الدَّرسُ الـ 2

الحسَابَاتُ عَلى الجذُور

1 ـ الجذر التربيعي لعدد موجب

تمهيد

من أجل كل عدد موجب a يوجد عددان متعاكسان مربع كل منهما يساوي a
فمثلا 9 هو مربع لـ 3 و -3 و نكتب $9=(-3)^2$ و $9=3^2$
لاحظ أن أي عدد سواء كان موجب أو سالب فإن مربعه موجب .

1-1 تعريف

نسمي العدد الموجب الذي مربعه العدد الموجب a بالجذر التربيعي لـ a و نرمز له بـ $\sqrt{a}$
و نكتب $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$

مثال

$\sqrt{25}=5$ ، $\sqrt{0,01}=0,01$ ، $\sqrt{36}=6$ ، $\sqrt{0,04}=0,2$
$\sqrt{1,44}=1,2$ ، $\sqrt{3}$ هو العدد الذي مربعه 3

1-2 العدد الحقيقي

- الأعداد من الشكل $\sqrt{a}$ هي أعداد غير ناطقة إذا كان a ليس مربعا لعدد ناطق.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

- العدد الحقيقي هو عدد إما ناطق او غير ناطق .

مثال ❶

$\sqrt{\frac{2}{3}}$ عدد غير ناطق لان $\frac{2}{3}$ ليس مربعا لعدد ناطق .

$\sqrt{8}$ عدد غير ناطق لأن 8 ليس مربعا لعدد ناطق.

$\sqrt{3}$ عدد غير ناطق لأن 3 ليس مربعا لعدد ناطق.

مثال ❷

$\frac{25}{16}$ عدد ناطق

$\frac{25}{16}$ هو مربع العددين $\frac{5}{4}$ و $-\frac{5}{4}$

اي $\frac{25}{16}=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\left(-\frac{5}{4}\right)^2$

إذن $\frac{25}{16}$ مربع لعدد ناطق و بالتالي $\sqrt{\frac{25}{16}}$ عدد ناطق .

مثال ❸

مثل عدد من هذه الأعداد $5,-1,0,2,4,\frac{3}{4},-\frac{11}{7},\pi,\sqrt{3},-0{,}01,\frac{5}{3}$ هو عدد حقيقي .

تمرين تطبيقي 1

عين الكتابات الخاطئة من بين الكتابات التالية مع التبرير

$\sqrt{-1},\sqrt{-(16)},\sqrt{(-2)^3},\sqrt{(-2)^4},\sqrt{1{,}69},\sqrt{\sqrt{2}-3}$

الحل

$\sqrt{-1}$ كتابة خاطئة لانه لا يوجد عدد مربعه سالب

$\sqrt{-(16)}$ كتابة خاطئة لأن العدد -16 سالب .

$\sqrt{(-2)^4}$ كتابة صحيحة لأن $(-2)^4=16$ و العدد 16 موجب .

$\sqrt{(-2)^3}$ كتابة خاطئة لأن $(-2)^3=-8$ و العدد -8 سالب .

$\sqrt{1{,}69}$ كتابة صحيحة لأن العدد 1,69 موجب .

$\sqrt{\sqrt{2}-3}$ كتابة خاطئة لأن القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{2}$ هي 1,41 و بالتالي $\sqrt{2}-3$ سالب.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تمرين تدريبي 2

ضع الأعداد التالية في الجدول التالي

$\sqrt{2}-3$ ، π ، 12 ، $+6$ ، $\frac{21}{8}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\frac{11}{5}$ ، $-\sqrt{8}$ ، -5

أعداد طبيعية	أعداد نسبية	أعداد ناطقة	أعداد حقيقية

الحل

أعداد طبيعية	أعداد نسبية	أعداد ناطقة	أعداد حقيقية
$+6$	$+6$	$+6$ ، $\frac{21}{8}$	$+6$ ، 1 ، $-\sqrt{8}$ ، -5 ،
12	12	-5	$\sqrt{3}$ ، $\frac{11}{5}$ ، $\sqrt{2}-3$ ،
	-5	12 ، $\frac{11}{5}$	12 ، $\frac{21}{8}$

❷ - حل المعادلات من الشكل $x^2=b$ مع b عدد حقيقي

نعتبر المعادلة $x^2=b$ ذات المجهول x مع b عدد حقيقي .

