الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يسحب لاعب على التوالي دون ارجاع كريتين من الكيس، عدد الحالات الممكنة هي: $A_6^2=30$.

1) حساب احتمالات الحوادث التالية :

- A "الحصول على 4 نقاط".

معناه "سحب كرية تحمل الرقم 3 وكرية تحمل الرقم 1 " أو"سحب كريتان تحملان الرقم 2 "

لدينا: $P(A)=\frac{A_1^1\times A_2^1\times 2+A_3^2}{A_6^2}=\frac{10}{30}$ إذن: $\boxed{P(A)=\frac{1}{3}}$

- B "الحصول على كريتين مختلفتي اللون".

معناه "سحب كرية خضراء وكرية (بيضاء أوحمراء) " أو"سحب كرية بيضاء وكرية (خضراء أو حمراء) "

أو " سحب كرية حمراء وكرية (بيضاء أو خضراء)"

لدينا: $P(B)=\frac{A_1^1\times A_5^1+A_3^1\times A_3^1+A_2^1\times A_4^1}{A_6^2}=\frac{22}{30}$ إذن: $\boxed{P(B)=\frac{11}{15}}$

طريقة أخرى: $\overline{B}$ " الحصول على كريتين من نفس اللون"

معناه "سحب كريتان بيضاوين " أو"سحب كريتان حمراوين "

لدينا: $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{A_3^2+A_2^2}{A_6^2}=1-\frac{8}{30}$ إذن: $\boxed{P(B)=\frac{11}{15}}$

- C "الحصول على 4 نقاط والكريتين المسحوبتين مختلفتي اللون".

معناه "سحب كرية خضراء تحمل الرقم 3 وكرية حمراء تحمل الرقم 3 "

لدينا: $P(C)=\frac{A_1^1\times A_2^1\times 2}{A_6^2}=\frac{4}{30}$ إذن: $\boxed{P(C)=\frac{2}{15}}$

- D "الحصول على الأقل على 4 نقاط". معناه " الحصول على 4 نقاط " أو" الحصول على 5 نقاط "

لدينا: $P(D)=P(D)+\frac{A_1^1\times A_3^1\times 2}{A_6^2}=\frac{16}{30}$ إذن: $\boxed{P(D)=\frac{8}{15}}$

طريقة أخرى: لدينا $\overline{D}$ "الحصول على عدد نقاط أقل تماما من 4 نقاط".

لدينا: $P(D)=1-P(\overline{D})=1-\frac{A_2^2+A_2^1\times A_3^1\times 2}{A_6^2}=1-\frac{14}{30}$ إذن: $\boxed{P(D)=\frac{8}{15}}$

2) قيم المتغير العشوائي X : $\{2;3;4;5\}$

تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X:

- من أجل $X=2$ معناه " سحب كريتان تحملان الرقم 1"

لدينا: $P(X=2)=\frac{A_2^2}{A_6^2}=\frac{2}{30}$ إذن: $\boxed{P(X=2)=\frac{1}{15}}$

- من أجل $X=3$ معناه " سحب كرية تحمل الرقم 1 وكرية تحمل الرقم 2"

لدينا: $P(X=3)=\frac{A_3^1\times A_2^1\times 2}{A_6^2}=\frac{12}{30}$ إذن: $\boxed{P(X=3)=\frac{6}{15}}$

- من أجل $X=4$ معناه " الحصول على 4 نقاط "

لدينا: $P(X=4)=P(A)$ إذن: $\boxed{P(X=4)=\frac{1}{3}}$

- من أجل $X=5$ معناه " سحب كرية تحمل الرقم 2 وكرية تحمل الرقم 3"

لدينا: $P(X=5)=\frac{A_1^1\times A_3^1\times 2}{A_6^2}=\frac{6}{30}$ إذن: $\boxed{P(X=5)=\frac{1}{5}}$

x_i	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$

- حساب الأمل الرياضياتي.

لدينا: $E(X)=2\left(\frac{1}{15}\right)+3\left(\frac{6}{15}\right)+4\left(\frac{1}{3}\right)+5\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{11}{3}$ إذن: $\boxed{E(X)=\frac{11}{3}}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) تعيين الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $PGCD(a;b)=48$ و $PPCM(a;b)=2160$.

نعلم أنّ: $PPCM(a;b)=PGCD(a;b)\times a'\times b'$ حيث $PPCM(a';b')=1$

وبالتالي: $48a'\times b'=2160$ أي أن: $a'\times b'=45$

بما أن: $45=5\times 3^2$ فإن: $(a';b')\in\{(1;45),(45;1),(5;9),(9;5),\}$

إذن: $\boxed{(a;b)\in\{(48;2160),(2160;48),(240;432),(432;240)\}}$

2) تعيين الأعداد الحقيقية x التي تحقق: $9x\equiv 17[5]$

لدينا: $9x\equiv 17[5]$ ومنه: $4\times 9x\equiv 4\times 17[5]$ أي أن: $36x\equiv 68[5]$ بما أن: $\begin{cases}36x\equiv x[5]\\ 68\equiv 3[5]\end{cases}$ فإن: $\boxed{x\equiv 3[5]}$

إذن: الأعداد الحقيقية x التي تحقق: $9x\equiv 17[5]$ هي: $x=5\alpha+3$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$

3) إستنتاج مما سبق حلول المعادلة $432x-240y=816$ ، حيث x و y عددان صحيحان.

