ثانوية الشهيد حميدي عيسى - أولاد دراج - المسيلة

يسرني أن أتقدم لكم بهذا العمل المتواضع والمتمثل في
مذكرات مادة الرياضيات لسنة أولى ثانوي شعبة:

★ جذع مشترك علوم وتكنولوجيا ★

يتضمن هذه العمل:

- مذكرة 33: العبارات الجبرية.
- مذكرة 34: تحويل عبارة جبرية.
- مذكرة 35: الشكل النموذجي.
- مذكرة 36: حلّ المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$.
- مذكرة 37: حل المعادلات والمتراجحات جبريا.
- مذكرة 38: حل المعادلات والمتراجحات بيانيا.
- مذكرة 39: ترييض المشكلات.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ

آخر تحديث: 01 / 02 / 2023

السنة الدراسية: 2022 / 2023

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 33

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : العبارات الجبرية.

✍ **المكتسبات القبلية:** عموميات على الدوال (دالة معرفة بدستور). قواعد الحساب.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة، صيغة محللة،...).
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بتعريف دالة بدستور . قواعد الحساب.

مناقشة نشاط 01 صفحة 114 :

1 اكمال الجدول وتحديد الشروط التي يجب أن تحققها الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d:

التشخيص والاكتشاف

النـص	العبارات الجبـرية	الشروط اللازمة
مجموع جداءيـن	$ab+cd$	a ، b ، c ، d من $\mathbb{R}$
جداء مجموع وفرق	$(a+b)(c-d)$	a ، b ، c ، d من $\mathbb{R}$
حاصل قسمة جداء على مجموع	$\dfrac{ab}{c+d}$	a ، b من $\mathbb{R}$ و $c+d\neq 0$
حاصل قسمة مجموع على فـرق	$\dfrac{a+b}{c-d}$	a ، b من $\mathbb{R}$ و $c-d\neq 0$
مقلـوب مجموع	$\dfrac{1}{a+b}$	$a+b\neq 0$
فـرق مربعيـن	a^2-b^2	a ، b من $\mathbb{R}$
فرق حاصلي قسمة	$\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}$	a ، c من $\mathbb{R}$ و $b\neq 0$ و $d\neq 0$
مربع مجمـوع	$(a+b)^2$	a ، b من $\mathbb{R}$

2 تعيين من بين العبارات الآتية، المجاميع والجداءات وحواصل القسمة:

المجـاميع	الجـداءات	حـواصل القسـمة
أ - ج - هـ	ب - و	د

3 كتابة عبارة مجموع الحدود $-5x^2$ ، $2x$ ، -1 في جداء العاملين x ، $2x-3$:

$$(-5x^2+2x-1)\times(2x-3)x$$

بـناء المعـارف

العبارات الجبرية :

تعريـف

✍ العبارة الجبرية هي عبارة (أو جملة) رياضياتية تتداخل فيها أعداد ثابتة وحروف تدل على متغيرات أو مجاهيل وعمليات جبرية مثل: $(+)$ ، $(-)$ و $(\times)$.

ملاحظة

❖ تسمى عبارة جبرية ذات متغير واحد كل عبارة تحتوي على متغير واحد فقط.
❖ تسمى عبارة جبرية ذات متغيرين كل عبارة تحتوي على متغيرين.

مثال - 1 -

✔ $E(x) = 2x^2 + 8x + 8$ هي عبارة جبرية ذات متغير واحد x.
✔ $E(x,y) = 3x^2y - x + 8y + 2$ هي عبارة جبرية ذات متغيرين x و y.

المعاني المختلفة للحرف في عبارة جبرية :

دور الحرف x	أمثلة
x متغير	أجرة عامل بدلالة ساعات العمل $x \mapsto f(x)$
x مجهول	حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4x - 1 = 3$ أو المتراجحة $5x - 15 \geq 0$
x مقدار غير معيّن	$A(x)$ عبارة حيث $A(x) = x^2 + 2x + 1$

الأشكال المختلفة لعبارة جبرية :

✍ A ، B و C عبارات جبرية.

التسمية	الشكل	مثال	ملاحظات
مجموع	$A + B$	$x^2 + 8x + 16$ مجموع حدوده هي: x^2 ، $8x$ ، 16.	العبارة تتضمن عمليات جمع أو عمليات طرح. يتشكل المجموع من عدّة حدود.
جداء	$A \times B$	$3x(x^2 + 4)$ جداء عاملاه هما: $3x$ ، $(x^2 + 4)$.	العبارة لاتتضمن عمليات جمع أو عمليات طرح. يتشكل الجداء من عدّة عوامل.
حاصل قسمة	$\frac{A}{B}$	$\frac{1-x}{3+x}$ حاصل قسمة بسطه $1 - x$ ومقامه $3 + x$.	يتشكل حاصل قسمة من بسط ومقام.

القيمة العددية لعبارة جبرية :

تعريف

✍ القيمة العددية لعبارة جبرية هي العدد الذي نتحصّل عليه، في حالة وجوده، عندما نعوّض الحروف بأعداد.

مثال - 2 -

✔ القيمة العددية للعبارة $A(x) = x^2 + 4x + 4$ من أجل $x = 2$ هي $(2)^2 + 4(2) + 4$ أي 16.
✔ القيمة العددية للعبارة $B(x) = x(3x^2 + 1)$ من أجل $x = -1$ هي $(-1)(3(-1)^2 + 1)$ أي -4.
✔ القيمة العددية للعبارة $C(x) = \sqrt{5X + 1}$ من أجل $x = 3$ هي $\sqrt{5(3) + 1}$ أي 4.

ملاحظة

❖ يمكن ألا يكون لعبارة جبرية قيم عددية، من أجل بعض قيم الحروف.

مثال - 3 -

✔ العبارة $\frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ لا يكون لها معنى إلا من أجل $x \geq 3$ و $x \neq 4$ ، لأنّ ليست لها قيم عددية من أجل كلّ القيم المنوعة للحرف x.

قواعد الحساب الجبري :

معاني الأقواس :

✍ الأقواس ليس لها نفس الدور.

طبيعة الأقواس			دور الأقواس
أقواس غير مرتبطة بالحساب	①	أقواس دالة	$f(x)$ يعني أنّ f يتعلق بالمتغير x ، لا يمكن حذف مثل هذه الأقواس.
أقواس مرتبطة بالحساب	②	أقواس متعلقة بجداء	$2x(x-3)$ يعني جداء $(x-3)$ في $2x$. للتخلص من القوسين، نوزّع $2x$ على حدي المجموع.
			$-2x(3\times 2x)$ يعني جداء $(-2x)$ في 3 في $2x$.
	③	أقواس متعلقة بمجموع	تعني تجميع حدود مجموع. يكون الاستغناء حسب القاعدة الآتية: A ، B ، C ، D عبارات جبرية، $A+(B+C-D)=A+B+C-D$ $A-(B+C-D)=A-B-C+D$

مثال - 4 -

✔ $f(x) = \underbrace{7x(2x-3)}_{(2)} - \underbrace{(x+8)}_{(3)}$.$f(x)$ $\underbrace{\quad}_{(1)}$

✔ $g(x) = \underbrace{(x^2+2x+1)}_{(3)} + \underbrace{3x(-x-1)}_{(2)}$.$g(x)$ $\underbrace{\quad}_{(1)}$

⚠ **حذار :** $k(ab) = kab$ لكن $k(ab) \neq ka \times kb$.

مناقشة نشاط 02 صفحة 114 :

المتطابقات الشهيرة :

مبرهنة 01

A ، B عبارتان جبريتان.

