مديرية التربية لولاية باتنة
ثانوية : عزيل عبد الرحمان
الأستاذ : شلالي بلال

السنة الدراسية: 2025/2024
المستوى: الثانية علوم + تقني

الواجب المنزلي رقم 05 في مادة الرياضـــــــيات

التمرين الأول (12ن) :

I) ABC مثلث من المستوي و H النقطة المعرفة بـ: $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1 بين أن H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينهما.

II) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$

1 أكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$، ثم أنشىء النقطة G.

2 عين (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=0$

3 عين وأنشىء (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$

III) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(-1;0)$ ، $B(2;-1)$ و $C(1;3)$.
ولتكن J مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1);(C,\alpha^2)\}$.

1 عين قيم α التي من أجلها تكون J موجودة.

2 عين إحداثيي النقطة J بدلالة α.

3 عين قيم α حتى تكون النقطة $J(2;5)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1);(C,\alpha^2)\}$.

التمرين الثاني (8ن) :

I) $ABCD$ متوازي أضلاع .

1 انشئ المرجحين I و H حيث $I=\{(A,-1);(B,3);\}$ و $H==\{(A,2);(B,-3);\}$

2 بين أن : $\overrightarrow{CH}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$. و $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

3 استنتج أن النقط C , I و H في استقامية.

4 عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|4\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MD}\|$

II) لتكن (E_k) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق أن : $\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}\|=K^2+2K-3$ حيث K عدد حقيقي .

1 عين (E_0) , (E_{-3}) و (E_2)

2 ناقش حسب قيم العدد الحقيقي K مجموعة النقط (E_K)

Bilal Chelali

التمرين الأول (12ن) :

I)

1 تبيين أن H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينهما:

لدينا:

$$\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$
$$3\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}$$
$$3\overrightarrow{AH}-(\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB})=\overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{0}$$
$$-2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{0}$$

ومنه H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 2 و 1 على الترتيب.

II)

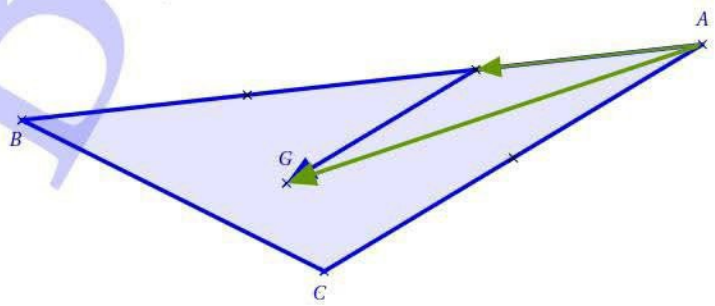
1 كتابة $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$، ثم إنشاء النقطة G :

G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$ معناه $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

$$\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{AC}=\longrightarrow()$$
$$6\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$$
$$-6\overrightarrow{AG}=-2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

ملاحظة : يمكن إستعمال خاصية التجميع للإنشاء.

- **إنشاء النقطة G :**



Bilal Chelali

تعيين (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=0$

بما أن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$ فإن: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=0$$
$$\|6\overrightarrow{MG}\|=0$$
$$|6|\|\overrightarrow{MG}\|=0$$
$$6\overrightarrow{MG}=0$$
$$\overrightarrow{MG}=0$$

إذن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=0$ هي النقطة G

- تعيين (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$

بما أن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,3)\}$ فإن: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$

و : $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=|-1|\|\overrightarrow{AB}\|$

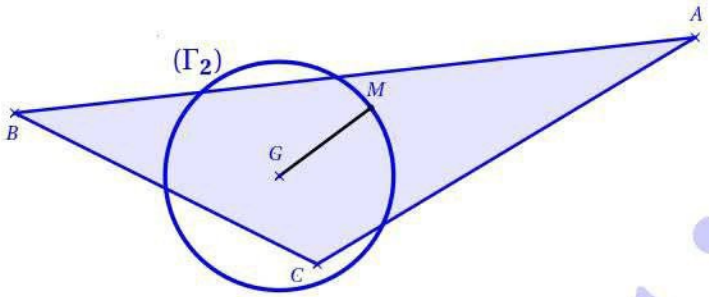
$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$$

$$|6|\|\overrightarrow{MG}\|=|-1|\|\overrightarrow{AB}\|$$
$$MG=\frac{1}{6}AB$$

إذن (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$ هي دائرة مركزها النقطة الثابتة G مرجح الجملة ونصف قطرها $\frac{1}{6}AB$.

