محور: ا الإحتمالات

ثانوية الشهيد مصطفى بن بولعيد - المعاضيد - المسيلة

يسرني أن أتقدم لكم بهذا العمل المتواضع والمتمثل في مذكرات مادة الرياضيات لسنة ثانية ثانوي شعبة:

⋆ علوم تجريبية ⋆ رياضيات ⋆ تقني رياضي ⋆

يتضمن هذا العمل:

- **مذكرة 20:** محاكات تجربة عشوائية.
- **مذكرة 21:** الحوادث والعمليات عليها.
- **مذكرة 22:** قانون احتمال.
- **مذكرة 23:** خواص الاحتمالات.
- **مذكرة 24:** الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال.
- **مذكرة 25:** المتغير العشوائي.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ

MATHEMATICS

آخر تحديث: 20 / 11 / 2025

السنة الدراسية: 2024 / 2025

أنشطة محور الإحتمالات

نشـــاط : (محاكاة تجربة عشوائية)

❶ ارم قطعة نقدية 25 مرة، وسجل 0 عن ظهور الوجه (F) و 1 عند ظهور الظهر (P) ثم دون النتائج في جدولين التالين:

جدول النتائج

جدول التواترات

	0	1
التكرار		
التواتر		

❷ ضم نتائجك إلى نتائج 4 تلاميذ آخرين ثم أحسب التواتر لكل من الوجه والظهر في العينة ذات المقاس 100 المحصل عليها • قارن النتيجتين مع نتائجك؟ هل الفروق كبيرة؟

❸ كرر التجربة بزيادة مقاس العينة لـ 200 ثم 500 وأحسب تواترات كل تجربة. ماالذي يمكنك قوله عن علاقة التواترات بمقاس العينة ؟

نشـــاط : (الحوادث والعمليات عليها)

نضع في علبة 10 كرات مرقمة من 21 إلى 30. نسحب كرة واحدة بصفة عشوائية ونسجل رقمها

❶ عين مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة العشوائية

❷ نعتبر الحادثتين

- A "رقم الكرة المسحوبة هومضاعف للعدد 3"
- B "رقم الكرة المسحوبة هومضاعف للعدد 4"

◄ عين مجموعة إمكانيات كل من هاتين الحادثتين

❸ عين مجموعة إمكانيات كل من الحادثتين التاليتين:

- " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 ومضاعف للعدد 4 في آن واحد"
- رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 أو مضاعف للعدد 4"

نشـــاط : (قانون احتمال)

يحتوي كيس على 5 كر يات متماثلة (لا نفرق بينها عند اللمس) مرقمة من 2 إلى 6. نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد ونسجل مجموع رقميهما.

❶ هل يمكن الحصول على 4؟ على 6؟

❷ ماهي كل النتائج المختلفة التي يمكن الحصول عليها؟

❸ ماهو عدد الطرائق الممكنة للحصةل على 8؟

❹ أُحسب عدد الطرائق الكلية الممكنة لسحب كرتين في آن واحد.

❺ علما أن احتمال الحصول على 8 هو نسبة عدد طرائق الحصول على 8 إلى عدد الطرائق الكلية.

- أُحسب احتمال الحصول على 8.

❻ لحساب احتمال كل النتائج الممكنة أُنقل ثم اكمل الجدل أدناه

حيث: x_i نتيجة المجموع الممكن الحصول عليها و P_i احتمال النتيجة P_i الموافقة.

x_i				8			
P_i							

نشـــاط : (خواص الاحتمالات)

يحتوي صندوق على 20 كرية متماثلة (لا نفرق بينها عند اللمس). حيث 10 منها بيضاء (B) و 6 سوداء (N) و 4 حمراء (R). نسحب من الصندوق كرية واحدة.

❶ عين مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة العشوائية.

❷ عين مجموعة امكانيات الحوادث التالية وحدد عدد عناصر كل منها :

- الحادثة A الكرية المسحوبة بيضاء .
- الحادثة B الكرية المسحوبة سوداء .
- الحادثة C الكرية المسحوبة بيضاء أو سوداء.
- الحادثة D الكرية المسحوبة ليست بيضاء.
- الحادثة E الكرية المسحوبة صفراء.

❸ أحسب نسبة عدد عناصر كل حادثة إلى عدد عناصر مجموعة الإمكانيات.

نشـــاط : (الأمل الرياضياتي، التباين، الانحراف المعياري)

لتكن التجربة العشوائية التالية: رمي زهرة نرد غير مزيفة **50** مرة.

❶ إملأ الجدول التالي حيث f_i تمثل التواترات التجريبية و p_i تمثل التواترات النظرية (الاحتمالات).

e_i	1	2	3	3	4	5	6
f_i							
p_i							

❷ احسب الوسط الحسابي للسلسلةالمحصلة. ثم احسب العدد $E = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$. ماذا تستنتج؟

❸ احسب التباين للسلسلة المحصلة ،ثم أحسب العدد $v = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E)^2$

❹ احسب الجذر التربيعي لـ V.

نشـــاط : (المتغير العشوائي)

يحتوي كيس على 4 كريات حمراء و 3 بيضاء و 5 خضراء ، نسحب كرة واحدة عشوائيا ويسجل رقمها ، يربح الشخص 3 دنانير إذا كانت الكرة خضراء و5 دنانير إذا كانت الكرة بيضاء ويخسر دينارين إذا كانت الكرة حمراء. نعتبر الدالة X والتي تعرف مقدار الربح أو الخسارة

❶ ماهي مجموعة الامكانيات التي يمكن الحصول عليها؟

❷ عين القيم الممكنة للدالة X ، ثم عرف قانون احتمال الدالة X

❸ أحسب كلا من $E(X)$ ، $V(X)$ و $\sigma(X)$ حيث :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i \quad , \quad V = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 P_i \quad , \quad \sigma(X) = \sqrt{V}$$

❹ هل اللعبة في صالح اللاعب؟

مــذكـرة رقـــم 20

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يـوم :
المدة : 01 سـاعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : محاكات تجربة عشوائية.

