



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
البكالوريا التجريبية



دورة: جوان 2025

الشعبة: رياضيات

امتحان تجاري التعليم الثانوي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \sqrt{3 + (1 - \alpha^2)u_n^2}$ ، $n \in \mathbb{N}$ ، حيث $1 < \alpha < 0$.

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq \frac{\sqrt{3}}{\alpha}$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{-\alpha^2 \left(u_n^2 - \frac{3}{\alpha^2} \right)}{\sqrt{3 + (1 - \alpha^2)u_n^2} + u_n}$.

ب) بزر أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

3. $v_n = u_n^2 - \frac{3}{\alpha^2}$. (المتتالية المعرفة على \mathbb{N} بـ ،

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $(1 - \alpha^2)$ يطلب حساب حدتها الأول بدلالة α .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل $u_n = \frac{\sqrt{3}}{\alpha} \sqrt{1 - (1 - \alpha^2)^n}$ ، $n \in \mathbb{N}$ ثم أحسب v_n بدلالة α .

4. أ) أحسب بدلالة n و α المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $T_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$.

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n} = T_n = S_n + (n+1) \frac{3}{\alpha^2}$ بدلالة α .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

I. ليكن α عددا طبيعيا حيث : $6 \leq \alpha < 10$. و ليكن N عددا طبيعيا يكتب 10404 في نظام التعداد الذي أساسه α و يكتب أيضا 2644 في نظام التعداد الذي أساسه $2 + \alpha$.

1. بين أن α يحقق المعادلة $\alpha^3 - 2\alpha^2 - 14\alpha - 52 = 0$.

2. جد قيمة α ثم أكتب العدد $N + 2$ في النظام العشري .

II. نضع $6 = \alpha$ ، و نعتبر المعادلة $Nx - 1805y = 3249$: (E) حيث x و y عدادان صحيحان .

1. حدد (E) ثم بين أن $PGCD(N; 1805)$ تقبل على الأقل حل .

- أ) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة (E') حيث $4x - 5y = 9$.

ب) حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E') . (لاحظ أن $9 = 4 + 5$) .

ج) ليكن $(x; y)$ حل للمعادلة (E') و x و y عددان طبيعيان .

- حدد القيم الممكنة لـ (y) $PGCD(x; y) = 3$ ثم جد الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E') حيث 3 .

أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 7 .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $n^3 - n$ يقبل القسمة على 3 .

ج) من أجل كل عدد طبيعي n حدد باقي قسمة العدد $4^{n^3-n+2025} + 4^N$ على 7 .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

كيس غير شفاف يحتوي على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها ثلاثة كريات بيضاء مرقمة بـ 0 ، π ، $\frac{\pi}{2}$ ، و خمس كريات حمراء مرقمة بـ 0 ، π ، $\frac{\pi}{2}$ ، π ، π و كريتين سوداويين مرقمان بـ π ، $\frac{\pi}{2}$. نسحب من الكيس كرتين على التوالي مع الإرجاع

١. أحسب احتمال تحقق الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرتين مختلفتين في اللون" ، B : "الكرة المسحوبة الأولى حمراء" ، C : "سحب كرتين مجموع رقميهما يساوي π "

. $P_C(B) = P(\overline{B \cup C})$ و ثم استنتج $P(B \cap C) = \frac{4}{25}$. 2

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرافق بكل سحب كريتين العدد $\cos(\alpha + \beta)$ حيث α هو الرقم المحصل عليه في السحبة الأولى و β هو الرقم المحصل عليه في السحبة الثانية .

أ) ببر أنَّ قيم المتغير العشوائي X هي $\{1; 0; -1\}$ ثم عرف قانون احتماله .

ب) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ثم استنتج (

• $P(|X| + 1 \equiv 0[2])$ (أحسب)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. $g(x) = x - 2 \ln(x)$ على المجال $[0; +\infty)$:

١. أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty)$ ، $g(x) > 0$.

2. α عدد حقيقي و لتكن f_α الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ المنحني البياني للدالة f_α في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- بين أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة A يطلب تحديد إحداثياتها .