إنطلاقا مما سبق: $PGCD(432;240)=48$

$432x-240y=816$ تكافئ: $9x-5y=17$ هذا يعني أن: $9x=5y+17....(*)$ أي أن: $9x\equiv 17[5]$

إنطلاقا مما سبق: $9x\equiv 17[5]$ هذا يعني أنّ: $x=5\alpha+3$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$

بتعويض قيمة x في $(*)$ نجد: $9(5\alpha+3)=5y+17$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$

بالتالي: $9(5\alpha)+27=5y+17$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$ بالتالي: $y=9\alpha+2$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$

إذن: حلول المعادلة $432x-240y=816$ ؛ $(x;y)=(5\alpha+3;9\alpha+2)$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$

4) n عدد طبيعي باقي قسمته على 9 هو 2 ، و باقي قسمته على 5 هو 3.

أ. تبيان أن باقي قسمة n على 45 هو 38 .

الطريقة 1)

- باقي قسمة n على 9 هو 2 : هذا يعني أن: $n=9k+2$ حيث $k\in\mathbb{Z}$
- باقي قسمة n على 5 هو 3: هذا يعني أن: $n=5k'+3$ حيث $k'\in\mathbb{Z}$

لدينا: $\begin{cases} n=9k+2 \\ n=5k'+3 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 5n=45k+10 \\ 9n=45k'+27 \end{cases}$ ومنه: $4n=45k'-45k+17$ أي أن: $4n=45(k'-k)+17$

وبالتالي: $4n\equiv 17[45]$ وبالتالي: $44n\equiv 187[45]$ وبالتالي: $-n\equiv 7[45]$ وبالتالي: $n\equiv -7[45]$

وبالتالي: $\boxed{n\equiv 38[45]}$

الطريقة 2)

- باقي قسمة n على 9 هو 2 : هذا يعني أن: $n\equiv 2[9]$
- باقي قسمة n على 5 هو 3: هذا يعني أن: $n\equiv 3[5]$

لدينا: $\begin{cases} n\equiv 2[9] \\ n\equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 5n\equiv 10[45] \\ 9n\equiv 27[45] \end{cases}$ ومنه: $4n\equiv 17[45]$ أي أن: $44n\equiv 187[45]$

وبالتالي: $-n\equiv 7[45]$ وبالتالي: $n\equiv -7[45]$ وبالتالي: $\boxed{n\equiv 38[45]}$

إذن: باقي قسمة n على 45 هو 38

ب. إستنتاج قيمة n علما أنه محصور بين 1980 و 2025 .

بما أن: $n\equiv 38[45]$ فإن: $n=45\lambda+38$ حيث $\lambda\in\mathbb{N}$

بما أن: $1980\le n\le 2025$ فإن: $1980\le 45\lambda+38\le 2025$

وبالتالي: $\dfrac{1980-38}{45}\le\lambda\le\dfrac{2025-38}{45}$ وبالتالي: $43.15\le\lambda\le 44.15$ أي أن: $\boxed{\lambda=44}$

إذن: قيمة n علما أنه محصور بين 1980 و 2025 هي: $n=2018$

5) أ. تحليل 2016 إلى جداء عوامل أولية : لدينا: $2016=2^5\times 3^2\times 7$

إيجاد الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2016 .

بما أن: $2016=2^5\times 3^2\times 7$ فإن، الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2016 هي: $\boxed{\{2;4;3;6;12\}}$

ب. في أيّ نظام تعداد يكتب 2018 على الشكل : $\overline{1202}^x$.

لدينا: $\overline{1202}^x=2\times x^0+0\times x^1+2\times x^2+1\times x^3$ وبالتالي $\overline{1202}^x=2+2x^2+x^3$

نضع: $2+2x^2+x^3=2018$ وبالتالي: $2x^2+x^3=2016$ وبالتالي: $x^2(2+x)=2016$

مما سبق الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2016 هي: $\{2;4;3;6;12\}$ وبالتالي: $x\in\{2;4;3;6;12\}$

من أجل $x=12$ لدينا: $12^2(2+12)=2016$ إذن: 2018 يكتب في نظام تعداد ذي أساس 12 : $\overline{1202}^{12}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^2+4z+8=0$.

حساب المميز: $\Delta=4^2-4(1)(8)=-16=16i^2$

المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين.

$z_1=\frac{-b-i\sqrt{\omega}}{2a}=\frac{-4-4i}{2}=-2-2i$ أو $z_2=\overline{z_1}=-2+2i$ إذن: $\boxed{S=\{-2-2i;-2+2i\}}$

2) لدينا: $z_A=-2+2i$; $z_B=4-4i$ و $z_C=4+8i$.

أ. بيّن أنّ: $z'=-iz-4$.

نعلم أن العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ هي من الشكل: $z'-z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$

$z'-z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$ يكافئ: $z'-(-2+2i)=-i(z-(-2+2i))$ يكافئ: $z'+2-2i=-i(z+2-2i)$

يكافئ: $z'+2-2i=-iz-2i-2$

يكافئ: $\boxed{z'=-iz-4}$

إذن: العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ هي: $z'=-iz-4$

ب. التحقق من أنّ النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R (نحسب صورة النقطة C بالدوران R)

لدينا: $z'=-iz_B-4$ ومنه: $z'=-i(4+8i)-4$ ومنه: $z'=-4i+8-4$ ومنه: $z'=4-4i=z_B$

إذن: النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R

إستنتاج طبيعة المثلث ABC .

بما أن: النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R فإن: $z_B-z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_C-z_A)$

وبالتالي: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{2}}$

هذا يعني أن: $AB=AC$ و $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=-\frac{\pi}{2}$

إذن: المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين.

3) z_ω لاحقة النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$ هذا يعني أن: $z_\omega=\frac{z_B+z_C}{2}$ وبالتالي: $\boxed{z_\omega=4+2i}$

أ. تبيان أنّ: $|z_c-z_\omega|=6$.