الأستاذ: فَرَاحتِيَة المَحفُوظ

المكتسبات القبلية: مفاهيم أولية حول مفهوم التواترات. المجموعات والعمليات عليها.
الكفاءات المستهدفة: محاكات تجربة عشوائية ،إبراز مفهوم ميل تواترات نحو الإستقرار.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصر الـــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التشخيص والاكتشاف

نشـــاط مقترح :

❶ ارم قطعة نقدية 25 مرة، وسجل 0 عن ظهور الوجه (F) و 1 عند ظهور الظهر (P) ثم دون النتائج في جدولين التالين:

جدول النتائج

جدول التواترات

	0	1
التكرار		
التواتر		

❷ ضم نتائجك إلى نتائج 4 تلاميذ آخرين ثم أحسب التواتر لكل من الوجه والظهر في العينة ذات المقاس 100 المحصل عليها • قارن النتيجتين مع نتائجك؟ هل الفروق كبيرة؟

❸ كرر التجربة بزيادة مقاس العينة لـ 200 ثم 500 وأحسب تواترات كل تجربة. ماالذي يمكنك قوله عن علاقة التواترات بمقاس العينة ؟

بنـــــــاء معـــــــارف

مصطلحات و تعاريف :

التجربة العشوائية :

تعريف

✍ نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة.
✍ نسمي عينة لتجربة عشوائية مجموعة النتائج المتحصل عليها عند تكرار هذه التجربة.

محاكاة تجربة عشوائية :

✍ عند البحث عن عينة لتجربة عشوائية، يتعسرالحصول على عدد كبير من التجارب، لذا نلجأ إلى محاكاة.

✍ لمحاكاة تجربة عشوائية، نصف هذه التجربة ثم ننمذجها، أي نختار نموذج لسحب أعداد بصفة عشوائية حيث يكون لهذا النموذج نفس خواص الظاهرة المدروسة ثم نلاحظ تواترات ظهور مختلف النتائج الممكنة.

مــــثـــال - 1 -

✔ التّجربة العشوائية: ميلاد بنت أو ولد في 10 عائلات.
✔ نموذج لهذه التّجربة: حظوظ ميلاد بنت تساوي حظوظ ميلاد ولد.
✔ تنفيذ محاكاة توزيع الجنس في 10 عائلات : يمكن محاكاة هذه التّجربة بعدة طرق، نقترح هنا طريقتين مألوفتين هما:

❖ طريقة1: برمي قطعة نقديّة غير مزيّفة 10 مرّات حيث نرفق الوجه بالنتيجة "بنت" و الظهر بالنتيجة "ولد" . مثلا : العيّنة وجه - ظهر - وجه - وجه - ظهر - وجه - ظهر - وجه – وجه – ظهر . تعبّر عن 6 بنات و 4 أولاد في العائلات العشرة. (يمكن ان نرمز لـ F : وجه و لـ P : ظهر).

❖ طريقة2: برمي زهر نرد غير مزيّف 10 مرّات. نرفق الوجوه 2 ، 4 ، 6 بالنتيجة "بنت" و الوجوه 1 ، 3 ، 5 بالنتيجة "ولد" . مثلا: العيّنة 1-3-2-6-5-1-3-1-4-2 تعبّر عن 4 بنات و 6 أولاد في العائلات العشرة.

بناء المعارف

التـــواتـــرات :

تعريف

هو حاصل قسمة تكرار الطبع (القيمة) على مجموع التكرارات للقيم ونرمز له بالرمز f_i أي: $\boxed{f_i = \dfrac{n_i}{N}}$.

حيث: n_i : تكرار الطبع و N التكرار الكلي مع $N = \sum\limits_{i=1}^{i=k} n_i$

مبرهنة

نعتبر تجربة عشوائية ما حيث f_i تمثل تواترات ظهور نتائجها حيث $0 \leq f_i \leq 1$ وبالتالي : $\sum\limits_{i=1}^{i=k} f_i = 1$

برهان.

لدينا $f_i = \dfrac{n_i}{N}$ ومنه $\sum\limits_{i=1}^{i=k} f_i = \sum\limits_{i=1}^{i=k} \dfrac{n_i}{N} = \dfrac{1}{N} \sum\limits_{i=1}^{i=k} n_i = \dfrac{N}{N} = 1$ □

ملاحظـــــة :

في تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرات، نلاحظ أن تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر، مما يسمح لنا بالقول أن تواتر ظهور كل منهما يؤول نحو الاستقرار حول القيمة $\dfrac{1}{2}$.

وبهذا نكون قد نمذجنا هذه التجربة (رمي قطعة نقدية مرة واحدة)، ثم أن القيمة $\dfrac{1}{2}$ هي التي نسميها فيما بعد احتمال ظهور أحد الوجهين.

التقويم

تطبيـــق

التجربة العشوائية نجاح أو رسوب 20 تلميذ يمكن محاكاة هذه التجربة بعدة طرق منها:

❶ زهرة نرد غير مزيفة

❷ قطعة نقدية متجانسة

أنجز هذه التجربة بطريقتين

الحـــل

طريقة 1 نرمي زهرة النرد الغير المزيفة 15 مرة ، نرفق بالوجوه 2،4،6 بنتيجة نجاح و الوجوه 1،3،5 بالنتيجة رسوب

مثلا العينة $\{3, 1, 5, 2, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 6, 4, 2, 1\}$ تعبر عن 6 تلاميذ نجيحين و 9 تلاميذ راسيبين

طريقة 2 نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 15 مرة نرفق للوجه (F) بالنتيجة النجاح و للظهر (p) بالنتيجة الرسوب

مثلا العينة $\{p, p, p, f, f, f, p, p, f, f, p, f, p; f, f, f\}$ تعبر عن 7 تلاميذ راسبين و 8 ناجحين

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

مذكرة رقم 21

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : الحوادث والعمليات عليها.