إنشاء (Γ_2) :

Bilal Chelali



(III

1 تعيين قيم α التي من أجلها تكون J موجودة :

تكون J موجودة إذا كان $\alpha+\alpha+1+\alpha^2\neq 0$ معناه: $\alpha^2+2\alpha+1\neq 0$

معناه: $(\alpha+1)^2\neq 0$ (متطابقة شهيرة) معناه: $\alpha+1\neq 0$ ومنه: $\alpha\neq -1$

إذن تكون J موجودة إذا كان $\alpha\neq -1$.

2 تعيين إحداثيي النقطة J بدلالة α :

من أجل كل $\alpha\neq -1$ لدينا:
$$\begin{cases} x_J = \dfrac{\alpha x_A+(\alpha+1)x_B+\alpha^2 x_C}{\alpha+(\alpha+1)+\alpha^2} \\ y_J = \dfrac{\alpha y_A+(\alpha+1)y_B+\alpha^2 y_C}{\alpha+(\alpha+1)+\alpha^2} \end{cases}$$

بالتعويض نجد:
$$\begin{cases} x_J = \dfrac{\alpha(-1)+(\alpha+1)(2)+\alpha^2(1)}{(\alpha+1)^2} \\ y_J = \dfrac{\alpha(0)+(\alpha+1)(-1)+\alpha^2(3)}{(\alpha+1)^2} \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد:
$$\begin{cases} x_J = \dfrac{\alpha^2+\alpha+2}{(\alpha+1)^2} \\ y_J = \dfrac{3\alpha^2-\alpha-1}{(\alpha+1)^2} \end{cases}$$

إذن: $J\left(\dfrac{\alpha^2+\alpha+2}{(\alpha+1)^2};\dfrac{3\alpha^2-\alpha-1}{(\alpha+1)^2}\right)$ حيث $\alpha\neq -1$

3 - تعيين قيم α حتى تكون النقطة $J(2;5)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1);(C,\alpha^2)\}$:

بتعويض فاصلة النقطة J نجد: $2=\dfrac{\alpha^2+\alpha+2}{(\alpha+1)^2}$

معناه: $2(\alpha^2+2\alpha+1)=\alpha^2+\alpha+2$

معناه: $\alpha^2+3\alpha=0$

أي: $\alpha(\alpha+3)=0$

ومنه: $\alpha=0$ أو $\alpha=-3$

بتعويض $\alpha=0$ في y_j نجد: $\dfrac{3\times 0^2-0-1}{(0+1)^2}=\dfrac{-1}{1}=-1\neq 5$ (مرفوض)

Bilal.Cheraiti

بتعويض $\alpha=-3$ في y_j نجد: $\frac{3(-3)^2-(-3)-1}{(-3+1)^2}=\frac{29}{4}\neq 5$ (مرفوض)

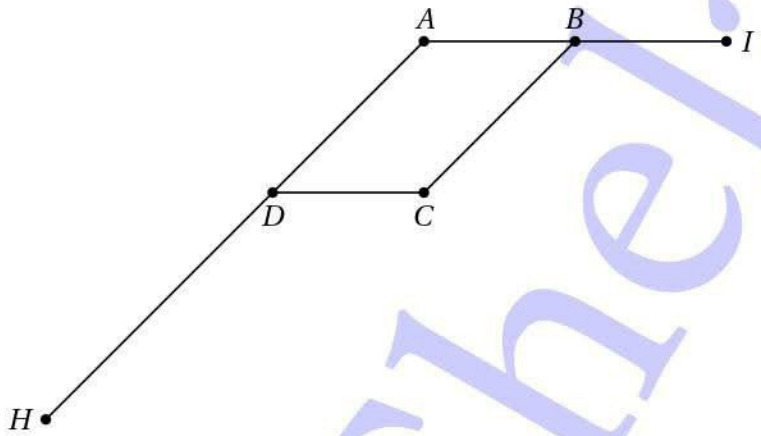
إذن لا توجد قيم لـ α حتى تكون النقطة $J(2;5)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\alpha+1);(C,\alpha^2)\}$