- $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

بناء المعارف

التقويم

مـــثـال - 5 -

✔ $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$.

✔ $(6-2x)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times (2x) + (2x)^2 = 4x^2 - 24x + 36$.

✔ $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$.

تطبـــيق

✍ تمرين 20 صفحة 135.

عمـــل منـــزلي

تمارين 14 - 15 - 16 - 18 الصفحة 134

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 34

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : تحويل عبارة جبرية.

المكتسبات القبلية: عموميات على الدوال (دالة معرفة بدستور). قواعد الحساب. مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية.
الكفاءات المستهدفة: تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) واختيار الصيغة المناسبة تبعا للهدف المنشود.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف	**التهيئة النفسية :** التذكير بمختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية. **نشـــاط مقتـــرح :** لتكن $E(x)$ العبارة الجبرية المعرفة بـ: $E(x)=(x-1)^2-16$. **1** انشر ثمّ بسّط العبارة $E(x)$. **2** حلّل $E(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. **3** باختيار الصيغة المناسبة للعبارة $E(x)$، أحسب قيمتها من أجل $x=0$ ، $x=5$ و $x=1$. **4** باختيار الصيغة المناسبة للعبارة $E(x)$، حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: ① $E(x)=0$ ② $E(x)=-16$ ③ $E(x)=x^2$. **مناقشة النشـاط :** **1** نشر وتبسّيط العبارة $E(x)$: لدينا: $E(x)=(x-1)^2-16=x^2-2x+1-16=x^2-2x-15$. **2** تحلّيل $E(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى: لدينا: $E(x)=(x-1)^2-16=(x-1)^2-(4)^2=(x-1-4)(x-1+4)=(x-5)(x+3)$. **3** باختيار الصيغة المناسبة للعبارة $E(x)$، حساب قيمتها: • من أجل $x=0$ باستعمال صيغة النشر نجد $E(0)=0^2-2(0)-15=-15$. • من أجل $x=5$ باستعمال صيغة التحليل نجد $E(5)=(5-5)(5+3)=0$. • من أجل $x=1$ باستعمال صيغة المعطاة نجد $E(1)=(1-1)^2-16=-16$. **4** باختيار الصيغة المناسبة للعبارة $E(x)$، حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: ① $E(x)=0$ باستعمال صيغة التحليل نجد $(x-5)(x+3)=0$ معناه $x=5$ أو $x=-3$. ② $E(x)=-16$ باستعمال صيغة المعطاة نجد $(x-1)^2-16=-16$. معناه $(x-1)^2=0$ أي $x=1$. ③ $E(x)=x^2$. باستعمال صيغة النشر نجد $x^2-2x-15=x^2$ معناه $-2x-15=0$ أي $x=-\frac{15}{2}$.	

تحويل عبارة جبرية :

✍ يمكن تحويل عبارة جبرية مكتوبة بصيغة معينة إلى صيغة أخرى باعتماد النشر والتبسيط أو التحليل.

❖ **النشر :** نشر جداء يعني كتابته على شكل مجموع.

❖ **تبسيط عبارة :** تبسيط عبارة يعني كتابتها بأقلّ عدد ممكن من الحدود.

❖ **التحليل :** تحليل عبارة يعني كتابتها على شكل جداء.

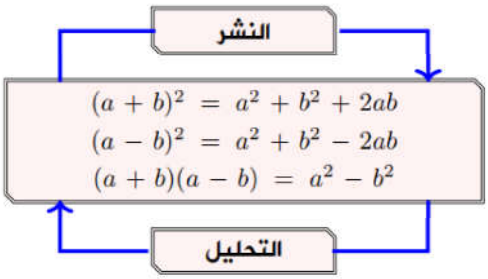
مـــثـــال - 1 -

✔ $\underbrace{x^2+8x-20}_{\text{التبسيط}}=\underbrace{x^2+8x+16-36}_{\text{النشر}}=\underbrace{(x+10)(x-2)}_{\text{التحليل}}=(x+4)^2-36$.

✔ $\underbrace{-2x^2-x+6}_{\text{التبسيط}}=\underbrace{-2x^2+6-x}_{\text{النشر}}=\underbrace{(x+2)(-2x+3)}_{\text{التحليل}}=(x+2)(-3x+1)+(x+2)^2$.

ملاحظـة

❖ في المتطابقات الشّهيرة، يظهر كلّ من النّشر والتّحليل كما في المخطّط التالي:



نشر وتبسيط وترتيب عبارة جبرية :

طريقـة

✍ لنشر وتبسيط وترتيب عبارة، ننشر الجداءات، إن وُجدت، نحلل الحدود المتشابهة ونرتب النتيجة حسب قوى x (الحرف) تنازليا.

الدّوال والعبارات الجبرية (ترابط الدّوال المؤدّية من x إلى $f(x)$) :

طريقـة

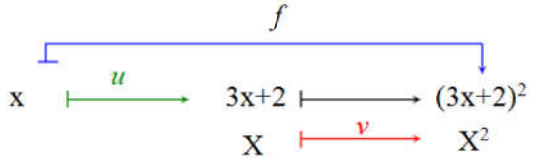
✍ لإيجاد ترابط الدوال المرجعية للمرور من x إلى $f(x)$، نأخذ بالاعتبار الترتيب الذي نجري فيه العمليات لحساب الصورة.

مـــثـــال - 2 -

✔ الدّالة $f : x \mapsto (3x+2)^2$

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=(3x+2)^2$.

للحصول على $f(x)$ ، نضرب x في 2 ونضيف 1 ثمّ نربع النتيجة.



لدينا: $u(x)=3x+2$ ، $v(3x+2)=(3x+2)^2$

ومنه $f(x)=v(u(x))=(3x+2)^2$

✔ ننتقل من x إلى $f(x)$ بتطبيق دالتين مرجعيتين على التّوالي: الدالة التآلفية u ثمّ الدالة مربع v.

✔ ونكتب $f(x)=(v\circ u)(x)=v(u(x))$ ونقرأ f هي v تركيب u.

التقويم

تطبيق

✍ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $f(x)=\dfrac{4x+3}{2x}$.
من بين الاقتراحات الآتية، عيّن ترابط الدوال المرجعية الموافق للمرور من x إلى $f(x)$:

❶ نطبق الدالة التآلفية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $g(x)=4x+3$، ثمّ الدالة مقلوب h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x)=\dfrac{1}{x}$.

❷ نطبق دالة المقلوب h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x)=\dfrac{1}{x}$ ثمّ الدالة التآلفية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $g(x)=4x+3$.

❸ نطبق دالة المقلوب h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x)=\dfrac{1}{x}$ ثمّ الدالة التآلفية k المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $k(x)=2+\dfrac{3}{2}x$.

حل :

❶ نحسب صورة 2 بالدلة f وبالترابط " g ثمّ h ":

- $f(2)=\dfrac{4(2)+3}{2(2)}=\dfrac{11}{4}$
- $g(2)=11$ و $h(11)=\dfrac{1}{11}$

$$2\xrightarrow{g}11\xrightarrow{h}\frac{1}{11}$$

الصورتان مختلفتان، وبالتالي فالترابط الأوّل غير موافق.

❷ نحسب صورة 2 بالدلة f وبالترابط " h ثمّ g ":

- $f(2)=\dfrac{4(2)+3}{2(2)}=\dfrac{11}{4}$
- $h(2)=\dfrac{1}{2}$ و $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=5$

$$2\xrightarrow{h}\frac{1}{2}\xrightarrow{g}5$$

الصورتان مختلفتان، وبالتالي فالترابط الثاني غير موافق.