الأستاذ:
فَرَاحتِيَة المَحفوظ

✍ **المكتسبات القبلية:** المجموعات والعمليات عليها.
✍ **الكفاءات المستهدفة:** مدخل إلى الإحتمالات، معرفة مصطلحات مختلفة (الحوادث وأنواعها، العمليات علي الحودث،...).
✍ **الأدوات المستعملة:** المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق التشخيص والاكتشاف بناء المعارف	**نشاط مقترح :** نضع في علبة 10 كرات مرقمة من 21 إلى 30. نسحب كرة واحدة بصفة عشوائية ونسجل رقمها ❶ عين مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة العشوائية ❷ نعتبر الحادثتين • A "رقم الكرة المسحوبة هومضاعف للعدد 3" • B "رقم الكرة المسحوبة هومضاعف للعدد 4" ◄ عين مجموعة إمكانيات كل من هاتين الحادثتين ❸ عين مجموعة إمكانيات كل من الحادثتين التاليتين: • " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 ومضاعف للعدد 4 في آن واحد" • رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 أو مضاعف للعدد 4" **مناقشة النشاط :** ① مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة: $\Omega = \{21;22;23;24;25;26;27;28;29;30\}$ ② • نعتبر الحادثة A " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 " مجموعة إمكانيات الحادثة A هي: $A = \{21;24;27;30\}$ • نعتبر الحادثة B " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 4 " مجموعة إمكانيات الحادثة B هي: $B = \{24;28\}$ ③ • نعتبر الحادثة C " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 ومضاعف للعدد 4 في آن واحد " مجموعة إمكانيات الحادثة C هي: $C = A \cap B = \{24\}$ • نعتبر الحادثة D " رقم الكرة المسحوبة هو مضاعف للعدد 3 أو مضاعف للعدد 4 في آن واحد " مجموعة إمكانيات الحادثة D هي: $D = A \cup B = \{21;24;27;28;30\}$ **مجموعة الإمكانيات :** **تعريف** ✍ إمكانية تجربة عشوائية هي أية نتيجة ممكنة لهذه التجربة. ✍ مجموعة الإمكانيات هي مجموعة النتائج الممكنة لهذه التجربة و نرمز إليها عادة بالحرف Ω. **مـثـال - 1 -** ✔ رمي قطعة نقد هي تجربة عشوائية نتائجها الممكنة هي ظهور الوجه أو الظهر. أي: $\Omega = \{F;P\}$ ✔ رمي زهر النرد هي تجربة عشوائية نتائجها الممكنة هي ظهور الأوجه الستة أي: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$ **الحادثة :** **تعريف** نسمي حادثة كل جزء من مجموعة إمكانيات تجربة عشوائية أي مجموعة النتائج التي تتميز بنفس الخاصية.	

مــثـال - 2 -

✍ صندوق يحتوي على 10 قريصات مرقمة من 1 إلى 10. نسحب قريصة واحدة عشوائيا.

✔ مجموعة الإمكانيات هي: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

✔ A هي الحادثة " سحب قريصة تحمل رقم زوجي " أي: $A = \{2;4;6;8;10\}$

الحوادث الخاصة :

✍ **الحادثة الأكيدة:** هي Ω أي مجموعة كل النتائج الممكنة.

✍ **الحادثة المستحيلة:** هي $\varnothing$ المجموعة الخالية (لا تحتوي على أي إمكانية).

✍ **الحادثة البسيطة:** هي حادثة متكونة من نتيجة واحدة (عنصر وحيدا)، فهي مجموعة أحادية. تدعى حادثة أولية.

مــثـال - 3 -

✔ الحوادث البسيطة في رمي قطعة نقدية هي: $\{F\}$ ، $\{P\}$.

✔ الحوادث البسيطة في رمي زهر النرد هي: $\{1\}$ ، $\{2\}$ ، $\{3\}$ ، $\{4\}$ ، $\{5\}$ ، $\{6\}$

العمليـات على الحـوادث :

تقـاطع حـادثتين :

تعريف

نسمي تقاطع الحادثتين A و B ونرمز إليه بـ $A \cap B$ الحادثة التي تحوي العناصر المشتركة بين الحادثتين A و B.

مــثـال - 4 -

✍ رمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه.

✔ مجموعة الإمكانيات هي: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

✔ A هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه أكبر من 4 "، أي: $A = \{4;5;6\}$

✔ B هي الحادثة " الحصول على وجه رقم زوجي "، أي: $A = \{2;4;6\}$

✔ الحادثة $A \cap B$ هي: " الحصول على وجه رقمه أكبر من 4 وزوجي"، أي: $A \cap B = \{4;6\}$

الحادثتان المنفصلتان (غير المتلائمتين) :

تعريف

نسمي حادثتين منفصلتين (أو غير متلائمتين) A و B الحادثتين اللتين لا تشتركان في أي عنصر (أي نتيجة).

أي $A \cap B = \varnothing$

مــثـال - 5 -

✍ رمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه.

✔ A هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه فردي "، أي: $A = \{1;3;5\}$

✔ B هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه زوجي "، أي: $A = \{2;4;6\}$

✔ الحادثة $A \cap B$ هي: " الحصول على وجه رقمه فردي و زوجي "، أي: $A \cap B = \varnothing$

✍ ومنه A و B منفصلتان.

اتحـاد حـادثتين :

تعريف

نسمي اتحاد حادثتين A و B ونرمز إليه بـ $A \cup B$ الحادثة المتكونة من عناصر الحادثة A أو الحادثة B.

بناء معارف

مــــثـــال - 6 -

✍ رمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه.

✔ A هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه فردي " ،أي: $A = \{1;3;5\}$

✔ B هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه مضاعف للعدد 3 " ،أي: $A = \{3;6\}$

✔ الحادثة $A \bigcup B$ هي: " الحصول على وجه رقمه فردي أو مضاعف للعدد 3 "

ومنه: $A \bigcap B = \{1;3;5;6\}$

الحادثة المعاكسة :

تعريف

نسمي الحادثة المعاكسة للحادثة (متممة أو مكملة الحادثة) A ونرمز لها بـ $\overline{A}$ أو A^c (نقرأ " لا A ") مجموعة العناصر التي تنتمي إلى Ω ولا تنتمي إلى A.

مــــثـــال - 7 -

✍ في تجربة رمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه.