II. في كل ما يلي نضع $1 = \alpha$ و نرمز بـ f إلى الدالة f_1 و بالرمز (C_f) إلى المنحنى (C_1) .

.1 أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانياً .

$$\text{ب)} \text{ بين أنه من أجل كل } x > 0 \text{ : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم أحسب } \frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$$



2. أ) بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ، $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$.

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $[0; +\infty]$.

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ و فسر النتيجة بيانياً .

ب) أدرس الوضعية النسبية بين (Γ) و (C_f) ثم بين أن لهما مماسا مشتركا يطلب تحديد معادلة له .

4. أ) أرسم (Γ) ثم (C_f) .

ب) باستعمال متكاملة بالتجزئة جد الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $[0; +\infty]$ و التي تنعدم عند القيمة 1 .

ج) أحسب مساحة الحيز المستوى المحدود بـ (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = e$.

إنتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

- . حل في \mathbb{C} المعادلة $0 = z^2 + 2\sqrt{2}z + 8 = 0$ ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة
- . في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاتقين
- $$b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1) \text{ و } a = -\sqrt{2} + i\sqrt{6}$$
- . أحسب طولية و عمدة العدد a ثم بين أن $a = 2\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$
- . تحقق أن $b = e^{-i\frac{\pi}{4}} \times a$
- . $b = 2\sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right]$
- . $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$
- . $\left(\frac{b}{2\sqrt{2}} \right)^{2025} + \left(\frac{a}{2\sqrt{2}} \right)^{1446}$
- . النقطة ذات اللاتقين C تقع على الشكل الجبري العدد OAC . - بين أن $i = \frac{a}{c}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAC

التمرين الثاني : (05 نقاط)

- . لتكن (E) المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $1005 = 570x - 135y$
- . جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 570 و 135 ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في \mathbb{Z}^2
- . ب) بين أنه إذا كانت الثانية $(y; x)$ حللا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 2[9]$ ، ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E)
- . أدرس حسب قيمة العدد الطبيعي n بباقي القسمة الأقلية للعدد 5^n على 11
- . جد قيمة العدد الطبيعي n التي تتحقق $5n^2 - 1446^{2025} + 1446^{3x+y} \equiv 0[11]$ حيث $(y; x)$ حل طبيعي للمعادلة (E)
- . ليكن n عدد طبيعي و $d' = PGCD(A; B) = 38n + 1$ و $A = 9n + 2$ و ليكن d جد الأعداد الطبيعية التي يكون من أجلها العددان A و B أوليان فيما بينهما .
- . حدد القيم الممكنة له d ثم جد الأعداد الطبيعية التي يكون من أجلها العددان A و B أوليان فيما بينهما .
- . عدد طبيعي يكتب $\overline{1\beta\alpha\alpha\beta2}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4 و يكتب أيضا $\overline{\alpha\beta\alpha41}$ في نظام التعداد ذو الأساس 5 .
- . جد العددين α و β ثم أكتب العدد L في النظام العشري .
- . حل العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية ثم استنتج الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2025 .
- . حدد كل الثنائيات الطبيعية $(a; b)$ التي تتحقق $2025 = m^2 - 8d^2$ حيث $d = PGCD(a; b) = PPCM(a; b)$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

- . $u_{n+1} = (2 - u_n)e^{-u_n} + u_n$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (1 - e^{-u_n})(u_n - 2)$
- . أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 2$
- . ب) برهن بالترافق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} < u_n$



2. بين أن المتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة.

$$\cdot \alpha = (1 - e^{-2})$$

أ) استنتج مما سبق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < 1 - e^{-u_n} < \alpha$ ،

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_{n+1} - 2| < \alpha|u_n - 2|$ ،

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_n - 2| \leq \alpha^n$ ثم استنتج

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع :

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n} \leq S_n \leq 2(n+1) + \frac{1 - \alpha^{n+1}}{e^{-2}}$$

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ :

1. أحسب (x') $g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، ثم أحسب (x') $g(x)$ بدلالة x و شكل جدول تغيرات الدالة g .

2. بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلّاً وحيداً α حيث $0 < \alpha < 5$ ، ثم استنتج إشارة (x) $g(x)$ على \mathbb{R} .

$$\cdot \text{II. } f(x) = \frac{e^x - x}{e^x + 1} \text{ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متواحد و متجانس (} (0; \vec{i}, \vec{j}) \text{)} \text{ على } \mathbb{R} \text{ بـ :}$$

1. أحسب $f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x = 1$ و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجتين ببياناً.

ب) أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$.

$$\cdot f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2} \cdot \text{أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ ، } f'(x) =$$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن $\alpha = 1 - f(\alpha)$ ، ثم استنتج حسراً للعدد $f(\alpha) = 1$.

3. أ) أرسم (Δ) و (C_f) . نأخذ 4 .

ب) جد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = e^m$ حلّين متمايزين بالضبط.

4. نسمى S مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = -1$.

$$\cdot \frac{1}{2}(x+1)e^x \leq \frac{(x+1)e^x}{e^x + 1} \leq \frac{e^x}{e^x + 1} \text{ ، } x \in [-1; 0]$$

ب) باستعمال تكامل بالتجزئة أحسب $\int_{-1}^0 (x+1)e^x dx$ ثم استنتج أن $\frac{1}{2e} \leq S \leq \ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$

$$\cdot u_n = \int_n^{n+1} (e^x + 1)f(x) dx \text{ بـ } \mathbb{N} \text{ على } (u_n) \text{ المتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N}$$

- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
البكالوريا التجريبية



دورة: جوان 2025

الشعبة: تكنولوجيا رياضية

امتحان تجاري التعليم الثانوي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

I. تعتبر f الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على المجال $[1; 2]$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

- بين أنه إذا كان $x \in [1; 2]$ فإن $f(x) \in [\frac{1}{2}; \frac{4}{5}]$.

II. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 1$ و من أجل كل n عدد طبيعي ، $u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 2}{u_n^2 + 1}$.

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $1 \leq u_n < 2$.

2. (أ) بين أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $u_{n+1} - u_n = \frac{2 - u_n}{u_n^2 + 1}$.

(ب) استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3. (أ) بين أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $2 - u_{n+1} = f(u_n)(2 - u_n)$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $0 < 2 - u_{n+1} \leq \frac{4}{5}(2 - u_n)$.

4. بين أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n < 2 - u_n$ ، ثم استنتج

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على خمس كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 ، 3 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 وكريتين خضراء تحملان الرقمين 2 ، 3.(كل الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس)

سحب عشوائيا في آن واحد من الكيس ثلاثة كريات و نعتبر الأحداث التالية : A : "الحصول على ثلاثة كريات من نفس اللون"

B : "الحصول على ثلاثة كريات من نفس الرقم" C : "الحصول على ثلاثة كريات تحمل ألوان العلم الوطني"

1. أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(A \cap B)$ ، $P(A \cup B)$ واستنتج

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس.

(أ) حدد قيم المتغير العشوائي X

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي ثم جد قيمة العدد a حتى يكون $2025 = E(11X + a)$

3. نسحب الأن ثلاثة كريات على التوالي بدون إرجاع

أحسب احتمال الحدين ، E : "الحصول على رقم أولي على الأقل" F : "الحصول على جداء الأرقام معدوم".



التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. نعتبر المعادلة : $21x - 12y = 6$ (E) حيث x و y عددين صحيحين .

(أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في Z^2 .

(ب) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حل للمعادلة (E) فإن : $3[7]y \equiv 3$ ثم حل في Z^2 معادلة (E).

(ج) استنتج الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $y + x$ مضاعف لـ 9 .

2. n عدد طبيعي، ليكن $d = PGCD(a; b)$ القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b . $a_n = 4n + 3$ و $b_n = 7n + 2$.

(أ) بين أن : $PGCD(a, b) = PGCD(n + 1, 2)$ ، ثم حدد حسب قيم العدد الطبيعي n القيم الممكنة لـ d .