❸ نحسب صورة 2 بالدلة f وبالترابط " h ثمّ k ":

- $f(2)=\dfrac{4(2)+3}{2(2)}=\dfrac{11}{4}$
- $h(2)=\dfrac{1}{2}$ و $k\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{11}{4}$

$$2\xrightarrow{h}\frac{1}{2}\xrightarrow{k}\frac{11}{4}$$

الصورتان متساويتان، وبالتالي يمكن أن يكون الترابط الثالث موافقا.

للبرهنة على ذلك: نعلم أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$، $f(x)=\dfrac{4x+3}{2x}=\dfrac{4x}{2x}+\dfrac{3}{2x}=2+\dfrac{3}{2x}$

ولدينا أيضا حسب الترابط " h ثمّ k ":

$$x\xrightarrow{h}y=\frac{1}{x}\xrightarrow{k}z=2+\frac{3}{2}y=2+\frac{3}{2x}$$

نستنتج أنّ $f(x)=k(h(x))$.

تطبيق

✍ تمرين 36 صفحة 136.

تطبيق

✍ أنشر وبسّط ثمّ رتّب العبارة $(x-1)^2+3x(x+2)-2$.

التقويم

تطبـــيق

❶ حلل العبارةالأتية إلى جداء عوامل بسيطة:
$A(x) = (x+1)(2x+3) - (x+1)(-x+2) + 5(x+1)^2$.

❷ من أجل $x \neq -\frac{4}{3}$ إختزل العبارة التالية بعد تحليل البسط:
$B(x) = \frac{(x+1)^2 - (2x+3)^2}{3x+4}$.

❸ بين صحة المتطابقات التكعيبية التالية:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3b^2a$$
$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3b^2a$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$$
$$a^3 - b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 + ab)$$

ملاحظـة

❖ تحفظ هذه المتطابقات التكعيبية لإستعمالها في حل التمارين.

عمـــل منـــزلي

تمارين 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 29 - 30 - 31 - 32 الصفحـة 135

تمارين 35 - 36 - 37 - 38 الصفحـة 136

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 35

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : الشكل النموذجي.

المكتسبات القبلية: العبارة الجبرية وطرق تحويلها. النشر والتحليل، الجداءات الشهيرة.
الكفاءات المستهدفة: كتابة العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$ على الشكل النموذجي وتحليلها.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف	**التهيئة النفسية :** التذكير بالعبارة الجبرية وطرق تحويلها. النشر والتحليل، الجداءات الشهيرة. **نشـاط مقتـرح :** a ، b و c أعداد حقيقية، ولتكن العبارة الجبرية $E(x)$ ، ذات المتغير الحقيقي x حيث: $E(x)=ax^2+bx+c$. 1 تحقق أن: $E(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$. 2 أنشر العبارة $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ ، ثم استنتج $x^2+\frac{b}{a}x$ بدلالة $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$. 3 أكتب $E(x)$ بدلالة $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$. **مناقشـة النشـاط :** 1 التحقق أن: $E(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$: لدينا: $a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=ax^2+bx+c=E(x)$. 2 نشر العبارة $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$: لدينا: $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$ • ومنه نستنتج $x^2+\frac{b}{a}x=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}$. 3 كتابة $E(x)$ بدلالة $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$: لدينا: $E(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]$ $=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$.	

بناء المعارف

الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$:

تعريف

✍ a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة بحيث $a\neq 0$، من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

تسمى هذه المساواة الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c.

تعريف

✍ العدد الحقيقي b^2-4ac يسمى مميز العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$ ونرمز إليه بالرمز Δ (نقرأ " دلتا").
ومنه ينتج أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

تسمى هذه المساواة الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c.

مـــثـال - 1 -

✔ لنكتب العبارة x^2+2x-3 على شكلها النموذجي:
لدينا: $a=1$ ، $b=2$ و $c=-3$ أي $\Delta=(2)^2-4(1)(-3)=16$.
ومنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $x^2+2x-3=(x+1)^2-4$.

✔ كتابة العبارة $3x^2-4x+2$ على شكلها النموذجي: $3x^2-4x+2=3\left[\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{9}\right]$

التقويم

تطبـــيق

اكتب العبارات التالية على الشكل النموذجي:
❶ $2x^2+8x-2$. ❷ x^2+6x-2. ❸ $2x^2-12x+18$.

عمـــل منـــزلي

تمارين 58 - 59 الصفحة 137

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مذكرة رقم 36

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يـوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : حلّ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$.

✍ **المكتسبات القبلية:** العبارة الجبرية وطرق تحويلها. النشر والتحليل، الجداءات الشهيرة. الشكل النموذجي.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** استعمال المميز لحل المعادلة: $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف	**التهيئة النفسية :** التذكير بالشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$. **نشـاط مقتـرح :** 1 باستعمال الشكل النموذجي حلل إن أمكن العبارات الآتية: ① x^2+x-2 ② $2x^2-12x+18$ ③ $2x^2+x+1$. 2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلات الآتية: ① $x^2+x-2=0$ ② $2x^2-12x+18=0$ ③ $2x^2+x+1=0$. 3 أعط تخمينا فيما يخص العلاقة بين إشارة المميز Δ وعدد حلول معادلة من الدرجة الثانية **مناقشـة النشـاط :** 1 باستعمال الشكل النموذجي تحليل إن أمكن العبارات الآتية: ① $x^2+x-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2=(x-1)(x+2)$. ② $2x^2-12x+18=-2(x^2-6x+9=2(x-3)^2$. ③ $2x^2+x+1=2\left(x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)=2\left[\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\right]>0$ لاتقبل تحليل. 2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلات الآتية: ① $x^2+x-2=0$ يكافئ $(x-1)(x+2)=0$ يكافئ $x=-2$ أو $x=1$. ② $2x^2-12x+18=0$ يكافئ $2(x-3)^2=0$ يكافئ $x=3$. ③ $2x^2+x+1=0$ يكافئ $2\left[\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\right]=0$ لدينا: $\frac{7}{16}>0$ و $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2>0$ ومنه المعادلة ③ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$. 3 التخمين: المعادلة $ax^2+bx+c=0$ مع $(a\neq 0)$ تقبل حلين متمايزين إذا كان $\Delta>0$ ، وتقبل حل وحيد إذا كان $\Delta=0$ ، ولا تقبل حلول إذا كان $\Delta<0$.	

حلّ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$:.

مبرهنة 01

لتكن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ مع $a\neq 0$ ، Δ مميزها :

- **إذا كان** $\Delta>0$ فإن المعادلة تقبل حلين هما: $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

ويكون لدينا: $\boxed{ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)}$.

- **إذا كان** $\Delta=0$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا: $x_0=\dfrac{-b}{2a}$

ويكون لدينا: $\boxed{ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2}$

- **إذا كان** $\Delta<0$ المعادلة لاتقبل حلولا ولايمكن تحليل العبارة ax^2+bx+c.

برهـان.

لدينا : $A(x)=ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$

ومنه لحل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ نميز ثلاث حالات:

- **الحالة الأولى** $\Delta>0$:

لدينا: $A(x)=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2\right]$

ومنه: $A(x)=a\left(x+\dfrac{b}{2a}+\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\dfrac{b}{2a}-\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$

ومنه: $A(x)=0$ تكافئ: $x+\dfrac{b}{2a}+\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}=0$ أو $x+\dfrac{b}{2a}-\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}=0$

إذن للمعادلة: $A(x)=0$ حلان هما : $\boxed{x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\quad و\quad x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$

- **الحالة الثانية** $\Delta=0$:

بالتعويض في x_1 و x_2 نجد: $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{0}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{0}}{2a}$

نقول إن للمعادلة: $A(x)=0$ حلا مضاعف هو : $\boxed{x_1=x_2=\dfrac{-b}{2a}}$

- **الحالة الثالثة** $\Delta<0$:

في هذه الحالة لايمكننا حساب $\sqrt{\Delta}$ إذن لا يمكن إيجاد قيمتي x_1 و x_2، نقول في هذه الحالة أن المعادلة $A(x)=0$ **لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الحقيقية.**

□

مـــثـال - 1 -

✔ المعادلة $x^2+x+3=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ لأنّ $\Delta=-11<0$، إذن $S=\varnothing$.