لدينا: $|z_c-z_\omega|=|4+8i-4-2i|=|6i|=6$ إذن: $\boxed{|z_c-z_\omega|=6}$

ب. بيّن أنّ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-z_\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

بما أن: ABC المثلث قائم في A و z_ω لاحقة النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$ و $|z_c-z_\omega|=6$

إذن: مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-z_\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لدينا: $D=\mathbb{R}$; $g(x)=xe^{-x}-1$

1) دراسة إتجاه تغير الدالة g.

g قابلة للإشتقاق على ودالتها المشتقة: $g'(x)=e^{-x}-xe^{-x}=(1-x)e^{-x}$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(1-x)$ لآن $e^{-x}>0$ على $\mathbb{R}$. نضع: $1-x=0$ أي أن: $x=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$	0	$-$	

إذن: g متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$.

✍ تشكيل جدول تغيرات الدالة g.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$e^{-1}-1$	↘	-1

2) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

إنطلاقا من جدول التغيرات للدالة g، نستنتج أن $g(x)<e^{-1}-1$ هذا يعني أن $g(x)<0$ على $\mathbb{R}$

3) أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة إيجاد دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$.

نضع: $\begin{cases}u(t)=t\\ v'(t)=e^{-t}\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}u'(t)=1\\ v(t)=-e^{-t}\end{cases}$، c عدد حقيقي يحدد في الشروط الإبتدائية.

وبالتالي: $\int_c^x te^{-t}dt=\left[-te^{-t}\right]_c^x-\int_c^x\left(-e^{-t}\right)dt$ وبالتالي: $\int_c^x te^{-t}dt=\left[-te^{-t}-e^{-t}\right]_c^x$

وبالتالي: $\int_c^x te^{-t}dt=-xe^{-x}-e^{-x}+e^{c}$

وبالتالي: $\boxed{\int_c^x te^{-t}dt=(-x-1)e^{-x}+e^{-c}}$

إذن: دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ هي الدالة: $x\mapsto(-x-1)e^{-x}+e^{c}$، c عدد حقيقي ثابت.

ب. نضع: $A=\int_1^{-1}g(x)dx$

✍ حساب A: $A=\int_1^{-1}g(x)dx=-\int_{-1}^{1}g(x)dx$ وبالتالي: $A=\left[-\left((-x-1)e^{-x}+e^{-c}\right)-x\right]_{-1}^{1}$

وبالتالي: $\boxed{A=2e^{-1}+2}$

✍ التفسير بيانيا: بما أن: $-g(x)>0$ على المجال فإن: A هي مساحة الحيز المحدد بمنحنى الدالة g والمستقيمات $x=-1;x=1$ و $y=0$

II. لدينا: $D=\mathbb{R}$؛ $f(x)=\left(xe^{-x}-1\right)^2$.

1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\cancel{xe^{-x}}^{-\infty}-1\right)^2=+\infty$

✎ تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

نضع: $-x=X$ بما أنّ: $x\to+\infty$ فإن: $X\to-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-xe^{x}-1\right)^2=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\cancel{-xe^{x}}^{0}-1\right)^2=1$ إذن: $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1}$

✎ التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y=1$ عند $+\infty$.

2) أ. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=2g(x)g'(x)$

f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة: $f'(x)=2\left(e^{-x}-xe^{-x}\right)\left(xe^{-x}-1\right)$

ومنه: $f'(x)=2(1-x)e^{-x}\left(xe^{-x}-1\right)$ إذن: $\boxed{f'(x)=2g(x)g'(x)}$

✎ إستنتاج إتجاه تغير الدالة f .

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-$		$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

إذن: f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;1]$.

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\left(e^{-1}-1\right)^2$	$\nearrow$	1

3) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

لدينا: $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ لدينا: $\boxed{(T): y=2x+1}$

4) حساب $f(-1)$؛ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم إنشاء (T) و (C_f).

لدينا: $f(-1)=e^2+2e+1\approx 13{,}83$; $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{e}{4}+\sqrt{e}+1\approx 3{,}33$

5) إيجاد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل للمعادلة: $f(x)=mx+1 \ldots\ldots(*)$ حلين مختلفين.

نوع المناقشة: دورانية ، حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=mx+1$

حيث أنّ جميع المستقيمات تمر بالنقطة $A(0;1)$، من أجل $m\in\left]-\infty;0\right[$ فإن المعادلة $(*)$ تقبل حلين مختلفين.

6) لدينا: $D=\mathbb{R};$ $h(x)=x^2e^{2|x|}+2|x|e^{|x|}+1$.

أ. تبيان أن الدالة h زوجية.

« $\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة لصفر 0.

« من أجل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)=(-x)^2e^{2|-x|}+2|-x|e^{|-x|}+1=x^2e^{2|x|}+2|x|e^{|x|}+1=h(x)$

