الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية أم البواقي | دورة : ماي 2025
إمتحان بكالوريا تجريبي | الشعبة: رياضيات
ثانوية: مبارك الميلي –عين ببوش-

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات حمراء و كرتين بيضاوين، و U_2 يحتوي صندوق على كرتين بيضاوين و كرتين سوداوين وكرية حمراء و يحتوي U_3 صندوق على ثلاث كريات سوداء وكرية بيضاء وكرية حمراء (لا نفرق بينهما باللمس) نلقي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة .

- إذا ظهر أحد الأرقام 1 أو 2 أو 3 نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 من ثلاث كريات في آن واحد .
- إذا ظهر الرقم 4 أو 6 نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 من ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع .
- إذا ظهر الرقم 5 نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 من ثلاث كريات على التوالي مع الإرجاع .

1) حساب إحتمال كل من الحوادث التالية :

أ. A " الكريات المسحوبة من نفس اللون" | ب. B " الكريات المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى"

ج. C " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين "

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

أ. عين قيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب. حدّد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) $a;b$ و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث: $a\equiv 0[b]$ و $a\equiv 0[c]$.

برهن باستعمال مبرهنة غوص أنّ : إذا كان c و b أوليين فيما بينهما فإن: $a\equiv 0[bc]$.

II) 1) أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من 4^n و 5^n على 9.

ب.استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 21×1993^{2017} على 9 .

2) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق :

أ. $5^n+4^n\equiv 0[9]$ ب. $5^n-4^n\equiv 0[9]$ ج. $5^{2n}-4^{2n}\equiv 0[9]$

3) أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n}\equiv 1[7]$.

ب. استنتج أن العدد $4^{6k}-1$ يقبل القسمة على 63.

4) أ.بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{3n}+4^{3n+1}+4^{3n+2}\equiv 3[9]$

ب.استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها المجموع: $1+4+4^2+...+4^n\equiv 0[9]$

التمرين الثالث:(04 نقاط) : في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط A ;B و C التي لاحقاتها: $z_A=2-2i$;$z_B=1+3i$ و $z_C=-3-3i$.

1) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب: $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$، ثم أحسب طويلته وعمدته واستنتج طبيعة المثلث ABC.

2) بيّن أنّ: $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i=\left(\dfrac{z_A+z_B+z_C+2}{2\sqrt{2}}\right)^{2025}$.

3) أ.عيّن z_D لاحقة النقطة D بحيث: $\dfrac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=2$، ماذا تستنتج بالنسبة للنقط A ;B و D.

ب.لتكن النقطة E نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة A، بيّن أنّ لاحقة النقطة E هي: $z_E=7-i$.

4) أ. ماذا يمكن قوله عن القطعتين $[CE]$ و $[BD]$؟ إستنتج طبيعة الرباعي $BCDE$.

ب. عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

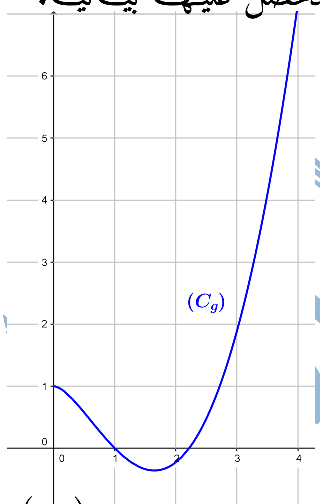
I) لتكن الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-x^2\left(1-ln(x)\right)$، $(\mathcal{C}_g)$ المنحنى الممثل لها(أنظر الشكل)

1) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $2{,}2<\alpha<2{,}3$ والأخر يطلب تعيينه.

2) عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x\left(1-ln(x)\right)}$ وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $2cm$)

1) أحسب نهايات الدالة عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها،ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.



2) أ.بيّن أنه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{ln(x)}{x^2\left(1-ln(x)\right)^2}$

ب.عيّن إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ.تحقق أنه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x\left(1-ln(x)\right)}$

ب.أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

4) إنشئ في نفس المعلم المستقيم (Δ) والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

5) أثبت أنّ: $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x\left(1-ln(x)\right)}dx=ln(2)$ ثم أحسب بـ cm^2، A مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\sqrt{e}$.

III) المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_0=2$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le\alpha$

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة (يمكن استعمال إجابة السؤال 2.ب الجزء الثاني)

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدّد نهايتها.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $420x-945y=525$

1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 945 ; 420 و525 .