العبارة x^3+x+3 لا تحلّل.

✔ في المعادلة $2x^2-10x+12=0$ ، لدينا: $\Delta=4>0$ ومنه للمعادلة حلان متمايزان x_1 و x_2 ، حيث:

$x_1=2$ و $x_2=3$، إذن $S=\{2;3\}$.

ينتج عندئذ: $2x^2-10x+12=2(x-2)(x-3)$.

✔ المعادلة $x^2-6x=-9$ تقبل حلا مضاعفا $x_0=3$ لأن $\Delta=0$، إذن $S=\{3\}$.

ينتج عندئذ: $x^2-6x+9=(x-3)^2$.

ملاحظات

❖ نسمي كل من a ، b و c الموجودة في المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بالمعاملات. إذا كان مجموع هذه المعاملات يساوي 0 أي $a+b+c=0$ فإن العدد 1 هول حل لهذه المعادلة، لأن $a(1)^2+b(1)+c=a+b+c=0$

❖ إذا كان $a\times c<0$ فإن $\Delta>0$ وهذا معناه أن المعادلة تقبل حلين متمايزين x_1 و x_2.

❖ إذا قبلت المعادلة حلين مختلفين x_1 و x_2 فإن $S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ و $P=x_1\times x_2=\frac{c}{a}$

وتصبح المعادلة من الشكل $ax^2+bx+c=a(x^2-Sx+Px)=0$.

تطبيق

✍ حل المعادلة $E(x)=0$ ، ثم استنتج تحليلا لـ $E(x)$ في كل حالة مما يأتي:

① $E(x)=x^2-3x+2$ ② $E(x)=3x^2-5x+2$ ③ $E(x)=-5x^2+8x-3$.

تطبيق

✍ لتكن العبارات الجبرية التالية:

① $A(x)=x^2+x+1$ ② $B(x)=1-x-2x^2$

③ $C(x)=x^2-2x+1$ ④ $D(x)=x^2-3x\sqrt{2}+4$

أ) حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات: $A(x)=0$ ، $B(x)=0$ ، $C(x)=0$ و $D(x)=0$.

ب) استنتج إن أمكن تحليلا للعبارات السابقة.

تطبيق

✍ نعتبر العبارة الجبرية التالية: $P(x)=2x^3-21x^2+28x-9$.

① احسب $P(1)$ ، ماذا تستنتج؟

② عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث مهما يكن x من $\mathbb{R}$ فإن: $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.

③ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

④ نعتبر في $\mathbb{R}^+$ المعادلة $(I)\cdots 2x\sqrt{x}-21x+28\sqrt{x}-9=0$. بالإستعانة بالسؤال الأول حل المعادلة (I).

تطبيق

✍ لتكن $E(x)$ العبارة الجبرية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $E(x)=(m-1)x^2-3mx+m$. حيث m وسيط حقيقي يختلف عن 1.

① أعط الشكل النموذجي للعبارة $E(x)$.

② عيّن قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها: أ) المعادلة $E(x)=0$ تقبل حلين متمايزين.

ب) المعادلة $E(x)=0$ تقبل حلا مضاعفا.

عمـــل منـــزلي

تمارين 60 - 61 الصفحة 138

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 37

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : حل المعادلات والمتراجحات جبريا.

✍ **المكتسبات القبلية:** مفاهيم أولية حول العبارات الجبرية. حل معادلات و متراجحات من الشكل $ax+b=0$ ، $ax+b\leq 0$.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** حل المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية.
استعمال إشارة ثنائي لتعيين إشارة دالة أو لحل متراجحة.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بحل معادلات ومتراجحات من الشكل $ax+b=0$ ، $ax+b\leq 0$.

التشخيص والاكتشاف

نشـــاط مقتـــرح :

✍ ضع العلامة ✘ في الخانات المناسبة:

أمثلة	مساواة	معادلة	متراجحة
هل يوجد عدد خقيقي x حيث $(x-1)(x+2)=0$ ؟		✘	
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-3x+4$.	✘		
عين الأعداد الحقيقية التي مربعها أكبر تماما من 9.			✘
من أجل كل a و b عددان حقيقيان لدينا $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$	✘		

مناقشة النشـاط : كما هو موضح في الجدول السابق.

بـناء المعـارف

المساويات والمعادلات :

المساويات :

خـواص	أمثلة
تكون المساواة صحيحة دائما من أجل كلّ القيم المعطاة للحروف.	المتطابقات الشهيرة هي مساويات.
نكتب مساواة عند: ● إجراء حساب جبري. ● تعريف دالة أو عبارة.	● من أجل الدالة f التي ترفق بكلّ عدد حقيقي x مربعه، نكتب: $f:x\mapsto x^2$. ● E عبارة جبرية حيث: $E=\dfrac{3x+1}{x}$.
تسمح المساواة باستعمال مبدأ التعويض في برهان.	إذا كان $A=B$ ، فيمكن استبدال العبارة A بالعبارة B.

المعادلات :

خـواص	أمثلة
أمام معادلة يُطرح تساؤل: هل يوجد عدد (أو أعداد) x من D تحقق المساواة ... ؟ تسمّى D المجموعة المرجعية للمعادلة.	هل يوجد عدد حقيقي x حيث $3x+2=5x-4$ ؟ x هو المجهول.
حلّ معادلة ذات المتغيّر x يعني تعيين كلّ قيم x من D التي تحققها.	1 حلّ للمعادلة $3x+4=5x+2$ لأنّه ،عند تعويض x بالعدد 1 ، تتحقق المساواة: $3(1)+4=5(1)+2$.
• نقول عن معادلتين إنهما متكافئتان عندما يكون لهما نفس مجموعة الحلول. • إذا أضفنا نفس العدد إلى طرفي معادلة نحصل على معادلة مكافئة لها. • إذا ضربنا في نفس العدد غير المعدوم طرفي معادلة نحصل على معادلة مكافئة لها.	المعادلة $6x-5=4$ تكافئ $6x-5+5=4+5$ أي $6x=9$. وتكافئ $6x\times\frac{1}{6}=9\times\frac{1}{6}$ أي $x=\frac{3}{2}$. حلّ المعادلة $6x-5=4$ هو العدد $x=\frac{3}{2}$.

معادلات يؤول حلّها إلى حلّ معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد :

" معادلة جداء " :

مبرهنة 01

يكون جداء عدّة عوامل معدوما إذا وفقط إذا كان أحد العوامل على الأقّل معدوما.

$A(x)\times B(x)=0$ تكافئ $A(x)=0$ أو $B(x)=0$.

ملاحظة

❖ مثل المعادلة $A(x)\times B(x)=0$ ، تسمّى " معادلة جداء ".

مـــثـــال - 1 -

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $(i)\cdots(4x-2)(x-3)=0$.

لدينا: $(4x-2)(x-3)=0$ يكافئ $4x-2=0$ أو $x-3=0$ يكافئ $x=\frac{1}{2}$ أو $x=3$. $S_1=\{\frac{1}{2};3\}$

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $(ii)\cdots(x-3)(x-1)=-(x-1)^2$.

