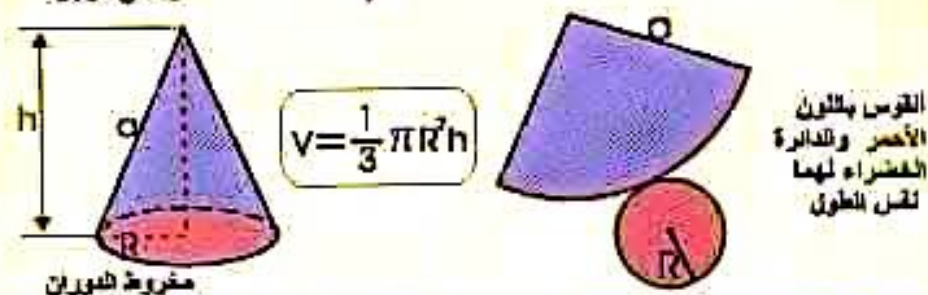
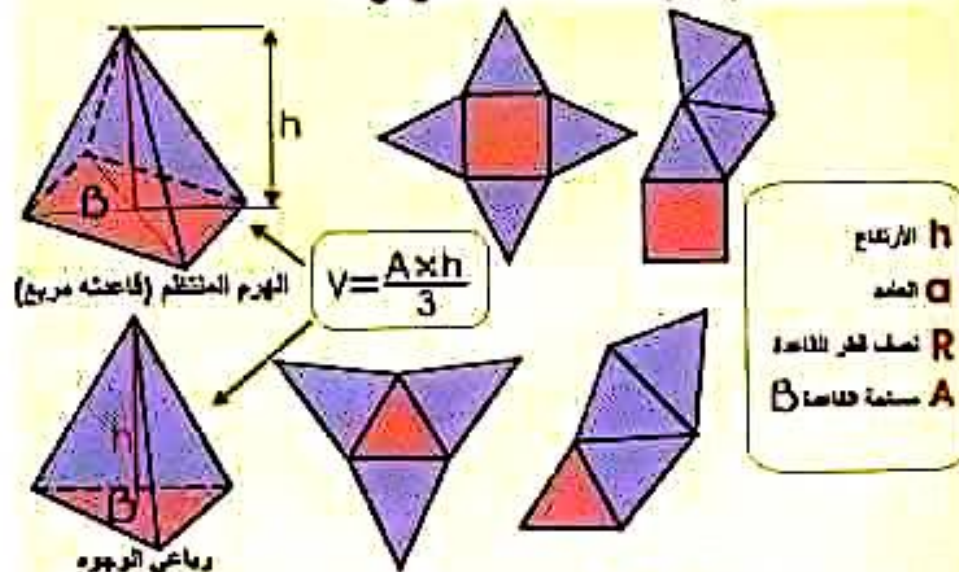
الوسط الحسابي المتوازن = $\frac{\text{مجموع جداءات القيم بتكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$ ومنه :

$$Y = \frac{7 \times 5 + 8 \times 4 + 10 \times 2 + 11 \times 1 + 12 \times 2 + 13 \times 3 + 15 \times 1 + 18 \times 2}{20} = \frac{212}{20} = 10.6$$

المجسمات

المنظور المتساوي القياس: عند تمثيل مجسم في المستوي نراعي مايلي.

- في المستوي الأمامي الأطوال تمثل بأبعاد حقيقية
- القطع غير المرئية تمثل بقطع منقطعة
- المستقيمان المتوازيان في الفضاء يمثلان بمستقيمين متوازيين
- منتصف قطعة يمثل بمنتصف القطعة المرسومة



كيف تبرهن أن مستقيمين متعامدان ؟

1 - استعمال المعامس .



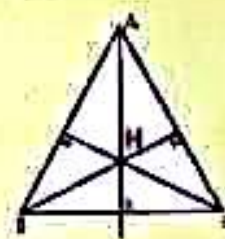
المعامس لدائرة عمودي على نصف قطرها.

لا دائرة مركزها O و $A \in \mathcal{C}$

و d مماس لـ $\mathcal{C}$ في A ينتج $d \perp [OA]$

2 - استعمال نقطة تلاقي الارتفاعات .

المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ونقطة تلاقي الارتفاعات عمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .

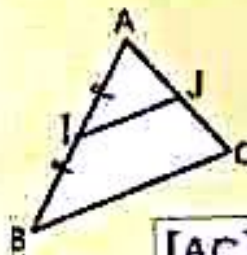


H نقطة تلاقي الارتفاعات للمثلث ABC

ينتج $(AH) \perp (BC)$

كيف تبرهن أن نقطة منتصف قطعة ؟

1 - استعمال النظرية العكسية للمنتصفين .

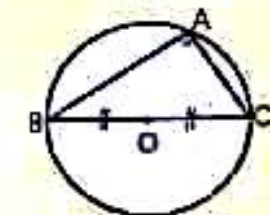


إذا كان في مثلث ABC ، [متنصف AB]

و $(IJ) \parallel (BC)$ و $J \in [AC]$ فإن I متنصف [AC]

2 - استعمال المثلث القائم .

في مثلث قائم ، مركز الدائرة المحيطة بالمثلث هو منتصف الوتر .



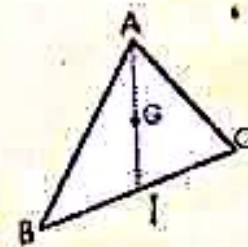
إذا كان ABC مثلث قائم في A

وكان O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

فإن O منتصف [BC]

3 - استعمال مركز ثقل مثلث .

المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومركز ثقله ، يمر من منتصف الضلع المقابل .



إذا كان G مركز ثقل المثلث ABC

فإن (BC) يشمل المتنصف I للقطعة [BC]



ما كان لاه تعيي روحك
وأنت تحوس بين الصفحات

تابع صفحتنا

كل ما يخص السنة الثالثة متوسطة

وخلي الباقي علينا