الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة جـوان 2025

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

تنبيه: الرسم غير مطلوب في كل الموضوع

التمرين الأول (3 نقاط) :

تعطى العبارة : $E = x^2 - 14x - 32$

1) بين انه يمكن كتابة العبارة E على الشكل : $E = (x-7)^2 - 81$.

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) احسب العبارة E من أجل : $x = \sqrt{3} - 2$.

4) احسب قيم x التي من أجلها تكون العبارة $E - x^2$ موجبة تماما.

التمرين الثاني (3 نقاط) :

1) احسب : $PGCD(1352; 507)$.

2) $A(8; 3)$ ؛ $C(1352; 507)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- احسب إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$.

3) بين أن النقط : M ؛ A و C تنتمي الى التمثيل البياني لدالة خطية.

التمرين الثالث (3 نقاط) :

في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ تعطى النقط : $R(3; -1)$ ؛ $S(2; 3)$ و $T(-2; 2)$.

1) احسب الأطوال : RS ؛ RT و ST.

2) ما نوع المثلث RST ؟ برر اجابتك.

3) احسب إحداثيتي النقطة K صورة النقطة T بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{SR}$.

التمرين الرابع (3 نقاط) :

f دالة تآلفية ، تمثيلها البياني يشمل النقطتين : $H(2; 5)$ و $K(3; 8)$

1) أوجد العبارة الجبرية للدالة f .

2) لتكن الدالة g المعرفة بالعبارة : $g(x) = 5x - 7$.

أ) احسب $g(1)$.

ب) بين حسابيا ان التمثيلين البيانيين للدالتين f و g يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين احداثيتيها.

الوضعية الإدماجية (8 ن) :

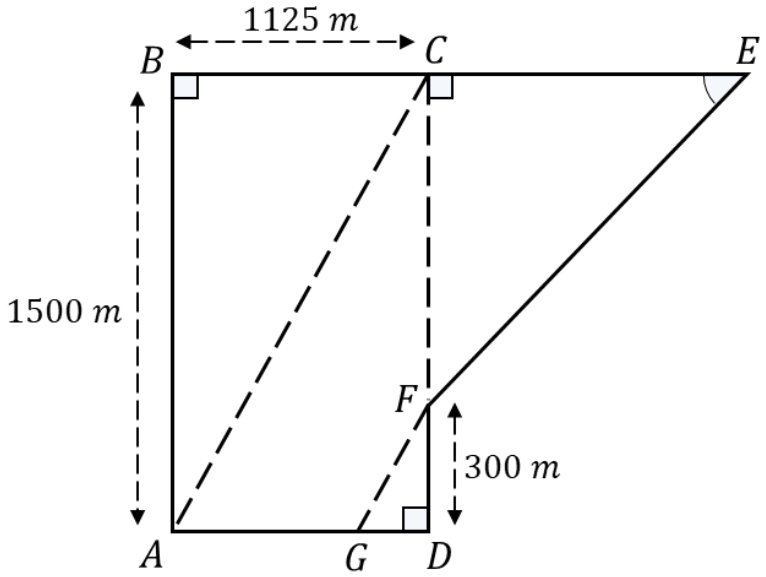
الشكل أدناه يمثل تصميما لمسار سباق منافسة في العدو نظمته إحدى البلديات بمناسبة الاحتفال بذكرى مجازر 08 ماي 1945 شاركت فيه ثلاث فئات:

☑ الفئة (أ): تلاميذ من السنة الخامسة ابتدائي يقطعون المسافة من A الى C مرورا بالنقطة B.

☑ الفئة (ب): تلاميذ من السنة الرابعة متوسط يقطعون المسافة من A الى E مرورا بالنقطتين B و C على الترتيب.

☑ الفئة (ج): تلاميذ من السنة الثالثة ثانوي يقطعون المسافة من A الى G مرورا بالنقط: B ، C ، E و F على الترتيب.

إذا علمت أن : G نقطة من $[AD]$ حيث : (FG) يوازي (AC) و $\tan C\hat{E}F = 0.75$.



1) احسب كلا مما يلي :

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (أ).

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (ب).

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (ج).