لدينا: $(x-3)(x-1)=-(x-1)^2$ يكافئ $(x-3)(x-1)+(x-1)^2=0$

يكافئ $(x-1)(x-3+x-1)=0$ يكافئ $(x-1)(2x-4)=0$ يكافئ $x-1=0$ أو $2x-4=0$

يكافئ $x=1$ أو $x=2$. إذن مجموعة حلول المعادلة (ii) هي: $S_2=\{1;2\}$

نتيجة

n عدد طبيعي غير معدوم. $[A(x)]^n=0$ تكافئ $A(x)=0$.

مـــثـــال - 2 -

✔ المعادلة $(9x-3)^3=0$ تكافئ $9x-3=0$ أي $x=3$.

" معادلة حاصل قسمة " :

مبرهنة 02

المعادلة $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ تكافئ $A(x) = 0$ و $B(x) \neq 0$.

ملاحظة

❖ مثل المعادلة $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ ، تسمّى " معادلة حاصل قسمة ".

مـــثـال - 3 -

✔ حلّ في $\mathbb{R} - \{1\}$ المعادلة التالية: $(I) \cdots \frac{x+3}{x-1} = 0$.

لدينا: $\frac{x+3}{x-1} = 0$ يكافئ $x+3 = 0$ و $x-1 \neq 0$ يكافئ $x = -3$ و $x \neq 1$.

إذن مجموعة حلول المعادلة (I) هي: $S = \{-3\}$

✔ حلّ في $\mathbb{R} - \{2\}$ المعادلة التالية: $(II) \cdots \frac{4x^2-16}{x-2} = 0$.

لدينا: $\frac{4x^2-16}{x-2} = 0$ يكافئ $4x^2-16 = 0$ و $x-2 \neq 0$ يكافئ $(2x-4)(2x+4) = 0$ و $x \neq 2$

يكافئ $2x-4 = 0$ أو $2x+4 = 0$ و $x \neq 2$ يكافئ $x = 2$ أو $x = -2$ و $x \neq 2$

بما أنّ $x \neq 2$ ، ينتج $x = -2$ الحلّ الوحيد للمعادلة.

إذن مجموعة حلول المعادلة (II) هي: $S' = \{-2\}$

حل المعادلة $ax^2+bx+c = 0$ $a \neq 0$ (الدرجة الثانية) :

طريقـة

✍ لحلّ معادلة من الشكل $ax^2+bx+c = 0$ مع $a \neq 0$:

★ نتمعّن في إمكانية تحليل المعادلة.

★ في الحالات الأخرى، نستعمل المميّز.

المتراجحات :

إشارة العبارة $ax+b$ حيث $(a \neq 0)$:

✍ لدراسة إشارة العبارة $ax+b$ حيث $(a \neq 0)$ ، نحلّ، في $\mathbb{R}$ ، إحدى المتراجحتين $ax+b \geq 0$ أو $ax+b \leq 0$ ونلخص النتائج كالآتي:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
إشارة $ax+b$	عكس إشارة a	0	إشارة a

✍ يؤول حل متراجحة من الشكل $ax+b \geq 0$ ($ax+b \leq 0$) إلى دراسة إشارة العبارة $ax+b$.

" متراجحة جداء " :

مبرهنة 03

$A(x)$ و $B(x)$ عبارتان جبريتان:

المتراجحة $A(x) \times B(x) \geq 0$ تكافئ $A(x)$ و $B(x)$ من نفس الإشارة .

ملاحظة

❖ مثل المتراجحة $A(x) \times B(x) \geq 0$ تسمّى " متراجحة جداء ".

مثال - 4 -

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:
$(x+5)(x-3) < 0 \cdots (1)$. لدينا:

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
(1)		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن مجموعة حلول المتراجحة (1) هي: $S_1 =]-5;3[$.

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:
$(2x-1)^2 \geq (x+4)^2 \cdots (2)$.
لدينا: $(2x-1)^2 \geq (x+4)^2$
يكافئ $(2x-1)^2 - (x+4)^2 \geq 0$
يكافئ $(x-5)(3x+3) \geq 0$

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$3x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
(2)		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن مجموعة حلول المتراجحة (2) هي: $S_2 =]-\infty;-1] \cup [5;+\infty[$.

" متراجحة حاصل قسمة " :

مبرهنة 04

$A(x)$ و $B(x)$ عبارتان جبريتان: المتراجحة $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$ تكافئ $A(x) \times B(x) \geq 0$ و $B(x) \neq 0$.

ملاحظة

❖ مثل المتراجحة $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$ تسمّى متراجحة " حاصل قسمة ".

مثال - 5 -

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:
$\frac{2x+5}{1-x} \geq 0 \cdots (3)$. لدينا: $x \neq 1$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		1		$+\infty$
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
(3)		$-$	0	$+$	‖	$-$	

إذن مجموعة حلول المتراجحة (3) هي:
$S_3 = \left[-\frac{5}{2};1\right[$.

✔ حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:
$\frac{3x+2}{(x-1)^2} < \frac{1}{x-1} \cdots (4)$.
لدينا: $x \neq 1$ ولدينا $\frac{3x+2}{(x-1)^2} < \frac{1}{x-1}$
يكافئ $\frac{2x+3}{(x-1)^2} < 0$.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
(4)		$+$	0	$-$	‖	$+$	

إذن مجموعة حلول المتراجحة (4) هي:
$S_4 = \left]-\frac{3}{2};1\right[$.

بناء المعارف

التقويم

حلّ متراجحة :

طريقـة

لحلّ متراجحة، نعيّن عند الضرورة القيم الممنوعة وننقل كلّ الحدود إلى نفس الطرف ليصبح الطرف الآخر معدوما. ندرس إشارة العبارة المحصّل عليها باستعمال جدول الإشارات ونستخلص الحلول المطلوبة.

لحل المتراجحة $ax^2+bx+c \leq 0$ نحلل العبارة ax^2+bx+c فنتحصل على متراجحة جداء أو ندرس إشارة العبارة ax^2+bx+c.

تطبـــيق

❶ أدرس إشارة كل من العبارات التالية

أ) $(x-3)(6x-2)$ ب) $9x^2-16$ ج) $-x(x+1)$ د) $\dfrac{x(x-1)}{x+3}$.

❷ إستنتج حلول المتراجحة: $\dfrac{x(x-1)}{x+3}$.

تطبـــيق

I) x متغير حقيقي ، $A(x)$ عبارة جبرية حيث:

$A(x)=(3x+1)^2+1-9x^2-3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)(2x+1)$.

❶ انشر وبسّط ثم رتب العبارة $A(x)$.

❷ احسب القيمة العددية للعبارة $A(x)$ من أجل $x=0$ ثم من أجل $x=1$.

❸ حلّل العبارة $A(x)$ إلى جداء عبارات من الدرجة الأولى.

II) $E(x)$ العبارة الجبرية للمتغير الحقيقي x حيث: $E(x)=\dfrac{A(x)}{x+2}$.

❶ عين القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$.

❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E(x)=0$

❸ ادرس إشارة العبارة $A(x)$، ثم إشارة $E(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

❹ استنتج مجموعة حلول المتراجحتين: $A(x)<0$ و $E(x)\geq 0$.

عمـــل منـــزلي

تمارين 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 48 - 50 - 51 - 52 - 54 - 55 - 56 الصفحة 136 - 137

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

.....