✔ A هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه فردي " ،أي: $A = \{1;3;5\}$

✔ $\overline{A}$ هي الحادثة " الحصول على وجه رقمه زوجي " ،أي: $\overline{A} = \{2;4;6\}$

مــبرهنة

A و B حادثتان من تجربة عشوائية وبالتالي :

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

برهان.

ليكن $x \in \overline{A \cup B}$ معناه $x \in \Omega - (A \cup B)$

يكافئ $x \notin A$ و $x \notin B$

يكافئ $x \in \overline{A}$ و $x \in \overline{B}$

يكافئ $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

$x \in \overline{A \cap B}$ معناه $x \in \Omega - (A \cap B)$

يكافئ $x \in (\Omega - A)$ أو $x \in (\Omega - B)$

يكافئ $x \in \overline{A}$ أو $x \in \overline{B}$

يكافئ $x \in \overline{A} \cup \overline{B}$

□

التقويم

تطبيـــق

نرمي زهرة نرد متوازنة، ولتكن الحوادث التالية:

A "ظهور رقم أكبر تماما من 3"

B "ظهور رقم أصغر تماما من 6"

C "ظهور رقم زوجي"

① عين عناصر المجموعة Ω

② عين عناصر الحوادث A ، B و C

③ عين مجموعة الحوادث التالية $A \cap B$ ، $A \cap C$ ، $A \cap B \cap C$ ، $A \cup C$ ، $A \cup B \cup C$

④ عين مجموعة الحوادث التالية $\overline{A} \cap \overline{B}$ ، $\overline{A \cup B}$ ، $\overline{A}$ ، $\overline{B}$

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

الأستاذ: فراحتية المحفوظ

مــذكــرة رقـــم 22

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 سـاعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : قانون احتمال.

المكتسبات القبلية: التجربة العشوائية. مجموعة الامكانيات. الحوادث والعمليات عليها.
الكفاءات المستهدفة: وصف تجربة عشوائية بسيطة، عدد النتائج المكنة فيها منته حساب قانون إحتمال تجربة عشوائية.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصـــر الـــدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق		

نشــاط مقترح :

يحتوي كيس على 5 كر يات متماثلة (لا نفرق بينها عند اللمس) مرقمة من 2 إلى 6. نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد ونسجل مجموع رقميهما.

❶ هل يمكن الحصول على 4؟ على 6؟
❷ ماهي كل النتائج المختلفة التي يمكن الحصول عليها؟
❸ ماهو عدد الطرائق الممكنة للحصةل على 8؟
❹ أُحسب عدد الطرائق الكلية الممكنة لسحب كرتين في آن واحد.
❺ علما أن احتمال الحصول على 8 هو نسبة عدد طرائق الحصول على 8 إلى عدد الطرائق الكلية.
- أُحسب احتمال الحصول على 8.

❻ لحساب احتمال كل النتائج الممكنة أُنقل ثم اكمل الجدل أدناه
حيث: x_i نتيجة المجموع الممكن الحصول عليها و P_i احتمال النتيجة P_i الموافقة.

x_i				8			
P_i							

التشخيص والاكتشـــاف

مناقشة النشــاط :

عندما نسحب كرتين في آن واحد فإن النتيجة تكون على شكل ثنائية مؤلفة من عددين دون ترتيب وبلا تكرار مثل $(2;3)$ والمجموع في هذا المثال هو 5 ، وعليه:

① لايمكن الحصول على 4 لأن: العدد 4 لايكتب كمجموع رقمين من الأرقام التي تحملها الكرات التي داخل الكيس.
ونحصل على أصغر مجموع بسحب الكرتين التين تحملان الرقمين 2 و 3 هو 5 .
يمكن الحصول على 6 بسحب الكرتين اللتين تحملان الرقمين 2 و 4 .

② النتائج المختلفة التي يمكن الحصول عليها: $\Omega = \{5;6;7;8;9;10;11\}$

③ بما أن 8=6+2=5+3 فإنه يمكن الحصول على 8 بطريقتين إحداهما بسحب الكرتين اللتين تحملان الرقمين 2 و 6 ، والأخرى بسحب الكرتين اللتين تحملان الرقمين 3 و 5 .

④ لحساب عدد الطرائق الكلية الممكنة لسحب كرتين في آن واحد من الكيس يمكن إتباع طرائق العد البسيطة مثل إستعمال الشجرة أو الجدول والحصول على:

+	2	3	4	5	6
2	✖	5	6	7	8
3	✖	✖	7	8	9
4	✖	✖	✖	9	10
5	✖	✖	✖	✖	11
6	✖	✖	✖	✖	✖

ومنه عدد الطرائق الكلية يساوي 10.

⑤ بما أن عدد الطرائق الكلية هو 10، وعدد الطرائق الحصول على 8 هو 2 فإن إحتمال الحصول على 8 هو: $\frac{1}{5}$.

⑥ حساب احتمال كل النتائج الممكنة.

x_i	5	6	7	8	9	10	11
P_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

قانون احتمال :

تعريف

✍ لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة العشوائية: $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$، نعرف قانون احتمال على المجموعة Ω بإرفاق كل قيمة x_i من Ω بعدد موجب p_i بحيث : $\boxed{p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1}$
مع : $\boxed{0 \leq p_i \leq 1}$ ونمثل قانون الإحتمال بالجدول المرفق:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
p_i	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

✍ نمذجة تجربة عشوائية يعني إرفاقها بمجموعة إمكانيات Ω و قانون احتمال P على Ω

مـــثـال - 1 -

✍ في تجربة رمي زهرة نرد لدينا: $p(1) = p(3) = p(4)$ و $2p(3) = p(2)$ و $3p(4) = p(5) = p(6)$

✔ عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة

تساوي الإحتمال :

تعريف

لتكن $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ مجموعة امكانيات تجربة عشوائية. إذا كان لكل الإمكانيات نفس الإحتمال (متساوية الإحتمال) نقول إن قانون الإحتمال متساوي الإحتمال أو متساوي التوزيع.
بمعنى: إذا كان n عدد عناصر Ω فإن إحتمال وقوع كل عنصر x_i من Ω هو: $P_i = \dfrac{1}{n}$.
حيث: $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$ مع $0 \leq p_i \leq 1$ و $p_1 = p_2 = \cdots = p_n$

ملاحظـــــــة :

✍ بعض التعابير التي تدل على وضعية تساوي احتمال :
- ❖ نختار بصفة عشوائية.
- ❖ رمي قطعة نقدية متوازنة.
- ❖ رمي زهرة نرد غير مزيفة.
- ❖ سحب كريات أو قريصات داخل كيس لانفرق بينهما عند اللمس.