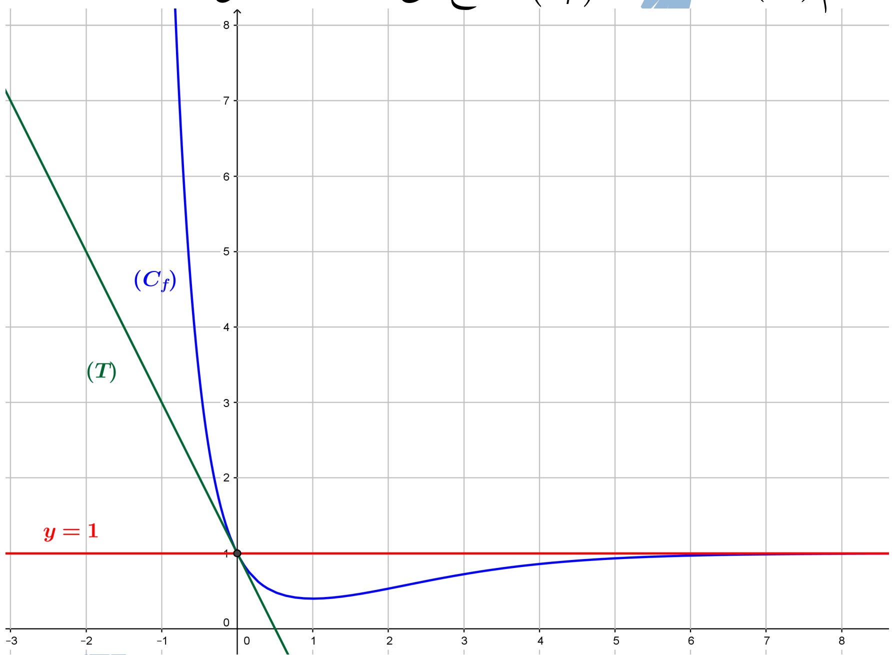
إذن: الدالة h زوجية.

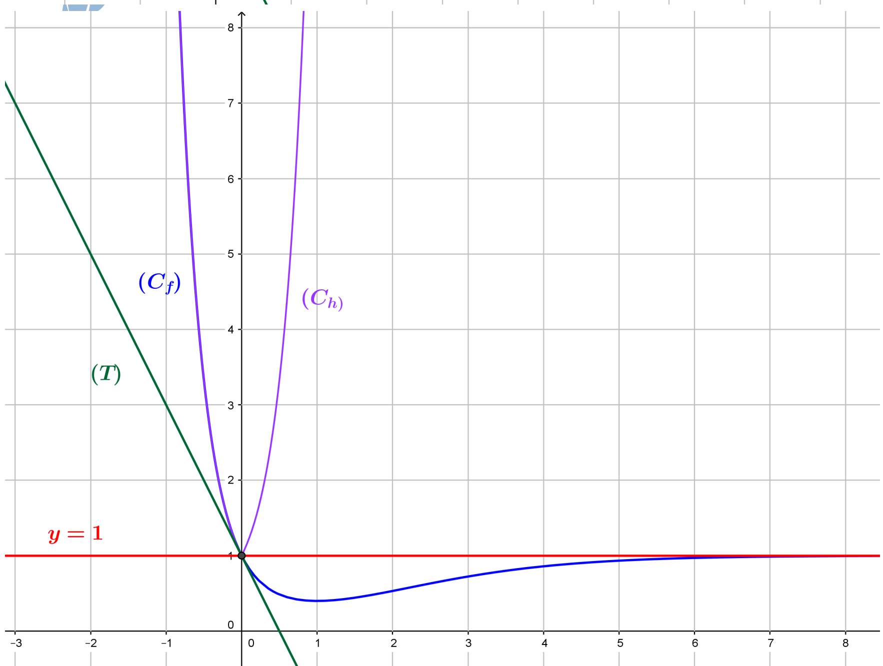
ب. كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

لدينا: $\begin{cases} h(x)=x^2e^{2x}+2xe^x+1 & ;x\in[0;+\infty[\\ h(x)=x^2e^{-2x}-2xe^{-x}+1=(xe^{-x}-1)^2=f(x) & ;x\in]-\infty;0] \end{cases}$

استنتاج كيفية انشاء $(\mathcal{C}_h)$ انطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$.

لرسم $(\mathcal{C}_h)$ نحتفظ بجزء $(\mathcal{C}_f)$ الواقع على يسار حامل التراتيب ونناظره بالنسبة إلى حامل محور التراتيب.





انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

I. 1) أ.تعيين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 4^n على 7 .

$$4^0 \equiv 1[7] \mid 4^1 \equiv 4[7] \mid 4^2 \equiv 2[7] \mid 4^3 \equiv 1[7]$$

بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 7 تشكل متتالية دورية ودورها 3.

تعميم: من أجل $k \in \mathbb{N}$

$n=$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$4^n \equiv$	1	4	2	$[7]$

ب.إستنتاج باقي قسمة العدد $\left(2026^{1446}+1446^{2022}+2022^{1962}\right)$ على 7 .

لدينا: $\begin{cases}2026 \equiv 3[7]\\1446 \equiv 4[7]\\2022 \equiv 6[7]\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}2026 \equiv -4[7]\\1446 \equiv 4[7]\\2022 \equiv -1[7]\end{cases}$ بما أن: $\begin{cases}1446 = 3(483)\\2022 = 3(674)\\1962 = 2(981)\end{cases}$ فإن: $\begin{cases}(-4)^{1446} \equiv 1[7]\\4^{2022} \equiv 1[7]\\(-1)^{1962} \equiv 1[7]\end{cases}$

هذا يعني أنّ: $\begin{cases}2026^{1446} \equiv 1[7]\\1446^{2022} \equiv 1[7]\\2022^{1962} \equiv 1[7]\end{cases}$ وبالتالي: $2026^{1446}+1446^{2022}+2022^{1962} \equiv 3[7]$

إذن: باقي قسمة العدد $\left(2026^{1446}+1446^{2022}+2022^{1962}\right)$ على 7 هو: 3

ج. تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $1446^{6n+5}+2022^{6n+6}+5n \equiv 0[7]$

لدينا: $\begin{cases}1446 \equiv 4[7]\\2022 \equiv 6[7]\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}1446 \equiv 4[7]\\2022 \equiv -1[7]\end{cases}$ بما أن: $\begin{cases}6n+5 = 3(2n+1)+2\\6n+6 = 2(3n+3)\end{cases}$ فإن: $\begin{cases}4^{6n+5} \equiv 2[7]\\(-1)^{6n+6} \equiv 1[7]\end{cases}$