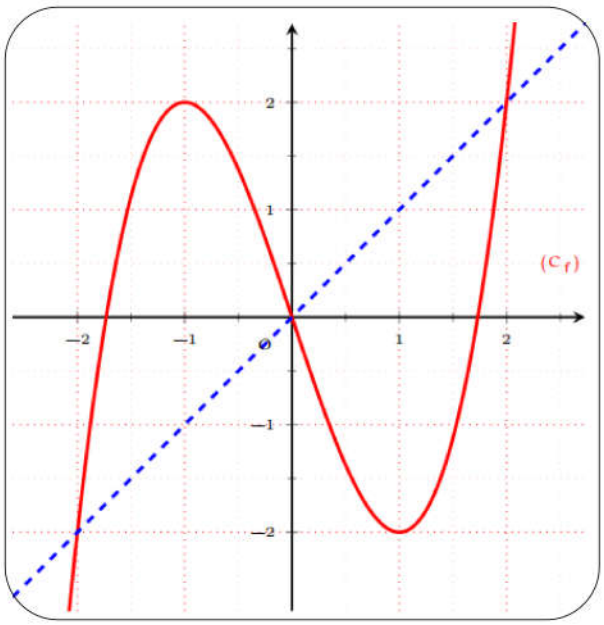
الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

مـذكـرة رقـم 38

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : حل المعادلات والمتراجحات بيانيا.

✍ **المكتسبات القبلية:** مفاهيم أولية حول العبارات الجبرية. التمثيل البياني لدوال مختلفة.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** الحل البياني لمعادلات ومتراجحات من الشكل: $f(x) = k$ ، $f(x) = g(x)$ ، $f(x) < k$ ، $f(x) < g(x)$.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

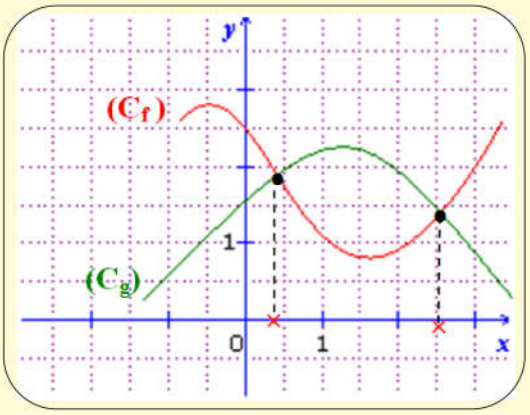
المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف	**التهيئة النفسية :** التذكير بالتمثيل البياني للدالة. **نشـــاط مقتـــرح :** ✍ نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بتمثيلهما البيانيين (C_f) و (C_g) على الترتيب في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. كما هو موضح في الشكل المقابل.  **1** حدد فواصل نقط تقاطع كلا من (C_f) و (C_g). **2** حدد فواصل النقط التي يكون من أجلها المنحنى (C_f) يقع فوق المنحنى (C_g). **3** حدد المجالات التي تكون فيها: • المنحنى (C_f) يقع فوق محور الفواصل. ثم استنتج إشارة $f(x)$. • المنحنى (C_g) يقع تحت محور الفواصل. ثم استنتج إشارة $g(x)$. **مناقشـة النشـاط :** **1** يتقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g) في النقط اللتي فواصلها -2 ، 0 و 2. **2** يقع المنحنى (C_f) فوق المنحنى (C_g) من أجل $x \in [-2;0] \cup [2;+\infty[$. **3** المجالات التي تكون فيها: • المنحنى (C_f) يقع فوق محور الفواصل هي: $x \in [-1.7;0] \cup [1.7;+\infty[$. ومنه نستنتج أن $f(x)$ موجبة من أجل $x \in [-1.7;0] \cup [1.7;+\infty[$ ، وسالبة من أجل $x \in]-\infty;-1.7] \cup [0;1.7]$. • المنحنى (C_g) يقع تحت محور الفواصل هي: $x \in]-\infty;0]$. ومنه نستنتج أن $g(x)$ موجبة من أجل $x \in [0;+\infty[$ ، وسالبة من أجل $x \in]-\infty;0]$.	

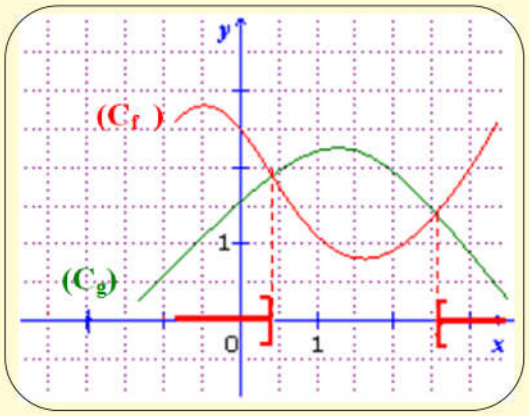
حلّ معادلات ومتراجحات بيانيا :

✍ D جزء من $\mathbb{R}$، f و g دالتان معرفتان على D، (C_f) و (C_g) منحنياهما في معلم للمستوي.

* حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا يعني: تعيين فواصل النقط المشتركة للمنحنيين (C_f) و (C_g).

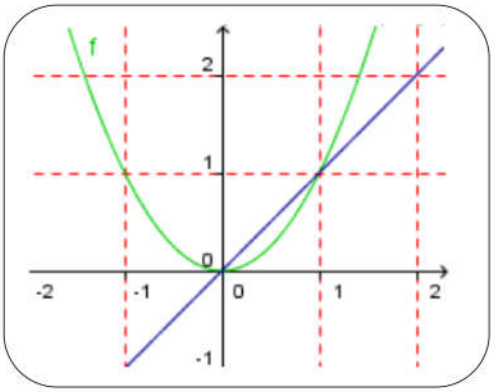
* حلّ المتراجحة $f(x) > g(x)$ بيانيا يعني: تعيين فواصل نقط المنحني (C_f) الواقعة فوق المنحني (C_g).



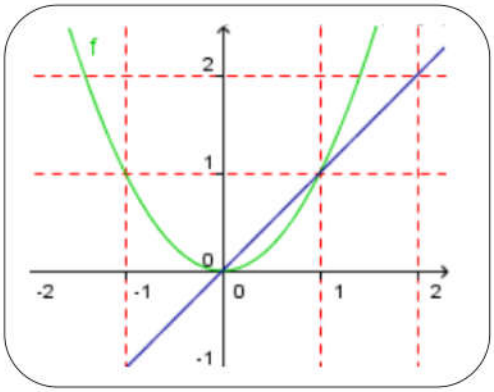


مـــثـــال - 1 -

f و g دالتين معرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x$ و $g(x) = x^2$. (C_f) و (C_g) منحنياهما في معلم للمستوي.



✔ حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا هو: $S = \{0;1\}$.



✔ حلّ المتراجحة $f(x) \leq g(x)$ بيانيا هو: $S = [0;1]$.

نتائج

f دالة معرفة على مجال D من $\mathbb{R}$ ، و k عدد حقيقي.

- حل المعادلة $f(x) = k$ بيانيا يعني: تعيين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $y = k$.
- حل المتراجحة $f(x) > k$ بيانيا يعني: تعيين فواصل النقط التي يكون من أجلها المنحنى (C_f) فوق المستقيم الذي معادلته $y = k$ والعكس صحيح.

مـــثـــال - 2 -

✔ في المثال (1) حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي: $S = \{-1;1\}$.

✔ في المثال (1) حلول المتراجحة $f(x) > 1$ هي: $S' =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$.

بناء المعارف

التقويم

التمثيل البياني وإشارة دالة :

خواص

f دالة معرفة على مجال D من $\mathbb{R}$.