2) أ.أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 8[9]$.

ب. استنتج حلول المعادلة (E).

3) أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على 11 .

ب. عين الثنائيات الطبيعية $(x;y)$ التي هي حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $2033^{x-y}+y+2\equiv 0[11]$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $a=9n+8$ و $b=4n+3$ وليكن $d=PGCD(a;b)$.

أ. عيّن القيم الممكنة للعدد d.

ب. عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $d=5$.

5) نعتبر العددان الطبيعيان A و B بحيث: $A=9n^2+17n+8$ و $B=4n^2+7n+3$

أ. بيّن أن العددين A و B يقبلان القسمة على $n+1$.

ب. جد بدلالة n وحسب قيم n ، القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2) نعتبر العددين المركبين $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

أ. أكتب العدد z_A على الشكل الجبري .

ب. تحقق أن: $\overline{z_A}\times z_B=\sqrt{3}$

في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط $A;B$ و C التي لاحقاتها على التوالي هي: $z_A;z_B$ و $z_C=\overline{z_A}$.

3) بيّن أنّ النقطة B هي صورة النقطة A بتحاكي h مركزه O يطلب تحديد نسبته.

4) ليكن z لاحقة نقطة M من المستوى و z' لاحقة النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ. أكتب z' بدلالة: z و z_A . (العبارة المركبة للدوران)

ب. ليكن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ، بيّن أنّ: $z_D=z_A+1$.

ج. لتكن I النقطة التي لاحقتها العدد1، بيّن أنّ $ADIO$ معين.

5) تحقق من أن $z_D-z_B=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$ و استنتج عمدة للعدد z_D-z_B.

التمرين الثالث: (04 نقاط) n عدد طبيعي حيث $2<n<6$. نعتبر D زهر نرد على شكل رباعي وجوه مرقم بـ $1;3;5$ و 7.

U_1 و U_2 صندوقان يحتوي كلا منهما كريات بيضاء وكريات خضراء ،حيث U_1 يحوي 10 كريات من بينها n كرية بيضاء و U_2 يحوي 11 كرية ومجموع الكريات البيضاء في الصندوقين يساوي 8.

نرمي زهر النرد D مرة واحدة إذا تحصلنا على رقم أولي نسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع من U_1 و إذا تحصلنا على الرقم 1 نسحب كرتين في آن واحد من U_2.

نسمي الحادثة A " ظهور رقم أولي " و الحادثة B " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون "

1) عيّن قيمة n علما أن : $P_A(B)=\frac{8}{15}$ ثم أحسب $P_{\bar{A}}(B)$.

2) نضع $n=3$ ، شكل شجرة الاحتمالات.

أ. أحسب $P(A\cap B)$ احتمال الحادثة $A\cap B$. | ب. بيّن أن احتمال الحادثة B يساوي $\frac{113}{220}$.

ج. أحسب احتمال ظهور الرقم 1 علما أن الكريتين المسحوبتين من لونين مختلفين.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=4x\left(e^{-x}+\frac{1}{2}x-1\right)$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة هي $1cm$.

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ.بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $f'(x)=4(1-e^{-x})(x-1)$

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث أن: $1,5<\alpha<2$ ثم إستنتج أنّ: $e^{-\alpha}=1-\frac{\alpha}{2}$

د. بيّن أن معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند نقطته ذات الفاصلة α هي : $y=2\alpha(\alpha-1)(x-\alpha)$

3) أ.ارسم المماس (T) المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ (نأخذ: $f(-1)=-5$; $f(e)=4,5$ و $\alpha=1,61$)

ب.ناقش وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(-2x^2+4x+m)e^x=4x$

4) باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;\alpha]$ فإن: $f(x)\le 0$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد العدد الحقيقي: $\int_0^{\alpha} xe^{-x}dx$

ج) احسب $A(\alpha)$ مساحة للحيز المستوي والمحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=\alpha$ ثم تحقق أن: $A(\alpha)=\frac{2\alpha(3-\alpha^2)}{3}cm^2$.

II) نعتبر (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$ و $u_0=1$

1) أ.برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n<\alpha$.

ب.استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x فإن: $f(x)+x\ge 0$.

ب.برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\ge 0$ ، هل المتتالية متقاربة؟ برر إجابتك.

انتهى الموضوع الثاني