الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية أم البواقي

إمتحان بكالوريا تجريبي

ثانوية: مبارك الميلي –عين ببوش-

دورة : ماي 2025

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس يحتوي على 6 كريات منها كرية واحدة خضراء تحمل الرقم 3 وثلاث كريات بيضاء تحمل كل منها الرقم 2 وكريتين حمراوين تحملان الرقم 1

يسحب لاعب على التوالي دون ارجاع كريتين من الكيس، بحيث يتحصل على نقاط تساوي مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين.

1) أحسب احتمالات الحوادث التالية :

- A "الحصول على 4 نقاط".
- B "الحصول على كريتين مختلفتي اللون" .
- C "الحصول على 4 نقاط والكريتين المسحوبتين مختلفتي اللون" .
- D "الحصول على الأقل على 4 نقاط" .

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد النقاط التي يتحصل عليها اللاعب

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، وأحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) عيّن الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $PGCD(a;b)=48$ و $PPCM(a;b)=2160$.

2) عيّن الأعداد الحقيقية x التي تحقق: $9x\equiv17[5]$

3) إستنتج مما سبق حلول المعادلة $432x-240y=816$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

4) n عدد طبيعي باقي قسمته على 9 هو 2 ، و باقي قسمته على 5 هو 3:

أ. بين أن باقي قسمة n على 45 هو 38 .

ب. إستنتج قيمة n علما أنه محصور بين 1980 و 2025 .

5) أ.حلل 2016 إلى جداء عوامل أولية ، ثم جدّ الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2016 .

ب.في أيّ نظام تعداد يكتب 2018 على الشكل : $\overline{1202}^x$.

التمرين الثالث:(04 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^2+4z+8=0$.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A; B و C التي لاواحقها على التوالي هي: $z_A=-2+2i$; $z_B=4-4i$ و $z_C=4+8i$.

أ. ليكن z لاحقة نقطة M من المستوي و z' لاحقة النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

بيّن أنّ: $z'=-iz-4$

ب. تحقق من أنّ النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R وإستنتج طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن z_ω لاحقة النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$.

أ. بيّن أنّ: $|z_c-z_\omega|=6$.

ب. بيّن أنّ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-z_\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=xe^{-x}-1$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3) أ.باستعمال المكاملة بالتجزئة جدّ دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$.

ب.نضع $A=\int_{1}^{-1}g(x)dx$ أحسب العدد الحقيقي A ثم فسر النتيجة بيانيا.

II. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x ، المعرفة على $\mathbb{R}$ ، كما يلي: $f(x)=\left(xe^{-x}-1\right)^2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أ.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي: $f'(x)=2g(x)g'(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f .

ب.شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) أحسب $f(-1)$; $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ أنشئ (T) و (C_f).

5) أوجد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل للمعادلة: $f(x)=mx+1$ حلين مختلفين.

6) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{2|x|}+2|x|e^{|x|}+1$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ. بيّن أن الدالة h زوجية.

ب. أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج كيفية انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

I. 1) أ.عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 4^n على 7.

ب.إستنتج باقي قسمة العدد $\left(2026^{1446}+1446^{2022}+2022^{1962}\right)$ على 7.

ج. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $1446^{6n+5}+2022^{6n+6}+5n\equiv 0[7]$

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n=1+4+4^2+...+4^{n-1}$

أ. بيّن أن U_n يكون مضاعفا لـ 7 إذا وفقط إذا كان $\left(4^n-1\right)$ مضاعفا لـ 7 .

ب. إستنتج قيم n حتى يكون U_n قابلا للقسمة على 7 .

II. 1) أ. باستعمال خوارزمية إقليدس عيّن العددين الصحيحين u و v حيث : $101u-72v=1$

ب.إشرح لماذا المعادلة (E).....$2020x-1440y=60$ تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ج - عين حلا خاصا للمعادلة (E)، ثم استنتج حلول هذه المعادلة (E) في $\mathbb{Z}^2$.

2) عيّن الحل $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية للمعادلة (E) الذي يحقق : $\begin{cases} PGCD(x;y)=3 \\ PPCM(x;y)=24948 \end{cases}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحوي صندوق 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها 4 كريات بيضاء تحمل الرقم α و 3 كريات سوداء تحمل الرقم β حيث α و β عددان طبيعيان،نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين: A " نسحب ثلاث كريات من نفس اللون"، B " نسحب على الأقل كرية بيضاء "

1) أ.أحسب $P(A)$ و $P(B)$ إحتمال الحادثتين A و B على الترتيب.

ب. بيّن أن : $P(A\cap B)=\dfrac{16}{35}$ ثم استنتج $P(A\cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة .

أ. عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب. بيّن أن الأمل الرياضياتي $E(X)=\dfrac{4}{7}(4\alpha+3\beta)$.

ج. عيّن قيم α و β التي من أجلها $E(X)=4$.

3) نرجع الصندوق إلى وضعه الأول و نسحب 3 كريات و في آن واحد من الصندوق ثم نسحب 3 كريات و في آن واحد من الصندوق .

بيّن أن احتمال أن تبقى كرية بيضاء واحدة بعد السحب الثاني هو: $\dfrac{4}{7}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\sqrt{e+1}$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3e}$.

1) أ.بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n>\sqrt{e}$.

ب.أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}^2-u_n^2=\dfrac{3}{4}\left(e-u_n^2\right)$

ج. عيّن إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، وهل (u_n) متقاربة ؟ برّر إجابتك.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على بـ: $v_n=u_n^2-e$

أ. أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب. أكتب v_n بدلالة n ثم بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\sqrt{e+\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

ج. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) من أجل كل n من $\mathbb{N}$، نضع: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $T_n=u_0^2+u_1^2+...+u_n^2$.

أحسب المجموعين S_n و T_n بدلالة n.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-ln(x)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=x+1+xln\left(\frac{x+1}{x}\right) & ;x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=1 \end{cases}$$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ <}} f(x)$ ،ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب. بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} xln\left(\frac{x+1}{x}\right)=1$ (إرشاد $t=\frac{1}{x}$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x);\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=g\left(\frac{x}{x+1}\right)$

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغير اتها

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $-2{,}32<\alpha<-2{,}3$.

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x-1];\ \lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-1]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5) h الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=xln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ. أدرس اتجاه تغير الدالة h' ثم شكل جدول تغيرتها .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$

ج. حدد وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$

6) أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $1-\frac{1}{x}+ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|$

انتهى الموضوع الثاني