مـــثـال - 2 -

✔ عند رمي قطعة نقدية، نقبل أن احتمال ظهور الوجه أو الظهر يساوي $\dfrac{1}{2}$

✔ عند رمي زهر النرد ذي 6 أوجه، فإن احتمال الحصول على أحد الأوجه هو $\dfrac{1}{6}$

التقويم

عمـــل منـــزلي

تمـاريـن 13 - 18 - 19 - 30 الصفحـة 389 - 390

بنـــاء معـــــارف

ملاحظات حول سير الحصة :

....
....
....

الأستاذ: فَرَاحتية المحفوظ

مذكرة رقم 23

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : خواص الاحتمالات.

المكتسبات القبلية: التجربة العشوائية. مجموعة الامكانيات. الحوادث والعمليات عليها.

الكفاءات المستهدفة: حساب احتمال حادثة بسيطة. استعمال خواص الاحتمالات في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة. التعرف شجرة الاحتمالات.

الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصر الـــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التشخيص والاكتشــــاف

نشـــــــاط :

يحتوي صندوق على 20 كرية متماثلة (لا نفرق بينها عند اللمس). حيث 10 منها بيضاء (B) و 6 سوداء (N) و 4 حمراء (R). نسحب من الصندوق كرية واحدة.

❶ عين مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة العشوائية.

❷ عين مجموعة امكانيات الحوادث التالية وحدد عدد عناصر كل منها :

- الحادثة A الكرية المسحوبة بيضاء .
- الحادثة B الكرية المسحوبة سوداء .
- الحادثة C الكرية المسحوبة بيضاء أو سوداء.
- الحادثة D الكرية المسحوبة ليست بيضاء.
- الحادثة E الكرية المسحوبة صفراء.

❸ أحسب نسبة عدد عناصر كل حادثة إلى عدد عناصر مجموعة الإمكانيات.

مناقشة النشـــاط :

① مجموعة النتائج التي يمكن الحصول عليها في هذه التجربة:

$$\Omega=\{B_1;B_2;B_3;B_4;B_5;B_6;B_7;B_8;B_9;B_{10};N_1;N_2;N_3;N_4;N_5;N_6;R_1;R_2;R_3;R_4\}$$

② • مجموعة إمكانيات الحادثة A هي: $A=\{B_1;B_2;B_3;B_4;B_5;B_6;B_7;B_8;B_9;B_{10}\}$. وعددها: 10

- مجموعة إمكانيات الحادثة B هي: $B=\{N_1;N_2;N_3;N_4;N_5;N_6\}$. وعددها: 6
- مجموعة إمكانيات الحادثة C هي:

$C=A\cup B=\{B_1;B_2;B_3;B_4;B_5;B_6;B_7;B_8;B_9;B_{10};N_1;N_2;N_3;N_4;N_5;N_6\}$. وعددها: 16

- مجموعة إمكانيات الحادثة D هي: $D=\overline{A}=\{N_1;N_2;N_3;N_4;N_5;N_6;R_1;R_2;R_3;R_4\}$. وعددها: 10
- مجموعة إمكانيات الحادثة E هي: $E=\varnothing$. وعددها: 0

③ حساب نسبة عدد عناصر كل حادثة إلى عدد عناصر مجموعة الإمكانيات. هو ما يعرف بإحتمال حادثة ومنه:

$P(A)=\frac{1}{2}$. $P(B)=\frac{3}{10}$. $P(C)=\frac{4}{5}$. $P(D)=\frac{1}{2}$. $P(E)=\frac{0}{20}=0$.

بنــــــاء المعـــــارف

احتمال حادثة :

تعريف

Ω مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية مرفقة بقانون احتمال و A حادثة.
احتمال الحادثة A يرمز له بـ $P(A)$ ويساوي مجموع إحتمالات الحوادث الأولية للحادثة A

مـــثـــال - 1 -

النتائج المحصل عليها بعد رمي زهر نرد مزيف العديد من المرات، سمحت باقتراح قانون الاحتمال المعرف بالجدول كما يلي:

x_i	1	2	3	4	5	6
P_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$

✔ احتمال الحصول على رقم فردي هو:

$$P(\{1;3;4\})=P(\{1\})+P(\{3\})+P(\{4\})=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{3}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

نتيجة

في حالة تساوي الإحتمال ، كل مخرج (إمكانية) x_i له إحتمال P_i حيث $P_i = \frac{1}{n}$

إذا كانت الحادثة A تحوي على m عنصر يكون احتمالها $P(A)$ هو $P(A) = m \times \frac{1}{n}$ أي أن

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}}$$

ملاحظـــــــــة :

✍ نسمي عناصر الحادثة A الحالات المواتية (أو الملائمة) لهذه الحادثة وعناصر Ω الحالات الممكنة.

✍ تسمى النظرية السابقة أيظا قانون لبلاس (Laplace)

مـــثـال - 2 -

✍ صندوق يحتوي على 8 قريصات مرقمة من 5 إلى 12. نسحب قريصة واحدة عشوائيا.