(ب) استنتج $PGCD(4 \times 2025^{1446} + 2; 7 \times 2025^{1446} + 3)$.

3. نعتبر الأعداد الطبيعية A_n و B_n حيث : $A_n = 7n^2 + 10n + 3$ و $B_n = 4n^2 + 6n + 2$.

- بين أن العددان A_n و B_n يقبلان القسمة على $n + 1$ ، ثم عبر حسب قيم n و بدلالة n عن القيم الممكنة لـ d .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{-2}{1 + e^x} + 1$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعدد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2e^x}{(1 + e^x)^2}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. من أجل كل عدد حقيقي x أحسب $f(-x) + f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

4. أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) عند مبدأ المعلم .

5. (أ) أنشئ المماس (T) ثم أرسم (C_f) .

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|x|$.

6. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{2e^x}{1 + e^x} - 1$.

(ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x = \ln 2$ و $x = 0$ ، $y = 0$ و $y = 2$.

7. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = \ln u_0 + \ln u_1 + \dots + \ln u_n = (1 + e^n)(f(n) + 1)$ و $u_n = (1 + e^n)^{-1}$.

(أ) بين أن (u_n) متالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدتها الأول .

(ب) أكتب S_n بدلالة n . ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

إنتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن (E) المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $2x - 5y = 1$ (E)

1. جد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ الذي يتحقق $x_0 = 3y_0$ ثم حل المعادلة (E) .

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv 1447[5] \\ \lambda &\equiv 2025[2] \end{aligned}$$

2. جد مجموعة قيم العدد الطبيعي λ الذي يتحقق :

3. جد الثنائيات الطبيعية $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تتحقق $9^x + x \times y \equiv 0[10]$.

4. ليكن N عدداً طبيعياً يكتب $\overline{23}$ في نظام التعداد الذي أساسه α و يكتب $\overline{54}$ في نظام التعداد الذي أساسه β .

جد العددان الطبيعيان α و β إذا علمت أن $3\beta - \alpha = 3$ ثم أكتب العدد $3 - 52N$ في النظام العشري.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_1 = 3 - \frac{n}{2(n+1)}$ و من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف $(u_n - u_{n+1})$.

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف : $u_n < 3$.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{2(n+1)}(3 - u_n)$$

أ) بين أنه من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف :

ب) استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

$$3. v_n = n(3 - u_n)$$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.

$$b) \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3 - \frac{1}{n \times 2^n}$$

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $n \in \mathbb{N}^*$ ثم أحسب

4. من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف نضع : $P_n = (u_1 - 3) \times (u_2 - 3) \times \cdots \times (u_n - 3)$

$$- \text{ بين أن } P_n = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n(n+1)}}{n!}$$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها كريتين تحمل الرقم 1 و ثلاثة كريات تحمل الرقم 2 و كريتين تحمل الرقم 3 و كريتين تحمل الرقم 5 و كرية تحمل الرقم 4. نسحب عشوائياً من الكيس كريتين في آن واحد. و نعتبر الأحداث التالية :

A : "الحصول على كريتين مجموع رقميهما يساوي 6" B : "الحصول على كريتين جداء رقميهما مضاعف للعدد 2" C : "الحصول على كريتين تحملان رقمين أوليين فيما بينهما".

$$1. \text{ أحسب } P(A) \text{ و } P(B) \text{ ثم بين أن } P(C) = \frac{37}{45}$$

$$2. \text{ بين أن } P(\overline{A \cup C}) = \frac{4}{45}$$



3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرافق بكل عملية سحب لكريتين القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما .

أ) ببر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{1; 2; 3; 5\}$.

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي ثم استنتج $E(150X + 1835)$.

4. نعيد الكيس إلى وضعه الأول و نضيف له كرية تحمل الرقم 0 ثم نسحب منه أربع كريات على التوالي دون إرجاع .