2) إذا كان باستطاعة متسابق ان يقطع مسافة $30\ km$ في ظرف 3 ساعات ، فما هي المدة (بالساعة h) التي يستغرقها لقطع مسافة $6\ km$ بنفس السرعة ؟

الإجابة المقترحة و سلم التنقيط لامتحان شهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات دورة : 2025

التمرين الأول (3 نقاط) :

1) تبيان انه يمكن كتابة E على الشكل : $E=(x-7)^2-81$:

لدينا العبارة : $E=x^2-14x-32$

$$E=x^2-14x-(\mathbf{81-49})$$
$$E=x^2-14x-\mathbf{81}+\mathbf{49}$$
$$E=x^2-14x+\mathbf{49}-\mathbf{81}$$
$$E=x^2-\mathbf{2}\times\mathbf{7}\times\mathbf{x}+\mathbf{7^2}-81$$
$$\mathbf{E=(x-7)^2-81}$$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$E=(x-7)^2-81$$
$$E=(x-7)^2-\mathbf{9^2}$$
$$E=[(x-7)+9][(x-7)-9]$$
$$E=(x-7+9)(x-7-9)$$
$$\mathbf{E=(x+2)(x-16)}$$

3) حساب العبارة E من أجل : $x=\sqrt{3}-2$:

$$E=\left(\sqrt{3}-2\right)^2-14\left(\sqrt{3}-2\right)-32$$
$$E=\sqrt{\mathbf{3}}^{\mathbf{2}}-\mathbf{2}\times\sqrt{\mathbf{3}}\times\mathbf{2}+\mathbf{2^2}-\mathbf{14}\sqrt{\mathbf{3}}+\mathbf{28}-32$$
$$E=3-4\sqrt{3}+4-14\sqrt{3}+28-32$$
$$\mathbf{E=3-18\sqrt{3}}$$

4) حساب قيم x التي من أجلها تكون $E-x^2$ موجبة تماما :

$E-x^2>0$	$-14x>32$
$x^2-14x-32-x^2>0$	$x<\dfrac{32\div 2}{-14\div 2}$
$-14x-32>0$	$\mathbf{x<-\dfrac{16}{7}}$

إذن كل قيم x الأصغر تماماً من $-\frac{16}{7}$ هي حلول للمتراجحة.

التمرين الثاني (3 نقاط) :

1) حساب : $PGCD(1352\,;507)$:

باستعمال خوارزمية اقليدس نجد :

$$1352=507\times 2+338$$
$$507=338\times 1+\mathbf{169}$$
$$338=\mathbf{169}\times 2+0$$

إذن : $\mathbf{PGCD(1\,352\,;507)=169}$

2) حساب إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$:

$M(x_M\,;y_M)$	$M\left(\dfrac{8+1352}{2}\,;\dfrac{3+507}{2}\right)$
$M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2}\,;\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$	$\mathbf{M(680\,;300)}$

3) تبيان أن النقط : M ؛ A و C تنتمي للتمثيل البياني لدالة خطية.

لتكن h دالة خطية تمثيلها البياني يشمل النقطة A.

إذن : $h(x)=ax$

نحسب المعامل a أي : $a=\dfrac{y_A}{x_A}=\dfrac{3}{8}$ ومنه : $h(x)=\dfrac{3}{8}x$

$$h(\mathbf{680})=\frac{3}{8}\times 680=\frac{3\times 680}{8}=\frac{2\,040}{8}=\mathbf{255}$$

☑ إذن النقطة $\mathbf{M(680\,;300)}$ تنتمي لبيان الدالة الخطية h.

$$h(\mathbf{1\,352})=\frac{3}{8}\times 1352=\frac{3\times 1352}{8}=\frac{4\,056}{8}=\mathbf{507}$$

☑ إذن النقطة $\mathbf{C(1\,352\,;507)}$ تنتمي لبيان الدالة الخطية h.

التمرين الثالث (3 نقاط) :

لدينا النقط : $R(3\,;-1)$ ؛ $S(2\,;3)$ و $T(-2\,;2)$.

1) حساب الأطوال : RS ؛ RT و ST :

$$RS=\sqrt{(x_S-x_R)^2+(y_S-y_R)^2}$$
$$RS=\sqrt{(2-3)^2+(3+1)^2}=\sqrt{(-1)^2+(4)^2}$$
$$RS=\sqrt{1+16}=\sqrt{\mathbf{17}}$$
$$RT=\sqrt{(x_T-x_R)^2+(y_T-y_R)^2}$$
$$RT=\sqrt{(-2-3)^2+(2+1)^2}=\sqrt{(-5)^2+(3)^2}$$
$$RT=\sqrt{25+9}=\sqrt{\mathbf{34}}$$
$$ST=\sqrt{(x_T-x_S)^2+(y_T-y_S)^2}$$
$$ST=\sqrt{(-2-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-1)^2}$$
$$ST=\sqrt{16+1}=\sqrt{\mathbf{17}}$$

2) تبيان طبيعة المثلث RST :

لدينا $RS=ST=\sqrt{\mathbf{17}}$

ومنه المثلث RST متساوي الساقين في S.

$$RT^2=\sqrt{34}^{\,2}=34\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$RS^2+ST^2=\sqrt{\mathbf{17}}^{\,2}+\sqrt{\mathbf{17}}^{\,2}$$
$$=17=17=\mathbf{34}\ldots\ldots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن $RT^2=RS^2+ST^2$

و منه المثلث RST قائم و متساوي الساقين في S

حسب خاصية فيثاغورث العكسية.

