

الـجـذـور

أهم
فقرات
الدرس

I _ الجذر المربع لعدد حقيقي غير موجب :

(1) – تعريف :

العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a يسمى : جذر
مربع العدد a ويكتب : $\sqrt{a}$.

* بتعبير آخر :

a عدد حقيقي موجب و b عدد حقيقي موجب .
 $a = b^2$ يعني أن $b = \sqrt{a}$

(2) – نتيجة :

مهما كان a عددا حقيقيا موجبا فإن :
 $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

* أمثلة :

$$\sqrt{0} = 0 \quad ; ; \quad \sqrt{3^2} = 3 \quad ; ; \quad (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad ; ; \quad \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \quad ; ; \quad \sqrt{(-7)^2} = 7$$

$$\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10}{3} \quad ; ; \quad \sqrt{1.21} = \sqrt{(1.1)^2} = 1.1$$

II _ العمليات على الجذور المربعة :

(1) – خاصية 1 : الجذر المربع و الجداء .

a و b عددان حقيقيان موجبان .
 $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

(2) – نتيجة :

a و b عددان حقيقيان موجبان :
 $\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$

* أمثلة :

$$\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 4 \times 3} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

(3) - خاصية 2 : الجذر المربع و الخارج.

a و b عدنان حقيقيان موجبان و $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

* أمثلة :

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16} \times \cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

III _ حذف الجذر المربع من المقام :

(1) - الحالة الأولى :

* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{لدينا :}$$

* لنحذف الجذر الربع من مقام العدد : $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3 \times 2}}{5\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{6}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10} \quad \text{لدينا :}$$

* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{2 + \sqrt{5}}{7\sqrt{3}}$.

$$\frac{2 + \sqrt{5}}{7\sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{5}) \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3^2}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5 \times 3}}{7 \times 3} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15}}{21} \quad \text{لدينا :}$$

(2) - الحالة الثانية : استعمال المرافق. (مرافق $(a+b)$ هو $(a-b)$ و مرافق $(a-b)$ هو $(a+b)$)

* لنحذف الجذر المربع من مقام العدد : $\frac{2}{1-\sqrt{5}}$

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1-5} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{-4} \quad \text{لدينا :}$$

ملاحظة : مرافق العدد $(1-\sqrt{5})$ هو العدد $(1+\sqrt{5})$

IV _ حل المعادلة : $x^2 = a$

(1) - قاعدة :

إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها حلين هما : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.
إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها حلا وحيدا هو العدد 0.
إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ ليس لها حلا.

(2) - أمثلة :

* حل المعادلة : $x^2 - 9 = 0$

لدينا : $x^2 = 9$

$$x = -\sqrt{9} = -3 \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{9} = 3$$

إذن : هذه المعادلة تقبل حلين هما 3 و -3 .

* حل المعادلة : $x^2 + 11 = 0$

لدينا : $x^2 = -11$ لا يمكن لأن المربع يكون دائما موجبا.

إذن : هذه المعادلة ليس لها حلا.

* حل المعادلة : $x^2 = 0$

لدينا : $x^2 = 0$ يعني أن $x = 0$

إذن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو 0 .