- أحسب احتمال الحصول على أربع كريات أرقامها تشكل العدد 2025 .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

في كل ما يلي المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I. الدالة العددية المعرفة على المجال $[+∞; +∞] - \{1\}$ بـ $g(x) = 1 - (x + 1) \ln(x + 1)$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$.

2. أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

ب) بين أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلًا وحيدا α حيث $0,76 < \alpha < 0,77$

ثـ استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $[+∞; +∞] - \{1\}$ و بين أن $\ln(\alpha + 1) = \frac{1}{\alpha + 1}$.

3. نعتبر $G(x) = x + \frac{1}{4}(x + 1)^2 [1 - 2 \ln(x + 1)] - 1$ بـ G الدالة المعرفة على $[+∞; +∞] - \{1\}$.

أ) بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة g على المجال $[+∞; +∞] - \{1\}$.

ب) أحسب بدلالة α العدد \mathcal{A} مساحة الحيز المستوى المحدد بـ (C_g) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$ و $x = 0$.

ج) بين أن $\mathcal{A}(\alpha) = \left(\frac{1}{4}\alpha^2 + \alpha - \frac{1}{2}\right) u.a$

II. II. الدالة العددية المعرفة على المجال $[+∞; +∞] - \{1\}$ بـ $f(x) = e^{2-x} \ln(x + 1)$ تمثيلها البياني .

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

ب) بين أنه من أجل كل $x > -1$: $f(x) = e^3 \times \frac{x + 1}{e^{x+1}} \times \frac{\ln(x + 1)}{x + 1}$ و فسر النتيجة بيانيا .

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in [-1; +∞)$ بـ $f'(x) = \frac{e^{2-x}}{x + 1} g(x)$.

ب) استنتاج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4. أرسم (T) و (C_f) . نأخذ $f(\alpha) \approx 1,95$.

5. جـ قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m حتى تقبل المعادلة $f(x) = e^2 x + \ln(m)$ حلين متمايزين .



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
البكالوريا التجريبية



دورة: جوان 2025

الشعبة: علوم تجريبية

امتحان بكالوريا تجاري التعليم الثانوي

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بذاتها الأول $u_1 = 3 - \frac{n}{2(n+1)}$ و من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف $(3 - u_n)$

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف : $u_n < 3$.

2. أ) بين أنه من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف : $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{2(n+1)} (3 - u_n)$

ب) استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

3. (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N}^* بـ $v_n = n(3 - u_n)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حذها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $n \in \mathbb{N}^*$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. من أجل كل n عدد طبيعي غير معروف نضع : $S_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$.

- أكتب عبارة S_n بدلالة n .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في كل حالة مما يأتي توجد إجابة وحيدة صحيحة إختارها مع التبرير

1. الشكل الأسي للعدد المركب $ie^{i\frac{\pi}{2}}$ هو

$z = e^{i\frac{\pi}{2}}$ - ج -	$z = ie^{i\pi}$ - ب -	$z = e^{i\pi}$ - أ -
--------------------------------	-----------------------	----------------------

2. الشكل الجيري للعدد المركب $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2024}$ هو

$z = -i$ - ج -	$z = 1$ - ب -	$z = i$ - أ -
----------------	---------------	---------------

3. المعادلة $5z^2 - 3|z|^2 + 6 - 10i = 0$ تقبل حللين مركبين هما :

$z_1 = -1 - i, z_2 = 1 + i$ - ج -	$z_1 = -i, z_2 = i$ - ب -	$z_1 = -1 - i, z_2 = 1 - i$ - أ -
-----------------------------------	---------------------------	-----------------------------------

4. العدد $z = (1 + 2i)^{2025} + (1 - 2i)^{2025}$

$z = (1 + 2i)^{2025} + (1 - 2i)^{2025}$ - ج - حقيقى	$z = (1 + 2i)^{2025} + (1 - 2i)^{2025}$ - ب - تخيلي صرف	$z = (1 + 2i)^{2025} + (1 - 2i)^{2025}$ - أ - معدوم
---	---	---



التمرين الثالث : (40 نقاط)

