

الجذور المربعة

1- جذر مربع عدد موجب

تعريف

ليكن a عددا حقيقيا موجبا.
 $\sqrt{a}$ هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a .
أي : $(\sqrt{a})^2 = a$

نتيجة

a عدد حقيقي موجب :
 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$

أمثلة

$$\begin{aligned}\sqrt{9} &= \sqrt{3^2} = 3 \\ \sqrt{0.25} &= \sqrt{0.5^2} = 0.5 \\ \sqrt{\frac{16}{25}} &= \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \\ \sqrt{2^6} &= \sqrt{(2^3)^2} = 2^3 = 8 \\ \sqrt{4\pi^2} &= \sqrt{(2\pi)^2} = 2\pi\end{aligned}$$

ملاحظات

- جذر مربع عدد حقيقي يكون دائما موجبا.

①

$$\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$$

$$(-x)^2 = x^2$$

$$\sqrt{\underbrace{(3-\pi)^2}_{<0}} = \sqrt{\underbrace{(\pi-3)^2}_{>0}}$$

$$= \pi - 3$$

$$(a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$\pi \approx 3.14$$

$$3 - \pi < 0 \text{ أي}$$

سؤال : حدد العدد x الذي يحقق : $\sqrt{x} = -5$

الجواب : طبعا لا يوجد عدد حقيقي x جذر مربعه يساوي -5
لأن جذر مربع عدد حقيقي يكون دائما موجبا .

2

- لا يوجد جذر مربع عدد سالب.

لا يوجد $\sqrt{\underbrace{-25}_{<0}}$ ، $\sqrt{\underbrace{-3^2}_{<0}}$ ،

$$-3^2 = -9 < 0$$

2- حل المعادلة : $x^2 = a$

ليكن a عددا حقيقيا :

$$x^2 = a$$

إذا كان $a < 0$
فإن :
المعادلة ليس لها حل

إذا كان $a = 0$
فإن :
 $x = 0$

إذا كان $a > 0$
فإن :
 $x = -\sqrt{a}$ أو $x = \sqrt{a}$

أمثلة

لنحل المعادلة : $3x^2 + 5 = 1$

$$x^2 = \frac{-4}{3} < 0 \text{ لدينا}$$

المعادلة ليس لها حل.

لنحل المعادلة : $2x^2 = 3$

$$x^2 = \frac{3}{2} > 0 \text{ لدينا}$$

$$x = -\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ أو } x = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

المعادلة لها حلان هما : $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ و $\sqrt{\frac{3}{2}}$

3- قواعد

قاعدة ①

ليكن a و b عدداً حقيقيين موجبان.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

أمثلة

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$$

ملاحظات

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ عموماً}$$

لنأخذ المثال التالي :

$$\begin{cases} \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 \end{cases}$$

إذن $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

كذلك لدينا

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ عموما}$$

لنأخذ المثال التالي

$$\begin{cases} \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1 \end{cases}$$

إذن $\sqrt{25-16} \neq \sqrt{25} - \sqrt{16}$

قاعدة 2

ليكن a و b عددا حقيقيين موجبان $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

أمثلة

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{16}{25}} &= \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \\ \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} &= \sqrt{\frac{50}{8}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

أمثلة

لنحذف الجذر المربع من مقامات الأعداد التالية :

$$\begin{aligned}\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} &= \frac{-\sqrt{2} \times (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{-\sqrt{2} \times (\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}^2 - 1^2} \\ &= \frac{-\sqrt{2} \times (\sqrt{3}-1)}{3-1} \\ &= \frac{-\sqrt{2} \times (\sqrt{3}-1)}{2}\end{aligned}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$\sqrt{3}-1$ يسمى مرافق $\sqrt{3}+1$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\sqrt{5}} &= \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \times 5} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{6}} &= \frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - \sqrt{6}} = \frac{1 \times [(\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{6}]}{[(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - \sqrt{6}] \times [(\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{6}]} \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{6}}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{6}^2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{10} - 6} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}}{1 + 2\sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}) \times (1 - 2\sqrt{10})}{(1 + 2\sqrt{10}) \times (1 - 2\sqrt{10})} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}) \times (1 - 2\sqrt{10})}{1^2 - (2\sqrt{10})^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}) \times (1 - 2\sqrt{10})}{1 - 4 \times 10} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}) \times (1 - 2\sqrt{10})}{-39}\end{aligned}$$