- إذا كان $b>0$ فإن المعادلة $x^2=b$ لها حلين مختلفين $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$
- إذا كان $b=0$ فإن المعادلة $x^2=b$ لها حل واحد هو الصفر .
- إذا كان $b<0$ فإن المعادلة $x^2=b$ ليس لها حلول حقيقية لأن مربع اي عدد يكون موجبا .

مثال

حل هذه المعادلات أ) $x^2=16$ ب) $x^2=0$ ج) $x^2=-7$ د) $x^2=2-\sqrt{5}$

الحل

أ) $x^2=16$ و منه $x=\sqrt{16}$ او $x=-\sqrt{16}$ اي $x=4$ او $x=-4$

إذن للمعادلة $x^2=16$ حلان مختلفان هما 4 و -4

ب) $x^2=0$ هذه المعادلة لها حل واحد هو الصفر .

ج) بما أن $-7<0$ فإن المعادلة $x^2=-7$ ليس لها حلولا حقيقية .

د) $x^2=2-\sqrt{5}$ بما أن القيمة التقريبية لـ $\sqrt{5}$ هي 2,23 فإن $2-\sqrt{5}<0$

و بالتالي المعادلة $x^2=2-\sqrt{5}$ ليس لها حلول حقيقية .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تمرين تدريبي.

$A\ B\ C\ D$ مربع طول ضلعه x cm إذا أضفنا 4 cm إلى طول ضلعه نحصل على مربع مساحته $144\ cm^2$ ، ما هو طول ضلع المربع $A\ B\ C\ D$

الحل

مساحة المربع الجديد $(A'B'C'D')$ هي $(x+4)^2$ إذن $(x+4)^2=144$

و بالتالي $x+4=\sqrt{144}$ او $x+4=-\sqrt{144}$

لكن $\sqrt{144}=12$ إذن $x+4=12$ او $x+4=-12$

و منه ينتج $x=12-4=8$ او $x=-12-4=-16$

و بما أن x موجب فإن -16 مرفوضة و عليه $x=8$

❸ - عمليات على الجذور

3-1 جداء جذرين

a و b عددان حقيقيان موجبان

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ و $\sqrt{a^2}=a$ و $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

مثال

1) $\sqrt{75}=\sqrt{3\times25}=\sqrt{3}\times\sqrt{25}=5\sqrt{3}$

2) $\sqrt{20}\times\sqrt{10}=\sqrt{20\times10}=\sqrt{2\times100}=\sqrt{2}\times\sqrt{100}=10\sqrt{2}$

3) $3\sqrt{7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=\sqrt{63}$ 4) $(2\sqrt{5})\times(3\sqrt{5})=2\times3\times(\sqrt{5})^2=6\times5=30$

3-2 حاصل قسمة جذرين

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $b\neq0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال

$$\sqrt{\frac{48}{121}}=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{121}}=\frac{\sqrt{3\times16}}{\sqrt{(11)^2}}=\frac{\sqrt{3}\times4}{11}=\frac{4}{11}\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3\times25}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{25}}{\sqrt{3}}=\sqrt{25}=5$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

ملاحظة

a و b عددان حقيقيان موجبان

1) $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ 2) $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$ مع $a \geq b$

مثال

1) $\sqrt{16}+\sqrt{9} \neq \sqrt{16+9}$

لأن $\sqrt{16}=4$ و $\sqrt{9}=3$ و $\sqrt{16}+\sqrt{9}=7$ و $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

2) $\sqrt{36}-\sqrt{9} \neq \sqrt{36-9}$ لأن $\sqrt{36}-\sqrt{9}=6-3=3$ و $\sqrt{36-9}=\sqrt{25}=5$

3 - 3 الكسر الذي مقامه عدد غير ناطق

a عدد حقيقي و b عدد ناطق مع $b \neq 0$ لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا ، نضرب كل من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$