ونعتبر الحادثة " سحب قريصة تحمل رقم زوجي " والحادثة " سحب قريصة تحمل رقم مضاعف لـ 3 "

✔ لدينا: $\Omega = \{5;6;7;8;9;10;11;12\}$ ، $A = \{6;8;10;12\}$ ، $B = \{6;9;12\}$

✔ ومنه: $p(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{3}{8}$

خواص الإحتمالات :

خواص

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية ، نزود Ω بقانون الإحتمال P

❶ من أجل كل حادثة A فإن : $0 \leq P(A) \leq 1$

❷ $P(\varnothing) = 0$ و $P(\Omega) = 1$

❸ إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

❹ إذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين ($A \cap B = \varnothing$) فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

❺ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ حيث $\overline{A}$ هي الحادثة المعاكسة للحادثة A

❻ إذا كانت الحادثة A جزء من الحادثة B ($A \subset B$) فإن : $P(A) \leq P(B)$

الحادثتان المستقلتان :

تعريف

نقول عن حادثتين A و B أنهما مستقلتين إذا وفقط إذا كان : $\boxed{p(A \cap B) = p(A) \times p(B)}$

☆ نشـــاط مقتـــرح 02 :

نلخص إحتمال نجاح كل من أحمد و صالح في البكالوريا في الجدولين التاليين :

رسوب أحمد	نجاح أحمد	x_i
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$p(x_i)$

رسوب صالح	نجاح صالح	y_i
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$p(y_i)$

❶ لخص الجدولين السابقين في مخطط واحد مناسب

❷ ما إحتمال نجاح أحمد و صلاح معا ؟

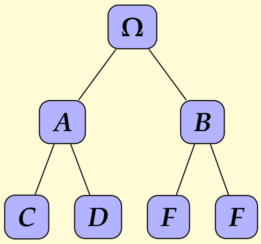
❸ ما إحتمال أن ينجح واحد منهما فقط ؟

شجرة الإحتمالات :

تعريف

شجرة الاحتمالات هي مخطط موجه ومتوازن يمكن تلخيص وضعية في ميدان الاحتمالات البسيطة

وصف ومفردات



يمكن وصف شجرة الإحتمالات على النحو التالي:

- الغصن الإبتدائي الأول يمثل الحادثة A والغصن الإبتدائي الثاني يمثل الحادثة B حيث $A \bigcap B = \varnothing$.
- الغصن المنطلق من العقدة A نحو C أو D (أو المنطلق من العقدة B نحو E أو F) يسمى غصن ثانوي حيث $C \bigcap D = \varnothing$ (أو $E \bigcap F = \varnothing$).
- المسار يتكون من عدة أغصان متتابعة مثلا $\Omega \to A \to C$ هو مسار حادثة .

قواعد الحساب بشجرة الإحتمالات :

طريقــة

✍ لحساب الإحتمالات مستعملا الشجرة يجب معرفة القواعد الآتية:

❖ إحتمال غصن إبتدائي هو إحتمال تحقق الحادثة الموجودة في طرف هذا الغصن أي الموجودة في العقدة الأولى.

❖ إحتمال غصن ثانوي هو الإحتمال الشرطي للحادثة المتواجدة في طرف هذا الغصن علما أن هذا المسار الذي يصل إلى المبدأ محقق.

❖ مجموع إحتمالات الأغصان الإبتدائية يساوي 1.

❖ مجموع كل إحتمالات الأغصان الثانوية المنطلقة من نفس العقدة يساوي 1.

❖ إحتمال مسار ما يساوي جداء إحتمالات الأغصان التي تشكل هذا مسار.

❖ إحتمال حادثة مرفقة بعدة مسارات كاملة يساوي مجموع إحتمالات هذه المسارات.

مـــثـال - 3 -

✍ نرمي قطعة نقود متوازنة 3 مرات متتابعة و نسجل النتيجة " $F =$ وجه " ، " $P =$ ظهر " ولتكن الحادثة " الحصول على ظهرين ووجه "

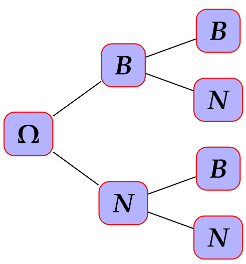
✔ أنشئ مخطط يوضح كل الحالات. ثم استنتج احتمال الحادثة A

مـــثـال - 4 -

✍ يضم كيس 5 كريات متماثلة، 3 منها بيضاء (B) والباقي سوداء (N). نسحب عشوائيا كريتين ونعتبر X عدد الكريات البيضاء المحصل عليها، نقوم بتشكيل الشجرة المناسبة و نعرف قانون الاحتمال لـ X في كل حالة من الحالات التالية:

❷ السحب على التوالي دون إرجاع: هنا الترتيب مهم والتكرار غير مسموح وعليه فعدد المخارج التجربة الكلي هو 20 $(5 \times 4 = 20)$. لدينا كل مخارج الشجرة من الشكل $\{(B;B), (B;N), (N;B), (N;N)\}$.

ومنه القيم الممكنة لـ X هي: $X = \{0;1;2\}$. ومنه نجد



$$p(X=0) = p(N;N) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

$$p(X=1) = p(B;N) + p(N;B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20}$$

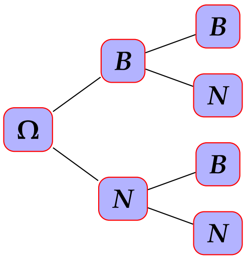
$$p(X=2) = p(B;B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

x_i	0	1	2
$p_i = P(X = x_i)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{6}{20}$

بناء معارف

❸ السحب على التوالي مع الإرجاع: هنا الترتيب مهم والتكرار مسموح وعليه عدد مخارج التجربة الكلي هو 25 $(5\times 5=25)$. لدينا كل مخارج الشجرة من الشكل $\{(B;B),(B;N),(N;B),(N;N)\}$.

ومنه القيم الممكنة لـ X هي: $X=\{0;1;2\}$. ومنه نجد



$$p(X=0)=p(N;N)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

$$p(X=1)=p(B;N)+p(N;B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$$

$$p(X=2)=p(B;B)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

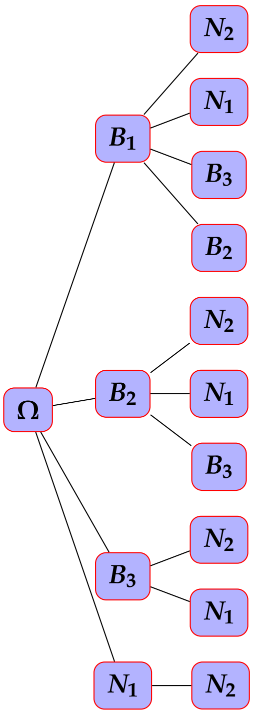
x_i	0	1	2
$p_i=p(X=x_i)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$

❶ السحب المتزامن (دفعة واحدة): هنا لا يهم الترتيب والتكرار غير مسموح

وعليه عدد مخارج التجربة الكلي هو 10 $(1+2+3+4=10)$.