هذا يعني أنّ: $\begin{cases}1446^{6n+5} \equiv 2[7]\\2022^{6n+6} \equiv 1[7]\end{cases}$ وبالتالي: $1446^{6n+5}+2022^{6n+6}+5n \equiv 3+5n[7]$

$1446^{6n+5}+2022^{6n+6}+5n \equiv 0[7]$ يكافئ: $3+5n \equiv 0[7]$ يكافئ: $5n \equiv -3[7]$ يكافئ: $15n \equiv -9[7]$

يكافئ: $n \equiv 5[7]$

أي أن: $\boxed{n = 7\alpha+5; \alpha \in \mathbb{N}}$

إذن: قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $1446^{6n+5}+2022^{6n+6}+5n \equiv 0[7]$ هي: $\boxed{n = 7\alpha+5; \alpha \in \mathbb{N}}$

2) لدينا: $U_n = 1+4+4^2+\ldots+4^{n-1}$

أ. تبيان أن U_n يكون مضاعفا لـ 7 إذا وفقط إذا كان (4^n-1) مضاعفا لـ 7 .

U_n يكون مضاعفا لـ 7 هذا يكافئ: $U_n \equiv 0[7]$

بما أن: $\frac{1}{3}(4^n-1) = \left(\frac{4^n-1}{4-1}\right) = 1+4+4^2+\ldots+4^{n-1}$ فإن: $\frac{1}{3}(4^n-1) \equiv 0[7]$

هذا يكافئ: $(4^n-1) \equiv 0[7]$ هذا يعني أن: (4^n-1) مضاعفا لـ 7 .

إذن: U_n يكون مضاعفا لـــ 7 إذا وفقط إذا كان $(4^n - 1)$ مضاعفا لـ 7

ب. إستنتاج قيم n حتى يكون U_n قابلا للقسمة على 7 .

مما سبق: U_n يكون مضاعفا لـــ 7 إذا وفقط إذا كان $(4^n - 1)$ مضاعفا لـ 7

لدينا: $(4^n - 1) \equiv 0[7]$ يكافئ: $4^n \equiv 1[7]$ هذا يعني أن: $n = 3k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

إذن: قيم n حتى يكون U_n قابلا للقسمة على 7: $n = 3k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

II. 1) أ. باستعمال خوارزمية إقليدس تعيين العددين الصحيحين u و v حيث : $101u - 72v = 1$

- لدينا: $101 = 72(1) + 29$ ومنه: $101 - 72 = 29....(1)$
- لدينا: $72 = 29(2) + 14$ ومنه: $72 - 29(2) = 14....(2)$
- لدينا: $29 = 14(2) + 1$ ومنه: $29 - 14(2) = 1....(3)$

بتعويض (2) في (3) نجد: $29 - (72 - 29(2))(2) = 1$ أي أن: $-72(2) + 29(5) = 1....(4)$

بتعويض (1) في (4) نجد: $-72(2) + (101 - 72)(5) = 1$ أي أن: $\boxed{101(5) - 72(7) = 1}$

إذن: العددين الصحيحين u و v حيث : $101u - 72v = 1$ هما: $(u;v) = (5;7)$

ب. بما أن: $PGCD(2020;1440) = 20$ و 20 يقسم 60

فإن المعادلة (E): $2020x - 1440y = 60.....(E)$ تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

جـ - تعيين حلا خاصا للمعادلة (E): $2020x - 1440y = 60$ يكافئ: $101x - 72y = 3$

مما سبق: $101(5) - 72(7) = 1$ وبالتالي: $101(15) - 72(21) = 3$ إذن: $\boxed{(x_0; y_0) = (15;21)}$

استنتاج حلول هذه المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$.

لدينا: $\begin{cases} 101x - 72y = 3 \\ 101(15) - 72(21) = 3 \end{cases}$ ومنه: $101(x - 15) - 72(y - 21) = 0$

وبالتالي: $101(x - 15) = 72(y - 21).....(*)$

72 يقسم $101(x - 15)$ وبما أن: 101 و 72 أوليان فيما بينهما لأن: $101(5) - 72(7) = 1$ حسب مبرهنة بيزو

فإنه حسب مبرهنة غوص 72 يقسم $(x - 15)$ وهذا يعني أن $x - 15 = 72\lambda$ وبالتالي: $x = 72\lambda + 15$ حيث $\lambda \in \mathbb{Z}$

بتعويض قيمة x في $(*)$ نجد: $101(72\lambda + 15 - 15) = 72(y - 21)$

وبالتالي: $101(72\lambda) = 72(y - 21)$ أي أن: $101\lambda = y - 21$ وبالتالي: $y = 101\lambda + 21$ حيث $\lambda \in \mathbb{Z}$

إذن: حلول هذه المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$: $\boxed{(x;y) = (72\lambda + 15; 101\lambda + 21)}$ حيث $\lambda \in \mathbb{Z}$

2) تعيين الحل $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية للمعادلة (E) الذي يحقق : $\begin{cases} PGCD(x;y) = 3 \\ PPCM(x;y) = 24948 \end{cases}$

نعلم أن: $PGCD(x;y) \times PPCM(x;y) = x \times y$

بما أن: $\begin{cases} PGCD(x;y) = 3 \\ PPCM(x;y) = 24948 \end{cases}$ فإن: $x \times y = 24948 \times 3$ أي أن: $x \times y = 74844$

بما أن: $(x;y)$ حلول للمعادلة (E) فإن: $(72\lambda+15)(101\lambda+21)=74844$

وبالتالي: $7272\lambda^2+3027\lambda-74529=0$ هذا يعني أنّ: $\lambda=3$ أو $\lambda=-\dfrac{8281}{2424}\notin\mathbb{N}$

إذن: الحل $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية للمعادلة (E) الذي يحقق: $\begin{cases}PGCD(x;y)=3\\ PPCM(x;y)=24948\end{cases}$: $\boxed{(x;y)=(231;324)}$

التمرين الثاني: (04 نقاط): نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كريات ،عدد الحالات الممكنة هو: $\boxed{C_7^4=35}$

1) أ. حساب $P(A)$ و $P(B)$ إحتمال الحادثتين A و B على الترتيب.