مثال

1) $\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

2) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

بسط الأعداد التالية

$\sqrt{48}$ ، $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{200}$ ، $\sqrt{54}$ ، $\sqrt{1500}$ ، $\sqrt{243}$

الحل

تبسيط عدد غير ناطق يعني كتابته على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد موجب و b اصغر عدد طبيعي ممكن .

$$\sqrt{48}=\sqrt{3\times16}=\sqrt{3}\times\sqrt{16}=\sqrt{3}\times\sqrt{4^2}=4\sqrt{3}$$
$$\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=\left(\sqrt{3}\right)^2\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$$
$$\sqrt{200}=\sqrt{2\times100}=\sqrt{2}\times\sqrt{100}=\sqrt{2}\times\sqrt{10^2}=10\sqrt{2}$$
$$\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{6}=3\sqrt{6}$$
$$\sqrt{1500}=\sqrt{15\times100}=\sqrt{15}\times\sqrt{100}=10\sqrt{15}$$
$$\sqrt{243}=\sqrt{3\times81}=\sqrt{3}\times\sqrt{81}=\sqrt{3}\times\sqrt{9^2}=9\sqrt{3}$$

تطبيق 2

بسط هذه الأعداد $\sqrt{\frac{3}{49}}$ ، $\sqrt{\frac{36}{25}}$ ، $\sqrt{\frac{196}{16}}$

الحل

$$\sqrt{\frac{169}{16}}=\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{13^2}}{\sqrt{4^2}}=\frac{13}{4} \quad ، \quad \sqrt{\frac{36}{25}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{5^2}}=\frac{6}{5}$$
$$\sqrt{\frac{3}{49}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{49}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7^2}}=\frac{\sqrt{3}}{7}$$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تطبيق 3

اكتب على شكل $a\sqrt{b}$ العبارات التالية

$A=\sqrt{28}+3\sqrt{7}-2\sqrt{63}$ ،

$B=3\sqrt{3}-\sqrt{48}+11\sqrt{75}$

$C=\sqrt{\frac{16}{20}}+2\sqrt{\frac{64}{125}}-3\sqrt{\frac{36}{5}}$

الحل

$A=\sqrt{4\times7}+3\sqrt{7}-2\sqrt{9\times7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}+3\sqrt{7}-2\sqrt{9}\sqrt{7}$

$=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}-6\sqrt{7}=(2+3-6)\sqrt{7}=-\sqrt{7}$

$B=3\sqrt{3}-\sqrt{16\times3}+11\sqrt{25\times3}=3\sqrt{3}-\sqrt{16}\times\sqrt{3}+11\sqrt{25}\times\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+11\times5\sqrt{3}=(3-4+55)\sqrt{3}=54\sqrt{3}$

$C=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{20}}+\frac{2\sqrt{64}}{\sqrt{125}}-3\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{4}\times\sqrt{5}}+\frac{2\sqrt{8^2}}{\sqrt{25}\times\sqrt{5}}-\frac{3\times6}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{2\times8}{5\times\sqrt{5}}-\frac{18}{\sqrt{5}}$

$=\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{16\sqrt{5}}{25}-\frac{18\sqrt{5}}{5}=\left(\frac{2}{5}-\frac{16}{25}-\frac{18}{5}\right)\sqrt{5}=\left(\frac{10-16-18}{25}\right)\sqrt{5}=\frac{-24}{25}\sqrt{5}$

تطبيق 4

A و B عددان حقيقيان حيث

$A=\sqrt{75}+\sqrt{27}-3\sqrt{48}$ و $B=3\sqrt{147}-5\sqrt{108}+\sqrt{243}$

1) بسط كل من A و B

2) عين القيمة المضبوطة لكل عدد من الأعداد التالية $\frac{3AB}{A+B}$ ، $\sqrt{AB}$ ، $\frac{B-A}{2}$

الحل

1) لدينا

$27=3\times3^2$ ، $48=3\times4^2$ ، $75=3\times5^2$

$243=3\times9^2$ ، $108=2^2\times3^3\times3$ ، $147=3\times7^2$

$A=\sqrt{3\times5^2}+\sqrt{3\times3^2}-3\sqrt{3\times4^2}=\sqrt{3}\times\sqrt{5^2}+\sqrt{3}\times\sqrt{3^2}-3\sqrt{3}\times\sqrt{4^2}$