لدينا كل مخارج الشجرة من الشكل $\{(B;B),(B;N),(N;B),(N;N)\}$.

ومنه القيم الممكنة لـ X هي: $X=\{0;1;2\}$. ومنه نجد



$$p(X=0)=p(N;N)=\frac{1}{10}$$

$$p(X=1)=p(B;N)+p(N;B)=\frac{6}{10}$$

$$p(X=2)=p(B;B)=\frac{3}{10}$$

x_i	0	1	2
$p_i=p(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

التقـويم

تطبـــيق

نفرض أن احتمال ميلاد ذكر واحتمال ميلاد أنثى في عائلة ما متساويين .

ما احتمل أن يكون في عائلة ذات 4 أفراد.

① البكر هو الذكر (المولود الأول) .

② عدد الإناث يساوي عدد الذكور.

③ يوجد إناث فقط.

عمـــل منـــزلي

تمـاريـن 11 ← 17 الصـفحـة 390

تمـاريـن 22 ← 30 الصـفحـة 391

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

الأستاذ: فَرَاحْتِيَة المَحْفُوظ

مـذكـرة رقــم 24

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يــوم :
المدة : 01 سـاعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال

المكتسبات القبلية: نمذجة تجربة عشوائية، مجموعة الإمكانيات، الحوادث والعمليات عليها، تعيين قانون إحتمال.
الكفاءات المستهدفة: حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري لقانون احتمال.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصــر الــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التشخيص و الإكتشاف

نشـاط مقترح :

لتكن التجربة العشوائية التالية: رمي زهرة نرد غير مزيفة 50 مرة.

❶ إملأ الجدول التالي حيث N_i تمثل التكرارات و f_i تمثل التواترات التجريبية و p_i التواترات النظرية (الاحتمالات).

x_i	1	2	3	4	5	6
N_i						
f_i						
p_i						

❷ احسب الوسط الحسابي للسلسلةالمحصلة، ثم احسب العدد $E = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$. ماذا تستنتج؟

❸ احسب التباين للسلسلة المحصلة، ثم أحسب العدد $v = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E)^2$

❹ احسب الجذر التربيعي لـ V.

الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري لقانون احتمال :

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ وليكن p احتمالا على Ω
نرمز بالرمز p_i للاحتمال $p_i = p(x_i)$

الأمل الرياضياتي :

تعريف 01

الأمل الرياضي لقانون الاحتمال p هو العدد E المعرف بـ: $E = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

ملاحظـــة :

❖ الأمل يمثل الوسط الحسابي في سلسلة إحصائية إذا اعتبرنا قيم الطبع هي عناصر Ω والتواترات النظرية هي القيم p_i

التبايـن :

تعريف 02

تباين قانون الإحتمال p هو العدد v حيث : $v = p_1(x_1 - E)^2 + p_2(x_2 - E)^2 + ... + p_n(x_n - E)^2$
أي : $v = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E)^2$.

ملاحظـــة :

❖ يمكن حساب التباين بالعلاقة $V = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i {x_i}^2 - E^2 \right)$.

بنـــاء معـــارف

الإنحراف المعياري :

تعريف 03

✍ الإنحراف المعياري لقانون الإحتمال p هو الجذر التربيعي لتباينه $\sigma = \sqrt{V}$.

مـــثـال - 1 -

ليكن قانون إحتمال الآتي:

x_i	-6	-5	-4	4	5	8
P_i	0.1	0.2	0.05	0.4	0.05	0.2

✔ الأمل الرياضياتي هو:

$$E = \sum_{i=1}^{6} p_i x_i = -6(0.1) - 5(0.2) - 4(0.05) + 4(0.4) + 5(0.05) + 8(0.2) = 1.65$$

✔ التباين هو:

$$v = \sum_{i=1}^{6} (x_i - E)^2 p_i = (-6 - 1.65)^2(0.1) + \cdots\cdots + (8 - 1.65)^2(0.2) = 34.4$$

✔ الانحراف المعياري هو: $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{34.4}$

التقويم

تطبـــيق

نرمي زهرة نرد غير مزيفة تحمل أوجهه الأرقام التالية 1،2،2،3،3،3 و نسجل الرقم الظاهر .

✍ أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال الناتج.

تطبـــيق

كيس يحتوي على كرة بيضاء وكرتين حمراوتين وثلاث كرات سوداء، نسحب عشوائيا كرتين على التوالي بدون إرجاع، ونعتبر العدد X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء المسحوبة.

❶ مثل النتائج بإستعمال جدول.

❷ حدد مجموعة القيم الممكنة لـ X.

❸ عرف قانون إحتمال لـ X.

❹ احسب الامل الرياضياتي، التباين والإنحراف المعياري.

❺ أوجد $p(X \geq 1)$.

عمـــل منـــزلي

تمـارين 42 - 43 الصفحـة 393

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....

الأستاذ:
فَرَاحتية
المحفوظ

مذكرة رقم 25

ثانوية : مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
السنة الدراسية : 2025 – 2026
يوم :
المدة : 01 ساعة.

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية.
ميدان التعلم : الإحتمالات.
المحور : الإحتمالات.
الموضوع : المتغير العشوائي.

المكتسبات القبلية: نمذجة تجربة عشوائية، مجموعة الإمكانيات، الحوادث والعمليات عليها، تعيين قانون إحتمال.
الكفاءات المستهدفة: تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي، وحساب الأمل الرياضياتي، الانحراف المعياري والتباين له.
الأدوات المستعملة: المنهاج، الكتاب المدرسي، مراجع، الأنترنت، قطعة نقدية، زهر نرد.