A " نسحب ثلاث كريات من نفس اللون"

معناه " سحب ثلاث كريات بيضاء وكرية سوداء" أو "سحب ثلاث كريات سوداء وكرية بيضاء"

لدينا: $P(A)=\dfrac{C_4^3\times C_3^1+C_3^3\times C_4^1}{C_7^4}=\dfrac{16}{35}$ إذن: $\boxed{P(A)=\dfrac{16}{35}}$

B " نسحب على الأقل كرية بيضاء "

بالتالي: $P(B)=\dfrac{C_4^1\times C_3^3+C_4^2\times C_3^2+C_4^3\times C_3^1+C_4^4}{C_7^4}=1$ إذن: $\boxed{P(B)=1}$

ب. تبيان أن : $P(A\cap B)=\dfrac{16}{35}$.

$A\cap B$ " نسحب ثلاث كريات من نفس اللون و على الأقل كرية بيضاء " معناه: $A\cap B=A$

وبالتالي: $P(A\cap B)=P(A)$ إذن: $\boxed{P(A\cap B)=\dfrac{16}{35}}$

استنتاج $P(A\cup B)$: نعلم أنّ: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

وبالتالي: $P(A\cup B)=P(B)$ لأنّ: $P(A\cap B)=P(A)$ إذن: $\boxed{P(A\cup B)=1}$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة .

أ. تعيين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X : $\{\alpha+3\beta;2\alpha+2\beta;3\alpha+\beta;4\alpha\}$

تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

من أجل $X=\alpha+3\beta$ معناه" سحب ثلاث كريات تحمل كل منهم الرقم β وكرية تحمل الرقم α "

لدينا: $P(X=\alpha+3\beta)=\dfrac{C_4^1\times C_3^3}{C_7^4}=\dfrac{4}{35}$ إذن: $\boxed{P(X=\alpha+3\beta)=\dfrac{4}{35}}$

من أجل $X=2\alpha+2\beta$ معناه" سحب كريتين تحمل كل منهما الرقم β وكريتين تحمل كل منهما الرقم α "

لدينا: $P(X=2\alpha+2\beta)=\dfrac{C_4^2\times C_3^2}{C_7^4}=\dfrac{18}{35}$ إذن: $\boxed{P(X=2\alpha+2\beta)=\dfrac{18}{35}}$

من أجل $X=3\alpha+\beta$ معناه" سحب كرية تحمل الرقم β وثلاث كريات تحمل كل منهم الرقم α "

لدينا: $P(X=3\alpha+\beta)=\dfrac{C_4^3\times C_3^1}{C_7^4}=\dfrac{12}{35}$ إذن: $\boxed{P(X=3\alpha+\beta)=\dfrac{12}{35}}$

◀ من أجل $X=4\alpha$ معناه" سحب أربع كريات تحمل كل منهما الرقم α "

لدينا: $P(X=4\alpha)=\frac{C_4^1}{C_7^4}=\frac{1}{35}$ إذن: $\boxed{P(X=4\alpha)=\frac{1}{35}}$

x_i	$\alpha+3\beta$	$2\alpha+2\beta$	$3\alpha+\beta$	4α
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

ب. تبيان أن الأمل الرياضياتي $E(X)=\frac{4}{7}(4\alpha+3\beta)$.

لدينا: $E(X)=(\alpha+3\beta)\left(\frac{4}{35}\right)+(2\alpha+2\beta)\left(\frac{18}{35}\right)+(3\alpha+\beta)\left(\frac{12}{35}\right)+4\alpha\left(\frac{1}{35}\right)=\frac{16}{7}\alpha+\frac{12}{7}\beta$

إذن: $\boxed{E(X)=\frac{4}{7}(4\alpha+3\beta)}$

ج. تعيين قيم α و β التي من أجلها $E(X)=4$.

$E(X)=4$ يكافئ: $\frac{4}{7}(4\alpha+3\beta)=4$ يكافئ: $4\alpha+3\beta=7$

بما أن: α و β عددان طبيعيان و $4(1)+3(1)=7$ فإن: $\boxed{(\alpha;\beta)=(1;1)}$.

إذن: قيم α و β التي من أجلها $E(X)=4$: $\boxed{(\alpha;\beta)=(1;1)}$

3) نسحب 3 كريات و في آن واحد ثم نسحب 3 كريات و في آن واحد، عدد الحالات الممكنة هو: $\boxed{C_7^3\times C_4^3=140}$

✸ تبيان أن احتمال أن تبقى كرية بيضاء واحدة بعد السحب الثاني هو: $\frac{4}{7}$.

نضع: D " سحب ثلاث كريات بيضاء" معناه " سحب ثلاث كريات بيضاء"

لدينا: $P(D)=\frac{(C_4^3)\times(C_3^3)+(C_4^2\times C_3^1)\times(C_2^1\times C_2^2)+(C_4^1\times C_3^2)\times(C_3^2\times C_1^1)+(C_3^3)\times(C_4^3)}{C_7^3\times C_4^3}$

وبالتالي: $P(D)=\frac{4+36+36+4}{140}$ أي أن: $P(D)=\frac{80}{140}$ إذن: $\boxed{P(D)=\frac{4}{7}}$

التمرين الثالث: (04 نقاط) :

لدينا: $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3e} \\ u_0=\sqrt{e+1} \end{cases}$.