يحتوي صندوق على أربع كريات سوداء و كريمة واحدة بيضاء (كل الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس) ، نعتبر اللعبة التالية : يقوم لاعب برمي زهرة نرد متوازن مرقم من 1 إلى 6 ، إذا كان الرقم الظاهر فردياً نضيف كريمة بيضاء إلى الصندوق و إذا كان الرقم الظاهر زوجياً نضيف كريمة سوداء إلى الصندوق بعد ذلك يسحب اللاعب ثلاثة كريات في آن واحد من الصندوق ، نسمى الأحداث I : " الرقم الظاهر فردي " N : " الكريات الثلاث المسحوبة سوداء " 1. أحسب $P(N \cap I)$ ، $P_I(N)$ ، $P(I)$

2. أ) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التي تندمج هذه الوضعية .

$$P(N) = \frac{7}{20}$$

3. علماً أن الكريات المسحوبة كلها سوداء ما احتمال أن يكون الرقم الظاهر زوجياً .

4. ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

أ) بين أن $P(X = 1) = \frac{11}{20}$ ، ثم عزف قانون الاحتمال للمتغير X .

ب) أحسب $E(x)$ الأمل الرياضي ثم استنتج قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $E(3X - \alpha) = 2025$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الدالة f معرفة على $[0; +\infty)$ بـ : $f(x) = \ln x - \frac{(\ln x)^3}{3}$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتائج بيانياً ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ، $f'(x) = \frac{(1 - \ln x)(1 + \ln x)}{x}$.

ب) حل في المجال $[0; +\infty)$ المتراجحة $(1 - \ln x)(1 + \ln x) < 0$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4. بين أنه من أجل كل $x > 0$ ، $f(x) = \frac{(\ln x)(3 - (\ln x)^2)}{3}$ ثم استنتاج النقاط الثلاث التي يتقاطع فيها (C_f) و محور الفواصل .

5. أنشئ المماس (T) ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[0; e^2]$.

6. الدالة H معرفة على $[0; +\infty)$ بـ : $H(x) = x [(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 6 \ln x - 6]$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0; +\infty)$ ، $H'(x) = (\ln x)^3$.

ب) أحسب A مساحة الحيز المستوى المحدد بـ (C_f) ومنحنى الدالة $x \mapsto \ln x$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $1 = x = e$.

7. الدالة g معرفة على $[0; +\infty)$ بـ : $g(x) = |\ln x| \left(1 - \frac{(\ln x)^2}{3} \right)$.

أ) بين أنه من أجل كل $x \in [1; +\infty)$ ، $g(x) = -f(x)$ و من أجل كل $x \in [0; 1]$ ، $g(x) = f(x)$.

ب) إشرح كيفية رسم (C_g) إنطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه في المعلم السابق .

إنتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - (2 + \sqrt{2})z + 2 + \sqrt{2} = 0$

$$a = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

أ) بين أن $|a| = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$. حيث $|a|$ تمثل طولية العدد المركب a .

$$b) \text{ بين أن } a = 1 + e^{i\frac{\pi}{4}}, a = 2 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right).$$

3. استنتج قيمة كلًا من $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

4. أ) بين أن العدد a^{2020} تخيلي صرف و أن a^{2024} حقيقي.

ب) جد أكبر قيمة للعدد الطبيعي n حتى يكون $|a|^n < 2025$.

ج) جد مجموعة النقط M ذات الألacheة z من المستوى التي تحقق $|z - a| = |-8 + 6i|$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لتكن (u_n) المتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل n عدد طبيعي ،

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $0 < u_n < 2$.

$$2. \text{ أ) بين أنه من أجل كل } n \text{ عدد طبيعي : } u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{(2 - u_n)(2 + u_n)}{4}$$

ب) استنتج إتجاه تغير المتالية (u_n) و تقاربها.

$$3. \text{ الممتالية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ } v_n = u_n^2 - 4$$

أ) بين أن الممتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ يطلب حساب حدتها الأول.