المراحل	عناصر الـــدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التشخيص والاكتشـــاف

نشــاط مقترح :

يحتوي كيس على 4 كريات حمراء و 3 بيضاء و 5 خضراء ، نسحب كرة واحدة عشوائيا ويسجل رقمها ، يربح الشخص 3 دنانير إذا كانت الكرة خضراء و5 دنانير إذا كانت الكرة بيضاء ويخسر دينارين إذا كانت الكرة حمراء. نعتبر الدالة X والتي تعرف مقدار الربح أو الخسارة

❶ ماهي مجموعة الامكانيات التي يمكن الحصول عليها؟
❷ عين القيم المكنة للدالة X ، ثم عرف قانون احتمال الدالة X
❸ أحسب كلا من $E(X)$ ، $V(X)$ و $\sigma(X)$ حيث :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_iP_i \quad ، \quad V=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2P_i \quad ، \quad \sigma(X)=\sqrt{V}$$

❹ هل اللعبة في صالح اللاعب؟

مناقشة النشـــــاط :

① مجموعة النتائج المكنة في هذه التجربة: $\Omega=\{R_1;R_2;R_3;R_4;B_1;B_2;B_3;V_1;V_2;V_3;V_4;V_5\}$

② • القيم المكنة لـ X هي: $X=\{-2;3;5\}$. **(الدالة العددية X المعرفة على Ω تسمى متغيرا عشوائيا)**

• قانون إحتمال الدالة X:
الحادثة "$X=-2$" هي "سحب كرية حمراء" عدد الكريات الحمراء 4 و عدد كل الكريات 12 (حالة تساوي الاحتمال)
ومنه: $p(X=-2)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$
بنفس الطريقة نجد: $p(X=3)=\frac{5}{12}$ و $p(X=5)=\frac{1}{4}$

• ونمثل قانون الإحتمال بالجدول المرفق:

x_i	-2	3	5
$p(X=X_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{4}$

③ حساب كلا من $E(X)$ ، $V(X)$ و $\sigma(X)$

• $E(X)=\sum_{i=1}^{3} x_iP_i=-2(\frac{1}{3})+3(\frac{5}{12})+5(\frac{1}{4})\simeq 1.83$

• $V=\sum_{i=1}^{3}(x_i-E(X))^2P_i\simeq 7.97$ • $\sigma(X)=\sqrt{7.97}\simeq 2.82$

④ بما أن $E(X)>0$ فإن اللعبة في مصلحة اللاعب.

بنـــــاء المعـــــارف

المتغير العشوائي :

تعريف

$\{x_1,x_2,...,x_n\}=\Omega$ مجموعة النتائج المكنة لتجربة العشوائية، نسمي المتغير العشوائي كل دالة عددية معرفة من Ω نحو $\mathbb{R}$.

قانون الإحتمال لمتغير عشوائي :

تــعريف

$I=\{x_1;x_2;\cdots;x_n\}$ مجموعة قيم المتغير العشوائي X، الدالة المعرفة على I والتي ترفق بكل قيمة x_i العدد الحقيقي الموجب $p(X=x_i)$ تسمى قانون احتمال المتغير العشوائي ونعرفها بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$p(X=x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

مـــثـــال - 1 -

نرمي زهرة نرد سليمةاوجههامرقم من1الى 6 بحيث :

نربح $10DA$اذا ظهر الرقم1و$50D$ اذاظهرالرقم6ونخسر $20DA$ اذ ظهررقم من الارقام الباقيةالاخرى

الحـل

نضعX متغير عشوائي الذي يرفق بكل امكانية قيمة الربح او الخسارة الموافقة لها

ومنه مجموعة المخارج هي: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ومنه $E' = X(E) = \{-20, 10, 50\}$

ومنه $p_2 = p(X = 10) = p(\{1\}) = \frac{1}{6}$ ، $p_1 = p(X = 50) = p(\{6\}) = \frac{1}{6}$ ،

$p_3 = p(X = -20) = p(\{2, 3, 4, 5\}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ومنه قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

x_i	-20	10	50
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$

الأمل الرياضياتي لمتغير عشوائي :

تــعريف

X المتغير العشوائي لتجربة عشوائية و $p(X_i)$ إحتمال متغير كل حادثة، نسمي العدد المعرف بـ

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

بالأمل الرياضياتي للمتغير X ونرمز له بالرمز E.

التباين لمتغير عشوائي :

تــعريف

X المتغير العشوائي لتجربة عشوائية و $p(X_i)$ إحتمال متغير كل حادثة، نسمي العدد المعرف بـ

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - E(X)\right)^2 p_i$$

بالتباين للمتغير X ونرمز له بالرمز V.

مـــبرهنة

X المتغير العشوائي لتجربة عشوائية و $p(X_i)$ إحتمال متغير كل حادثة، يمكن أن نعرف التباين بالعبارة التالية

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - E(X)^2$$

الانحراف المعياري لمتغير عشوائي :

تــغريف

X المتغير العشوائي لتجربة عشوائية و $p(X_i)$ إحتمال متغير كل حادثة، نسمي العدد المعرف بـ

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

بالإنحراف المعياري للمتغير X ونرمز له بالرمز σ.

ملاحظــات :

❖ $E(X)$ هو معدل القيم x_i المرفقة بالقيم p_i بالمقارنة مع مجال الإحصاء $E(X)$ هو $\overline{X}$ (الوسط الحسابي).

التقــويم	❖ في ميدان اللعب $E(X)$ هو الربح المتوسط الذي يأمله اللاعب بعد تكرار اللعبة العديد من المرات حيث: * إذا كان $E(X) > 0$ نقول أن اللعبة في صالح اللاعب (مربحة). * إذا كان $E(X) < 0$ نقول أن اللعبة في ليست صالح اللاعب (مضرة). * إذا كان $E(X) = 0$ نقول أن اللعبة عادلة.	

تطبــــيق

X متغير عشوائي قانون إحتماله موزع كالآتي

X	-1	0	1	2	3	4
$P(X)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	α	α	$\frac{1}{3}$

❶ عين قيمة العدد α

❷ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي لـ X

❸ أحسب $V(X)$ تباين X ثم الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

عمـــل منـــزلي

تمارين 45 ← 47 الصفحة 393

مسائل الصفحة 394 - 395 - 396

ملاحظات حول سير الحصة :

....

....

....