$=5\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3\times4\times\sqrt{3}=(5+3-12)\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

$B=2\sqrt{3\times7^2}-5\sqrt{2^2\times3^2\times3}+\sqrt{3\times9^2}=2\sqrt{3}\times\sqrt{7^2}-5\sqrt{2^2\times3^2}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{9^2}$

$=2\times7\times\sqrt{3}-5\times(2\times3)\times\sqrt{3}+9\times\sqrt{3}=14\sqrt{3}-30\sqrt{3}+9\sqrt{3}$

$=(14-30+9)\sqrt{3}=-7\sqrt{3}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

(2

$$\frac{3AB}{A+B}=\frac{3\left(-4\sqrt{3}\right)\left(-7\sqrt{3}\right)}{-4\sqrt{3}+\left(-7\sqrt{3}\right)}=\frac{56\times\left(\sqrt{3}\right)^2}{-11\sqrt{3}}=\frac{56\times3}{-11\sqrt{3}}$$

$$=\frac{56\times3\times\sqrt{3}}{-11\times3}=-\frac{56}{11}\sqrt{3}$$

$$\sqrt{AB}=\sqrt{\left(-4\sqrt{3}\right)\left(-7\sqrt{3}\right)}=\sqrt{28\times\left(\sqrt{3}\right)}$$

$$=\sqrt{28\times3}=\sqrt{4\times7\times3}\qquad=\sqrt{4}\times\sqrt{7\times3}=2\sqrt{21}$$

تطبيق 5

انشر ثم بسط الجداءات التالية

$$\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}-1\right),\ \left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right),\ \left(2\sqrt{5}-3\right)\left(\sqrt{5}+2\right),\ 5\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-4\right)$$

الحل

$$5\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-4\right)=\left(5\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}\right)-\left(5\sqrt{2}\right)(4)\qquad=(5\times3)\left(\sqrt{2}\right)^2-(5\times4)\left(\sqrt{2}\right)$$

$$=15\times2-20\sqrt{2}$$

$$=30-20\sqrt{2}$$

$$\left(2\sqrt{5}-3\right)\left(\sqrt{5}+2\right)=\left(2\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}\right)+\left(2\sqrt{5}\right)(2)-3\left(\sqrt{5}\right)-3(2)$$

$$=2\times\left(\sqrt{5}\right)^2+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}-6$$

$$=2\times5+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}-6$$

$$=(10-6)+\left(4\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)\qquad=4+\sqrt{5}$$

$$\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(7+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}\right)+\sqrt{7}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{7}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

$$=\left(\sqrt{7}\right)^2+\sqrt{21}-\sqrt{21}-\left(\sqrt{3}\right)^2\qquad=7-3=4$$

$$\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}+1\qquad=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+1$$

$$=3-2\sqrt{3}+1$$

$$=\ 4-2\sqrt{3}$$

تطبيق 6

A و B عبارتان جبريتان حيث $A=(3x+1)(x+2)$ و $B=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+3$

1) احسب قيمة العبارة A من اجل $x=\sqrt{3}-2$

2) احسب قيمة العبارة B من اجل $x=-\sqrt{2}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الحل

1) $A=\left(3\left(\sqrt{3}-2\right)+1\right)\left(\sqrt{3}-2+2\right)=\left(3\sqrt{3}-6+1\right)\left(\sqrt{3}\right)=\left(3\sqrt{3}-5\right)\left(\sqrt{3}\right)$

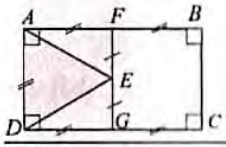
$=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}-5\sqrt{3}\quad=3\left(\sqrt{3}\right)^2-5\sqrt{3}=3\times3-5\sqrt{3}=9-5\sqrt{3}$

2)

$B=\frac{1}{4}\left(-\sqrt{2}\right)^2-\frac{1}{2}\left(-\sqrt{2}\right)+3\quad=\frac{1}{4}\times2+\frac{1}{2}\sqrt{2}+3$