1) أ. تبيان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n>\sqrt{e}$.

◀ من أجل $n=0$: $u_0=\sqrt{e+1}>\sqrt{e}$ (محققة)

◀ من أجل $n\in\mathbb{N}$: نفرض أنّ $u_n>\sqrt{e}$ من أجل n ونبرهن أنّ: $u_{n+1}>\sqrt{e}$ من أجل $n+1$

لدينا من فرضية التراجع: $u_n>\sqrt{e}$ وبالتالي: $u_n^2>e$ ومنه: $u_n^2+3e>4e$

وبالتالي: $\sqrt{u_n^2+3e}>2\sqrt{e}$ ومنه: $\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3e}>\sqrt{e}$ أي أن: $\boxed{u_{n+1}>\sqrt{e}}$ (محققة)

إذن: من أجل كل من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n > \sqrt{e}$

ب. إثبات أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)$

لدينا: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 3e}\right)^2 - u_n^2$ ومنه: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{1}{4}\left(u_n^2 + 3e\right) - u_n^2$

ومنه: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{1}{4}u_n^2 + \frac{3}{4}e - u_n^2$

ومنه: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = -\frac{3}{4}u_n^2 + \frac{3}{4}e$

ومنه: $\boxed{u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)}$

إذن: من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)$

ج. تعيين إتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$:

لدينا مما سبق: $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)$ وبالتالي: $\left(u_{n+1} - u_n\right)\left(u_{n+1} + u_n\right) = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)$

إشارة $u_{n+1} - u_n$ من إشارة $\left(e - u_n^2\right)$ لأنّ $u_{n+1} + u_n > 0$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > \sqrt{e}$.

لدينا: من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > \sqrt{e}$ وبالتالي: $e - u_n^2 < 0$

هذا يعني أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > \sqrt{e}$ وبالتالي: $u_{n+1} - u_n < 0$

إذن: $\left(u_n\right)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

« بما أن: $\left(u_n\right)$ متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بـ $\sqrt{e}$ فإن $\left(u_n\right)$ متقاربة.

2) لدينا: $v_n = u_n^2 - e$

أ. إثبات أنّ $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

لدينا: $v_{n+1} = u_{n+1}^2 - e$ ومنه: $v_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 3e}\right)^2 - e$ ومنه: $v_{n+1} = \frac{1}{4}\left(u_n^2 + 3e\right) - e$

ومنه: $v_{n+1} = \frac{1}{4}u_n^2 + \frac{3}{4}e - e$

ومنه: $v_{n+1} = \frac{1}{4}u_n^2 - \frac{1}{4}e$

ومنه: $v_{n+1} = \frac{1}{4}\left(u_n^2 - e\right)$ أي: $\boxed{v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n}$

إذن: $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدّها الأول: $v_0 = 1$

ب. كتابة v_n بدلالة n؛ نعلم أن: $v_n = v_0 \times q^n$

إذن: $\boxed{v_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n}$

✍ تبيان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\sqrt{e+\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

لديـنـا: $v_n=u_n^2-e$ ومنه: $u_n^2=v_n+e$ ومنه: $u_n=\sqrt{v_n+e}$ إذن: $\boxed{u_n=\sqrt{e+\left(\frac{1}{4}\right)^n}}$

ج. حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

بـمـا أن: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=0$ لأن: $0<\frac{1}{4}<1$ فإن: $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\sqrt{e}}$

3) و $T_n=u_0^2+u_1^2+...+u_n^2$.

✍ حساب المجموع S_n بدلالة n.

لديـنـا: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ (مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية)

ومنه: $S_n=\dfrac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}{1-\frac{1}{4}}$ إذن: $\boxed{S_n=\frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}$

✍ حساب المجموع T_n بدلالة n.

لديـنـا: $T_n=u_0^2+u_1^2+...+u_n^2$ ، مـمـا سبق: $u_n^2=v_n+e$

ومنه: $T_n=v_0+e+v_1+e+...+v_n+e$ ومنه: $T_n=S_n+(n+1)e$ إذن: $\boxed{T_n=\frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)+(n+1)e}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لديـنـا: $D=]0;+\infty[$; $g(x)=x-ln(x)$.

1) دراسة اتجـاه تغير الدالة g: g قـابلـة للإشتقاق على $]0;+\infty[$: $g'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$

إشـارة $g'(x)$ من إشـارة: $x-1$ لأن: $x>0$

x	0		1		$+\infty$
$x-1$	‖	$-$	0	$+$	

إذن: g متزايدة تـمـامـا على $[1;+\infty[$ ومتنـاقصة تـمـامـا على $]0;1]$.

2) استنتـاج اشـارة $g(x)$ على المجـال $]0;+\infty[$.

بـمـا أن: $g(x)\geq g(1)=1$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $g(x)>0$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$

II. لديـنـا: $\begin{cases} f(x)=x+1+xln\left(\frac{x+1}{x}\right) & ;x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=1 \end{cases}$.

1) أ. حسـاب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\left(\cancel{x+1}^{0}+x\cancel{ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}^{+\infty}\right)=+\infty$

التفسير البياني .