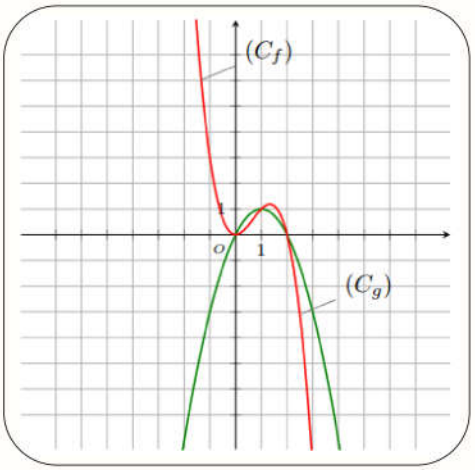
- تكون دالة f موجبة تماما على D إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على D يقع فوق محور الفواصل.
- تكون دالة f سالبة تماما على D إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على D يقع تحت محور الفواصل.
- تنعدم f من أجل x_0 من D إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل عند x_0.

مـــثـــال - 3 -

✔ في المثال (1) الدالة f موجبة تماما على $\mathbb{R}^*$، وتنعدم من أجل $x = 0$.

تطبـــيق

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين : f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = -x^3 + 2x^2$ و $g(x) = -x^2 + 2x$.



❶ عين بيانيا إحداثيات نقاط تقاطع المنحنين (C_f) و (C_g).

❷ عين بيانيا الأوضاع النسبية للمنحنين (C_f) و (C_g).

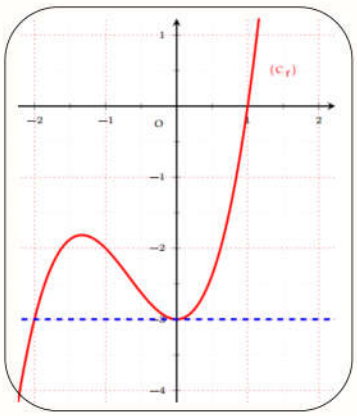
❸ إستنتج حلول المتراجحات التالية: $f(x) \geq g(x)$ ، $f(x) \leq g(x)$.

❹ حل بيانيا: $f(x) > 0$ و $g(x) < -3$.

❺ ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

تطبـــيق

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بتمثيلهما البيانيين (C_f) و (C_g) على الترتيب في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل المقابل:



❶ حل بيانيا المعادلتين $f(x) = 0$ و $f(x) = -3$.

❷ حل بيانيا المتراجحتين $f(x) > 0$ و $f(x) \leq -3$.

❸ استنتج إشارة الدالة f.

عمـــل منـــزلي

تمارين 33 - 56 - 63 - 66 الصفحة 75 - 78 - 80

ملاحظات حول سير الحصة :

.....

.....

مـذكـرة رقـم 39

ثانوية : حميدي عيسى – أولاد دراج –
السنة الدراسية : 2022 – 2023
يــوم :
المدة : 02 ساعة.

المستوى : السنة الأولى ج م ع وتك.
ميدان التعلم : تحليل وجبر.
المحور : العبارات الجبرية.
الموضوع : ترييض المشكلات.

الأستاذ:
فَرَاحْتِيَة
المَحْفُوظ

✍ **المكتسبات القبلية:** مفاهيم أولية حول العبارات الجبرية. المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** توظيف المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية لحل المشكلات في الحياة اليومية.
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت.

المراحل	عناصـر الـدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير ب العبارات الجبرية. المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية.	
التشخيص والاكتشاف	**نشـــاط مقتـــرح :** ✍ إشترى يوسف 10 كراريس و 5 كتب بـ: $2200DA$. ❖ أحسب سعر الكراس الواحد، ثم سعر الكتاب الواحد إذا علمت أن مربع سعر الكراس الواحد يساوي سعر الكتاب الواحد. **مناقشـة النشـاط :** ❖ نفرض x هو سعر الكراس الواحد، فيكون x^2 سعر الكتاب الواحد. وعليه $10x+5x^2=2200$ أي $5x^2+10x-2200=0$. بالقسمة على 5 نجد $x^2+2x-440=0$. وهي معادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول x. لدينا: $\Delta=b^2-4ac$ أي $\Delta=2^2-4(1)(-440)=1764>0$ ومنه المعادلة تقبل حلين متمايزين: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{1764}}{2}=-22$ (مرفوض لأن سعر مقدار موجب). $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{1764}}{2}=20$ و وعليه $x=20$ و $x^2=400$ إذن سعر الكراس الواحد هو: $20DA$ ، وسعر الكتاب الواحد هو: $400DA$.	
بـنـاء المعـــارف	**ترييض المشكلات :** ✍ ترييض المشكلات يعني التعبير عنها بواسطة معادلات أو متراجحات، حيث يسمح حلها بإعطاء جواب عن المشكلات المطروحة. **ترجمة مشكلة وحلّها باستعمال معادلة أو متراجحة :** **طريقـة** ✍ لترجمة مشكلة وحلّها باستعمال معادلة أو متراجحة: ① نختار المجهول. ② نترجم النص بمعادلة رياضية. ③ نحلّ المعادلة أو المتراجحة (لا نعتبر إلا الحلول التي توافق المعطيات). ④ نستخلص النتائج.	

التقويم

تمرين رقم 01

✍ عمر أب 29 سنة وعمر إبنه 5 سنوات.

❖ بعد كم سنة يصبح عمر الأب ثلاثة أضعاف عمر إبنه؟

حل :

❖ نسمي x عدد السنوات التي يصبح عمر الأب ثلاثة أضعاف عمر ابنه.

بعد x سنة يكون عمر الأب $(29+x)$ سنة وعمر ابنه $(5+x)$ سنة.

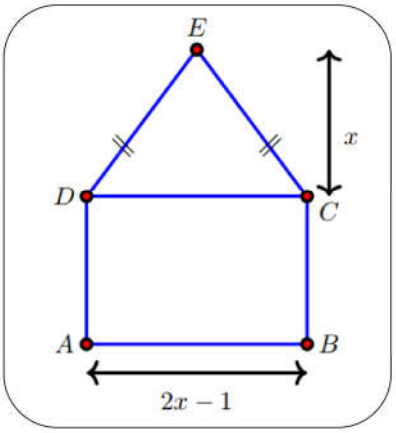
ومنه المعادلة هي: $(29+x)=3(5+x)$.

$(29+x)=3(5+x)$ تكافئ $(29+x)-3(5+x)=0$ تكافئ $-2x+14=0$ أي $x=7$.

ومنه بعد 7 سنوات يكون عمر الأب ثلاثة أضعاف عمر ابنه، حيث يصبح عمر الأب 36 سنة وعمر ابنه 12 سنة.

تمرين رقم 02

✍ أحسب x إذا علمت أن مساحة المنزل $ABCDE$ تساوي $180m^2$.



حل :

✍ لدينا مساحة $ABCD$ هي: $S_1=(2x-1)\times x=2x^2-x$.

ولدينا مساحة ADE هي: $S_2=\dfrac{(2x-1)\times x}{2}=\dfrac{2x^2-x}{2}$.

ولدينا مساحة المنزل $ABCD$ هي: $S=S_1+S_2=180$.

ومنه $\dfrac{2x^2-x}{2}+\dfrac{(2x-1)\times x}{2}=180$ معناه $\dfrac{6x^2-3x}{2}=180$.

إذن $6x^2-3x-360=0$ أي $2x^2-x-120=0$.