$=\left(\frac{1}{2}+3\right)+\frac{1}{2}\sqrt{2}=\frac{7}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}$

تطبيق 7



مساحة المثلث ADE في الشكل المقابل هي $25\ cm^2$

فاحسب

1) محيط المستطيل $ABCD$

2) مساحة المستطيل $ABCD$

الحل

1) مساحة المثلث ADE هي (القاعدة × الارتفاع ÷ 2) أي $\frac{AD\times AF}{2}$

بما أن $AD=AF$ فإن مساحة المثلث ADE تساوي $\frac{AD^2}{2}$

إذن $\frac{AD^2}{2}=25$ ومنه $AD^2=50$ إذن $AD=5\sqrt{2}\ cm$

بما أن $AD=AF=FB$ فإن محيط المستطيل $ABCD$ هو

$p=2(AD+AB)\quad=2(AD+2AD)\quad=2(3AD)\quad=6AD=6\left(5\sqrt{2}\right)=30\sqrt{2}$

2) مساحة المستطيل $ABCD$ هي $S=AD\times AB$

$S=AD\times2AD=2AD^2=2\times\left(5\sqrt{2}\right)^2=2\times5^2\times2=100\ cm^2$

تطبيق 8

a و b عددان حقيقيان حيث $a=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ ، $b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

1) أ) إجعل مقامي الكسرين a و b عددين ناطقين.

ب) تحقق أن العددين $a+b$ و $a\times b$ عددان ناطقان

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

2) احسب العدد $z=a-b$ ثم اعط القيمة المقربة للعدد z بالتقريب إلى 10^{-2} بالنقصان.

الحل

1) أ) $a=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5})^2-\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{5-\sqrt{10}}{5}$

$b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5})^2+\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{5+\sqrt{10}}{5}$

ب) $a+b=\left(\frac{5-\sqrt{10}}{5}\right)+\left(\frac{5+\sqrt{10}}{5}\right)=\frac{5-\sqrt{10}+5+\sqrt{10}}{5}=\frac{10}{2}=5$ إذن $a+b$ عدد ناطق.

$ab=\left(\frac{5-\sqrt{10}}{5}\right)\left(\frac{5+\sqrt{10}}{5}\right)=\frac{5^2-(\sqrt{10})^2}{25}=\frac{25-10}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$ إذن ab عدد ناطق

2)

$z=a-b=\frac{5-\sqrt{10}}{5}-\frac{5+\sqrt{10}}{5}$

$=\frac{5-\sqrt{10}-5-\sqrt{10}}{5}=\frac{-2\sqrt{10}}{5}=-0,4\sqrt{10}=-0,4\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

القيمة المقربة للعدد $\sqrt{5}$ إلى 10^{-2} بالنقصان هي 2,23

و القيمة المقربة للعدد $\sqrt{2}$ إلى 10^{-2} بالنقصان هي 1,41 و $2,23\times1,41=3,1443$

إذن القيمة المقربة للعدد $\sqrt{5}\times\sqrt{2}$ إلى 10^{-2} بالنقصان هي 3,14

و بالتالي القيمة المقربة للعدد z هي 12,56

تطبيق 9

حل المعادلات التالية ذات المجهول x.

1) $x^2-15=49$ 3) $x^2+4=0$

2) $(x-1)^2=9$ 4) $(2x+3)^2=121$

الحل

1) بإضافة 15 إلى طرفي المساواة $x^2-15=49$ نجد $x^2=64=8^2$ و منه $x=8$ أو $x=-8$

إذن المعادلة $x^2-15=49$ لها حلان مختلفان هما 8 و -8

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

2) من المساواة $(x-1)^2=9$ نستنتج $x-1=3$ أو $x-1=-3$ و منه $x=3+1=4$ أو $x=1-3=-2$

إذن المعادلة $(x-1)^2=9$ لها حلان مختلفان هما 2- و 4

3) المعادلة $x^2+4=0$ تصبح $x^2=-4$ و هذه الأخيرة ليس لها حلول حقيقية لأن x^2 و 4- أكبر من 0