بما أن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)=+\infty$ فإن: $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x=-1$

ب.تبيان أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=1$ نضع: $t=\frac{1}{x}$ فإن $x=\frac{1}{t}$ بما أن: $x\longrightarrow+\infty$ فإن: $t\longrightarrow 0^+$

ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{t\to0^+}\frac{1}{t}\ln(1+t)=\lim\limits_{t\to0^+}\frac{\ln(1+t)}{t}=1$

حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x);\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\cancel{x+1}^{+\infty}+\cancel{x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}^{1}\right)=+\infty.$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\cancel{x+1}^{-\infty}+\cancel{x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}^{1}\right)=-\infty$$

2) أ.تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=g\left(\frac{x}{x+1}\right)$

f قابلة للإشتقاق على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=1+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+x\dfrac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x+1}{x}}$

وبالتالي: $f'(x)=1+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+x\left(-\frac{1}{x^2}\right)\frac{x}{x+1}$ وبالتالي: $f'(x)=1+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$

وبالتالي: $\boxed{f'(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+\frac{x}{x+1}}$

من جهة أخرى: $g\left(\frac{x}{x+1}\right)=\frac{x}{x+1}-\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

إذن: من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=g\left(\frac{x}{x+1}\right)$

ب.درس اتجاه تغير الدالة f :مما سبق: $g(x)>0$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$

من أجل: $\frac{x}{x+1}>0$ معناه: $x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$

إذن: f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	‖	$1 \nearrow +\infty$

3) تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $-2{,}32<\alpha<-2{,}3$.

f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-2{,}32;-2{,}3[$ و $f(-2{,}32)\times f(-2{,}3)<0$ لآنّ: $\begin{cases} f(-2{,}32)\approx -0{,}01 \\ f(-2{,}3)\approx 0{,}01 \end{cases}$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $-2{,}32<\alpha<-2{,}3$

4) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x-1\right];\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-1\right]$

▸▸ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x-1\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\ln\left(\cancel{\frac{x+1}{x}}^{1}\right)\right)=1.$

▸▸ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-1\right];=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x\ln\left(\cancel{\frac{x+1}{x}}^{1}\right)\right)=1$

☙ التفسير البياني: $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x+2$ عند $-\infty$ و $+\infty$.

5) لدينا: $h(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)\quad ;x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[$.

أ. دراسة اتجاه تغير الدالة h': h قابلة للإشتقاق على $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[$: $h'(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+x\frac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x+1}{x}}$.

وبالتالي: $\boxed{h'(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}}$

h' قابلة للإشتقاق على $\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;+\infty\right[$: $h''(x)=\frac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x+1}{x}}+\frac{1}{(x+1)^2}$.

وبالتالي: $h''(x)=\frac{-1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)^2}$

وبالتالي: $h''(x)=\frac{-x-1+x}{x(x+1)^2}$ ومنه: $\boxed{h''(x)=\frac{-1}{x(x+1)^2}}$

x	$-\infty$		-1	0		$+\infty$
$h''(x)$		$+$	‖	‖	$-$	

إذن: h' متزايدة تماما على $\left]-\infty;-1\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]0;+\infty\right[$

☙ شكل جدول تغيرت h' .

x	$-\infty$		-1	0		$+\infty$
$h''(x)$		$+$	‖	‖	$-$	
$h(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖	‖ $+\infty$	↘	0

ب. تشكيل جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$		-1	0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	‖	‖	$+$	
$h(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖	‖ 0	↗	1

استنتج إشارة $h(x)$

x	$-\infty$		-1	0		$+\infty$
$h(x)$		$+$	‖	‖	$-$	

ج. تحدد وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$

x	$-\infty$		-1	0		$+\infty$
$h(x)$		$(\mathcal{C}_f)$ أعلى (Δ)	‖	‖	$(\mathcal{C}_f)$ أسفل (Δ)	

6) إنشاء (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

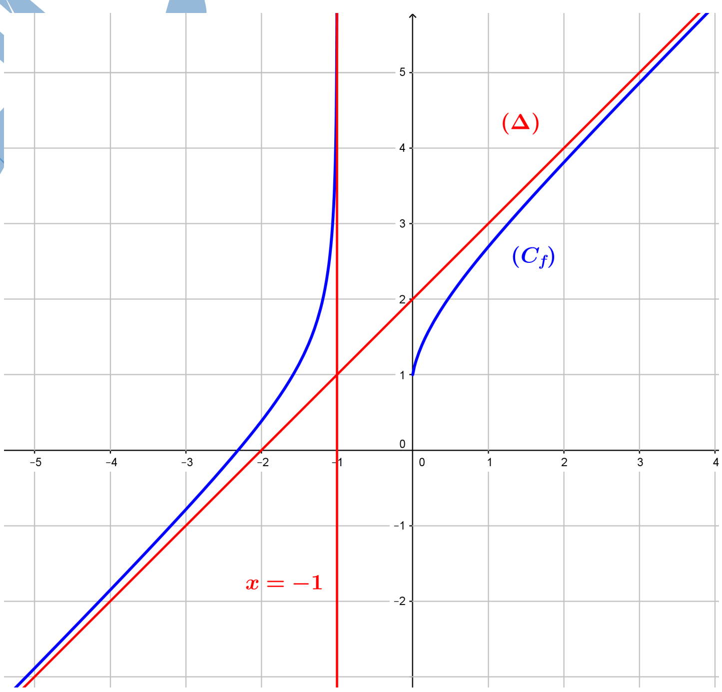
7) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $1-\frac{1}{x}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|$

$1-\frac{1}{x}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|$ يكافئ: $x-1+xln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|x$ حيث $x\neq 0$

يكافئ: $x+1+xln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|x+2$ حيث $x\neq 0$ يكافئ: $f(x)=|m|x+2$

نوع المناقشة دورانية: حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذي المعادلة $y=|m|x+2$

- من أجل $m\in]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ فإن المعادلة $1-\frac{1}{x}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|$ لا تقبل حلولا.
- من أجل $m\in]-1;1[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.



انتهى الموضوع الثاني

صدقة جارية لمعلمي في المرحلة الإبتدائية رحمه الله