3) حساب إحداثيتي النقطة $K(x_K\,;y_K)$:

لدينا K صورة T بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{SR}$ معناه : $\overrightarrow{SR}=\overrightarrow{TK}$

$x_R-x_S=x_K-x_T$	$y_R-y_S=y_K-y_T$
$3-2=x_K+2$	$-1-3=y_K-2$
$x_K=3-2-2$	$y_K=-1-3+2$
$\mathbf{x_K=-1}$	$\mathbf{y_K=-2}$

$$\mathbf{K(-1\,;-2)}$$

التمرين الرابع (3 نقاط) :

f دالة تآلفية، تمثيلها البياني يشمل النقطتين : $H(2;5)$ و $K(3;8)$

1) ايجـــاد العبارة الجبرية للدالة f :

f دالة تمثيلها البياني المستقيم (HK) معناه : $f(x)=ax+b$

✍ حساب المعامل a :

$$a=\frac{y_K-y_H}{x_K-x_H}=\frac{8-5}{3-2}=\frac{3}{1}$$

$$\mathbf{a=3}$$

ومنه : $f(x)=\mathbf{3}x+b$

✍ حساب المعامل b :

$$y_H=\mathbf{3}x_H+b$$
$$5=3\times 2+b$$
$$b=5-6$$
$$b=-1$$

إذن : $f(x)=\mathbf{3}x-\mathbf{1}$

2) لدينا الدالة g المعرفة بالعبارة : $g(x)=5x-7$.

أ) حساب $g(1)$:

$$g(1)=5(1)-7=5-7=\mathbf{-2}$$

ب) حساب احداثيتي نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين للدالتين f و g :

✍ معناه :

$$f(x)=g(x)$$
$$3x-1=5x-7$$
$$3x-5x=-7+1$$
$$-2x=-6$$
$$x=\frac{-6}{-2}$$
$$\mathbf{x=3}$$

✍ بتعويض قيمة x في الدالة g :

$$g(3)=5(3)-7$$
$$y=15-7$$
$$\mathbf{y=8}$$

إذن احداثيتي نقطة التقاطع هي : $\mathbf{(3\ ;\ 8)}$

الوضعية الإدماجية (8 ن) :

1) حساب المسـافة المقطـوعة :

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (أ) :

$$d_1=AB+BC=1500+1125=\mathbf{2\,625\ m}$$

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (ب) :

$$d_2=AB+BC+CE$$
$$d_2=d_1+CE=2\,625+CE$$

حساب المسافة CE :

لدينا المثلث CEF قائم في C :

$$\tan C\hat{E}F=\frac{CF}{CE}=\frac{AB-DF}{CE}$$
$$0{,}75=\frac{1500-300}{CE}$$
$$0{,}75=\frac{1200}{CE}$$

$$CE=\frac{300}{0{,}75}$$
$$\mathbf{CE=1600\ m}$$

إذن :

$$d_2=2\,625+1600$$
$$\mathbf{d_2=4\,225\ m}$$

☑ المسافة التي يقطعها متسابقو الفئة (ج) :

$$d_3=AB+BC+CE+EF+FD+DG$$
$$d_3=d_2+EF+FD+DG$$
$$d_3=4\,225+EF+300+DG$$
$$d_3=4\,525+EF+DG$$

حساب المسافة EF :

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث CEF القائم في C.

$$EF^2=CE^2+CF^2$$
$$EF^2=1600^2+1200^2$$
$$EF^2=2\,560\,000+1\,440\,000$$
$$EF^2=4\,000\,000$$
$$EF=\sqrt{4\,000\,000}$$
$$\mathbf{EF=2\,000\ m}$$

حساب المسافة DG :

لدينا المستقيمان (CF) و (AG) متقاطعان في D.

و $(AC)//(GF)$

و بتطبيق خاصية طالس نجد :

$$\frac{DF}{DC}=\frac{DG}{DA}=\frac{FG}{CA}$$

بالتعويض نجد :

$$\frac{300}{1500}=\frac{DG}{1125}=\frac{FG}{CA}$$

نأخذ النسبتين :

$$\frac{300}{1500}=\frac{DG}{1125}$$

و منه :

$$DG=\frac{1125\times 300}{1500}=\mathbf{225\ m}$$

إذن :

$$d_3=4\,525+\mathbf{2\,000}+\mathbf{225}$$
$$\mathbf{d_3=6\,750\ m}$$

2) حساب المدة (بالساعة h) التي يستغرقها لقطع مسافة $6\ km$ بنفس السرعة :

المسافة بـ km	$30\ km$	$6\ km$
المـــدة بـ h	$3\ h$	$t\ h$

و منه :

$$t=\frac{3\times 6}{30}=\frac{18}{30}$$
$$\mathbf{t=0{,}6\ h}$$