التمرين الثاني (8ن) :

I) $ABCD$ متوازي الاضلاع.

1 إنشاء المرجحين I و H :

$I=\{(A,-1),(B,3)\}$; $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{IB}$ / $H=\{(A,2),(D,-3)\}$; $\overrightarrow{AH}=3\overrightarrow{AD}$



2 تبيان أن $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CH}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

- $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$
- $\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DH}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

$\left(\begin{matrix}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\end{matrix}\right)$

$\overrightarrow{CH}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CH}=-2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\right)=2\overrightarrow{CI}$

3 اذن الشعاعان $\overrightarrow{CH}$ و $\overrightarrow{CI}$ مرتبطان خطيا. و بالتالي ان النقط C , I و H على استقامية.

4 تعين مجموعة النقط $\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|4\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}\|$

$\|-\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=\|4\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}\|$

$\|2\overrightarrow{MI}\|=\|-2\overrightarrow{MH}\|$

$|2|\|\overrightarrow{MI}\|=|-2|\|\overrightarrow{MH}\|$

$2MI=2MH$

$MI=MH$

Bilal Chelali

إذن مجموعة النقط M هي **محور القطعة $[IH]$.**

(II

1 **تعين** (E_0) ; (E_{-3}) **و** (E_2) **حيث :** $E_K) = \{||\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = k^2 + 2k - 3\}$

$$E_0 = \{M / ||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = -3\}$$

$M \in E_0$ معناه :

$$||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = -3$$
$$||-\overrightarrow{MH}|| = -3$$
$$|-1|||\overrightarrow{MH}|| = -3$$
$$||\overrightarrow{MH}|| = -3$$
$$MH = -3$$

إذن (E_0) هي **مجموعة خالية.**

$$E_{-3} = \{M / ||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = 0\}$$

$$||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = 0$$
$$||-\overrightarrow{MH}|| = 0$$
$$|-1|||\overrightarrow{MH}|| = 0$$
$$||\overrightarrow{MH}|| = 0$$
$$MH = 0$$

اذن (E_{-3}) هي **نقطة وحيدة H.**

$$E_2 = \{M / ||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = 5\}$$

$M \in E_2$ معناه :

$$||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MD}|| = 5$$
$$||-\overrightarrow{MH}|| = 5$$
$$|-1|||\overrightarrow{MH}|| = 5$$
$$||\overrightarrow{MH}|| = 5$$
$$MH = 5$$

Bilal Chelali

إذن (E_2) هي دائرة مركزها H و نصف قطرها $r=5$.

2 مناقشة حسب قيم العدد الحقيقي k مجموعة النقط (E_k) : $M\in(E_k)$

معناه

$$||\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}|| = k^2+2k-3$$
$$||-\overrightarrow{MH}|| = k^2+2k-3$$
$$|-1|||\overrightarrow{MH}|| = k^2+2k-3$$
$$||\overrightarrow{MH}|| = k^2+2k-3$$
$$MH = k^2+2k-3$$

ندرس اشارة العبارة : $k^2+2k-3=0$ معناه : $k=1$ أو $k=-3$

k	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
k^2+2k-3		$+$	0	$-$	0	$+$	
طبيعة المجموعة E_k		$r=\sqrt{k^2+2k-3}$	H	ψ	H	$r=\sqrt{k^2+2k-3}$	

Bilal Ouali