4) من المساواة $(2x+3)^2=121$ نستنتج

$2x+3=\sqrt{121}=11$ أو $2x+3=-11$ اي $2x=11-3$ أو $2x=-11-3$

و بالتالي $x=\frac{11-3}{2}=4$ أو $x=\frac{-11-3}{2}=-7$

إذن المعادلة $(2x+3)^2=121$ لها حلان حقيقيان مختلفان هما 4 و 7-

تطبيق 10

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات التالية

1) $x\sqrt{2}-3=1-2x$ 2) $x-2=2\sqrt{2}-x\sqrt{2}$ 3) $3(x+\sqrt{2})-2=x\sqrt{2}$

الحل

1) المعادلة الأولى تصبح $x\sqrt{2}+2x=1+3$ اي $x(\sqrt{2}+2)=4$ و منه $x=\frac{4}{\sqrt{2}+2}$

2) المعادلة الثانية تصبح $x+x\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2$ اي $x(1+\sqrt{2})=2(1+\sqrt{2})$

و بالقسمة على $1+\sqrt{2}$ نجد $x=2$

3) المعادلة الثالثة تصبح $3x+3\sqrt{2}-2=x\sqrt{2}$ و منه ينتج $x\sqrt{2}-3x=3\sqrt{2}-2$

اي $x(\sqrt{2}-3)=3\sqrt{2}-2$ و منه $x=\frac{3\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-3}$

تطبيق 11

1) متوازي المستطيلات ابعاده $2a\ cm$, $a\ cm$, $6cm$ و حجمه $768\ cm^3$

- أحسب قيمة a .

2) أسطوانة نصف قطر قاعدتها $2a\ cm$ و ارتفاعها $5cm$

- عين a إذا علمت أن حجمها يساوي 540π

الحل

1) حجم متوازي المستطيلات الذي ابعاده $2a$, a , 6 هو

$V=(2a)(a)(6)cm^3=12a^2\ cm^3$

$V=768cm$ يعني $12a^2=768$ و منه $a=8cm$

2) حجم الأسطوانة هو $V=B\times h$ حيث h الإرتفاع و B مساحة القاعدة

$V=\pi(2a)^2\times 5=20\pi\ a^2\ cm^3$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

لدينا $V=540\pi$ ومنه $20\pi\, a^2=540\pi$ وبقسمة الطرفين على العدد 20π نجد

$a^2=\dfrac{540\pi}{20\pi}=27$ ومنه ينتج $a=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\ cm$

تطبيق 12

احسب $\sqrt{(x+2)^2}$ في كل حالة من الحالات التالية

1) $x=-2$,$x=-5$,$x=3$ 2) $x>-2$, $x<-2$

الحل

1) نضع $A=\sqrt{(x+2)^2}$

من اجل $x=-2$ نجد $A=\sqrt{0}=0$

من اجل $x=-5$ نجد $A=\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

من اجل $x=3$ نجد $A=\sqrt{5^2}=5$

2) من اجل $x>-2$ يكون $x+2>0$ و بالتالي $A=x+2$

من اجل $x<-2$ يكون $x+2<0$ و بالتالي $A=-(x+2)$

تطبيق 13

1) احسب بعدي مُستطيل بتقريب $10^{-2}\ m$ بالنقصان إذا علمت أن طوله يساوي $\dfrac{5}{3}$ عرضه و أن مساحته هي $2700\ m^2$

2) اعط تدويرا إلى $10^{-1}m$ لكلا من طول و عرض هذا المستطيل .

الحل

1) نسمي x عرض المستطيل و y الطول .

لدينا (1).....$xy=2700$ و $y=\dfrac{5}{3}x$

نعوض عبارة y في (1) نجد $x\times\dfrac{3}{5}=2700$ اي $\dfrac{3}{5}x^2=2700$ و منه $x^2=2700\times\dfrac{3}{5}$ اي

$x^2=1620$ و بالتالي $x=\sqrt{1620}=18\sqrt{5}$

إذن $y=\dfrac{5}{3}\times18\sqrt{5}=30\sqrt{5}$

2) $x=18\sqrt{5}$ و $y=30\sqrt{5}$

لدينا $\sqrt{5}\approx2,2360679$ و منه

$x\approx40,3$ و $y\approx67,1$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/