$$b) \text{ أكتب عبارة } v_n \text{ بدلالة } n \text{ ثم بين أنه من أجل كل } n \in \mathbb{N}, u_n = \sqrt{4 - \frac{7}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^n}$$

$$4. \text{ من أجل كل } n \text{ عدد طبيعي نضع : } S_n = \ln \left[v_0 \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right] + \ln \left[v_1 \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right] + \dots + \ln \left[v_n \left(\frac{1}{n+2} - 1 \right) \right]$$

- أكتب عبارة S_n بدلالة n .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لدينا حجر نرد مغشوش مكعب الشكل أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 . نسمى P_n إحتمال الحصول على الرقم n مع $1 \leq n \leq 6$ ، الأعداد P_3, P_2, P_1 ، الأعداد P_5, P_4, P_6 بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متالية حسابية و الأعداد $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متالية هندسية .

$$1. \text{ بين أن } P_n = \frac{n}{21} : 1 \leq n \leq 6, P_1 = r = \frac{1}{21}$$

2. نرمي النرد السابق مرة واحدة و نسجل الرقم الظاهر بعد استقرار النرد . أحسب احتمال تحقق الأحداث التالية :

A : " الحصول على رقم زوجي " B : "الحصول على مربع تام "



3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيمة 2025 إذا كان الرقم الظاهر زوجياً و يأخذ قيمة 1446 – في باقي الحالات

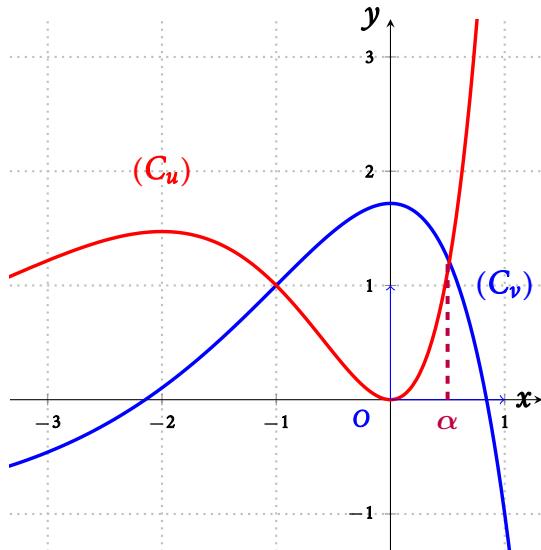
أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، في الشكل المقابل، في الترتيب التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين المعرفتين على \mathbb{R} بـ $0.50 < \alpha < 0.52$ ينقططان في نقطتين أحدهما فاصلتها α تتحقق :

$$g(x) = (x^2 + x - 1)e^{x+1} + 1 \text{ على } \mathbb{R} \text{ بـ}$$



1. بقراءة بيانية عدد $u(-1) - v(-1)$.

أ) حدد حسب قيم العدد الحقيقي x من \mathbb{R} وضعية (C_u) بالنسبة إلى (C_v) .

ب) تحقق أن $g(x) = u(x) - v(x)$ ، ثم حدد تبعاً لقيم x اشارة $g(x)$.

II. تعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$f(x) = x + 1 - (x^2 + x)e^{-x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(-x)$.

ج) بين أن الدالة f متزايدة تماماً على كل من $[-\alpha, -\alpha]$ و $[\alpha, +\infty)$ و متناقصة تماماً على $[-\alpha, \alpha]$. ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (d) و المحنى (C_f) .

3. ارسم المستقيم (d) و المحنى (C_f) . نأخذ $(f(-\alpha)) \approx 1.62$.

4. حدد قيمة الوسيط الحقيقي الموجب تماماً m حتى تقبل المعادلة المعادلة : $f(x) = \ln(m)$ حلان موجبان تماماً و حل سالب تماماً .

5. الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = 1 - |x| - (x^2 - |x|)e^{|x|+1}$ تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) بين أن الدالة h زوجية ثم بين أنه من أجل كل $x \in [-\infty; 0]$ ، $h(x) = f(x)$.

ب) إشرح طريقة رسم المحنى (C_h) إنطلاقاً من (C_f) ، ثم ارسمه .

إنتهى الموضوع الثاني