لدينا: $\Delta=(-1)^2-4(2)c(-120)=961>0$ ومنه المعادلة تقبل حلين:

$x_1=\dfrac{1-\sqrt{961}}{4}=-\dfrac{15}{2}<0$ (مرفوض)

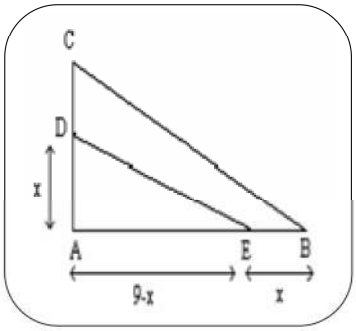
و $x_2=\dfrac{1+\sqrt{961}}{4}=8>0$

وعليه $x=8m$.

تمرين رقم 03

✍ نعتبر ABC مثلث قائم في A حيث $AB=9cm$ و $AC=4cm$.

❖ حدد موضع النقطتين E و D الذي تنتميان إلى $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب بحيث $AD=BE$ ومساحة المثلث ADE تساوي مساحة الرباعي $BCDE$.



التقويم

حل :

❖ نضع $AD = BE = x$

مساحة ADE هي: $\frac{x(x-9)}{2} = \frac{9x - x^2}{2}$.

مساحة $BCDE$ هي: $\frac{9 \times 4}{2} - \frac{9x - x^2}{2} = \frac{x^2 - 9x + 36}{2}$.

ومنه $\frac{9x - x^2}{2} = \frac{x^2 - 9x + 36}{2}$ معناه $9x - x^2 = x^2 - 9x + 36$

معناه $2x^2 - 18x + 36 = 0$ ومنه $x^2 - 9x + 18 = 0$

لدينا $\Delta = (-9)^2 - 4(1)(18) = 81 - 72 = 9 > 0$ ومنه المعادلة تقبل حلين:

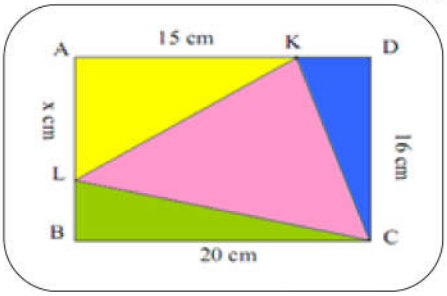
$x_1 = \frac{9+3}{2} = 6$ (مرفوض لأن $x_1 \notin [0;4]$).

و $x_2 = \frac{9-3}{2} = 3$ (مقبول لأن $x_2 \in [0;4]$).

تمرين رقم 04

✍ $ABCD$ مستطيل حيث $AB = 16cm$ و $AD = 20cm$، K نقطة من $[AD]$ بحيث $AK = 15cm$.

L نقطة من $[AB]$ بحيث $AL = X$ حيث x عدد حقيقي موجب.



❶ أحسب كل من: LC^2 ، KC^2 و LK^2.

❷ أحسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL متساوي الساقين $[KC]$ و $[KL]$.

❸ أحسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL قائم في k.

حل :

❶ حساب كل من LC^2 ، KC^2 و LK^2:

◁ لدينا المثلث LBC قائم في B وعليه حسب نظرية فيثاغورس

$LC^2 = LB^2 + BC^2 = (16 - x)^2 + 20^2 = x^2 - 32x + 256$.

◁ لدينا المثلث KDC قائم في D وعليه حسب نظرية فيثاغورس $KC^2 = KD^2 + DC^2 = 5^2 + 16^2 = 281$.

◁ لدينا المثلث ALK قائم في A وعليه حسب نظرية فيثاغورس $LK^2 = LA^2 + AK^2 = x^2 + 15 = x^2 + 225$.

❷ حساب العدد x بحيث يكون المثلث KCL متساوي الساقين $[KC]$ و $[KL]$:

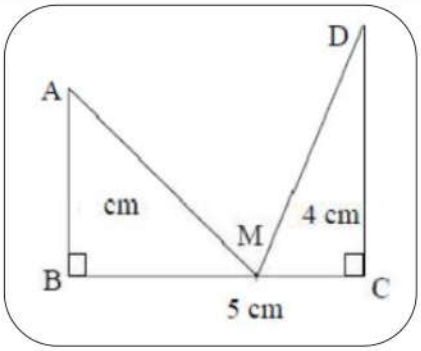
لدينا: $KC = KL$ معناه $281 = x^2 + 225$ أي $x^2 = 56$ ومنه $x = \sqrt{56}$ أو $x = -\sqrt{56}$ (مرفوض).

❸ حساب العدد x بحيث يكون المثلث KCL قائم في k:

المثلث KCL قائم في k معناه $KC^2 + KL^2 = LC^2$ معناه $281 + x^2 + 225 = 256 - 32x + x^2$

معناه $32x = 150$ ومنه $x = \frac{75}{16}$.

تمرين رقم 05



✍ إليك الشكل المقابل.

❖ عيّن موضع النقطة M بحيث يكون $AM = DM$.

التقويم

حـل :

❶ نضع $BM = x$ فيكون $CM = 10 - x$
لدينا المثلث ABM قائم في B وعليه حسب نظرية فيثاغورس نجد $AM^2 = 4^2 + x^2$.
لدينا المثلث CDM قائم في C وعليه حسب نظرية فيثاغورس نجد $DM^2 = 8^2 + (10 - x)^2$.
ومنه $AM = DM$ معناه $AM^2 = DM^2$ معناه $16 + x^2 = 64 + x^2 + 100 - 20x$.
معناه $20x = 148$ أي $x = \frac{148}{20} = 7.4$.
ومنه M تبعد عن B بـ $7.4cm$.

حل تمرين 63 صفحة 138 :

• ليكن أحد أضلاع هذا المثلث n حيث n عدد طبيعي، فيكون طول الضلع الثاني $n + 1$ وطول الضلع الثالث $n + 2$.
ومنه حسب نظرية فيثاغورس نجد $(n + 2)^2 = n^2 + (n + 1)^2$.
أي $n^2 + 2n + 4 = n^2 + 2n + 1 + n^2$.
ومنه $n^2 - 2n - 3 = 0$ أي $\Delta = 2^2 - 4(1)(-3) = 16 > 0$.
للمعادلة حلان $n_1 = \frac{2-4}{2} = -1$ (مرفوض $-1 \notin \mathbb{N}$) و $n_2 = \frac{2+4}{2} = 3$
ومنه توجد ثلاث أعداد طبيعية متتالية 3 ، 4 و 5 هي أطوال أضلاع مثلث قائم.

حل تمرين 66 صفحة 138 :

• نفرض طول ضلع المربع الصغير هو x، فتكون مساحته x^2، ومنه مساحة الجزء الملون هي: $S_1 = 4x^2$،
ومساحة الورقة المربعة هي: $S_2 = 36$.
مساحة الجزء الملون ثلاثة أرباع مساحة الورقة المربعة معناه $S_1 = \frac{3}{4}S_2$.
ومنه $4x^2 = \frac{3}{4} \times 36$ أي $x^2 = \frac{27}{4}$ أي $x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (الحل السالب مرفوض كون x يمثل طول).
ومنه طول ضلع المربع الصغير هو: $\frac{3\sqrt{3}}{2} cm$.

تطبـــيق

✍ نريد توزيع بالتساوي مبلغا من المال قدره $34800DA$ على مجموعة من الأشخاص.
إذا علمت أنّه لو كان خمسة منهم غائبين لارتفعت حصة كل واحد منهم بزيادة قدرها $1160DA$.
✍ ما هو عدد مؤلاء الأشخاص ؟

عمـــل منـــزلي

تمارين 64 - 65 - 67 - 68 - 70 - 71 - 72 - 74 الصفحة 138 - 139
مسائل الصفحة 79 - 80 - 81

ملاحظات حول سير الحصة :

.....
.....
.....