الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **الحالة الأولى لتقايس مثلثين** **الكفاءات المستهدفة** : أن يتعرف التلميذ على الحالة الأولى لتقايس مثلثين و أن يتمكن من توظيفها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 01 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

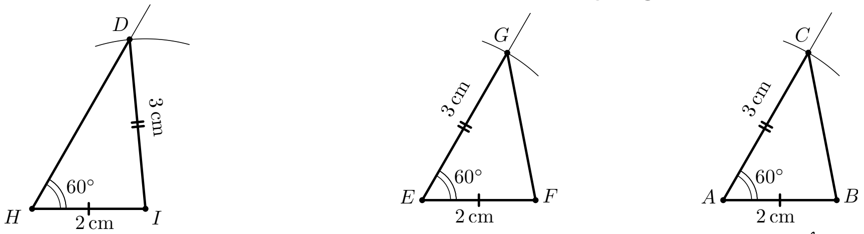
<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>التهيئة</td><td>

تذكير :

- **المتباينة المثلثية** : في مثلث، مجموع طولَيْ أيِّ ضلعين يكون دائما أكبر من طول الضلع الثالث.
- المثلثان المتقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق.

</td><td></td></tr>
<tr><td>العرض</td><td>

نشاط 2 صفحة 136 : (الجزء الأول)



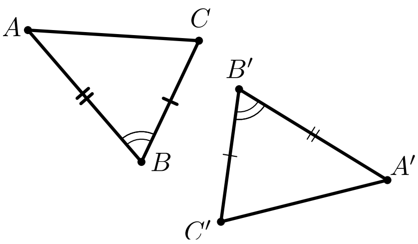
(ا) نلاحظ أنّ المثلثين ABC و EFG متقايسان (قابلان للتطابق) .

(ب) نلاحظ أنّ المثلث DHI لا يُقايس المثلث ABC (ليسا قابلين للتطابق) .

في الحالة (ا)، ضلعان من المثلث EFG يقايسان ضلعين من المثلث ABC و الزاوية المحصورة بين هذه الضلعين في المثلث EFG تقايس الزاوية المحصورة بين الضلعين المماثلين في المثلث ABC .

لكن في الحالة (ب)، الزاوية $\widehat{H}$ في المثلث DHI و التي تقايس الزاوية $\widehat{A}$ في المثلث ABC ليست محصورة بين الضلعين الذين يقايسان ضلعين في المثلث ABC .

> حتى يتقايس مثلثان، يكفي أن يتقايس ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما في الآخر.

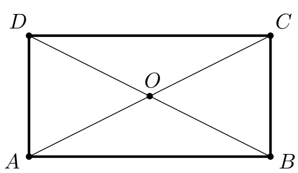


مثال : لدينا : $\begin{bmatrix} BA = B'A' \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ BC = B'C' \end{bmatrix}$ إذن $\begin{bmatrix} \text{المثلثان} \\ ABC \text{ و } A'B'C' \\ \text{متقايسان} \end{bmatrix}$.

ملاحظة : نتحدّث عن تقايس مثلثين و ليس تساويهما و بالتالي لا نكتب $\cancel{ABC = A'B'C'}$.

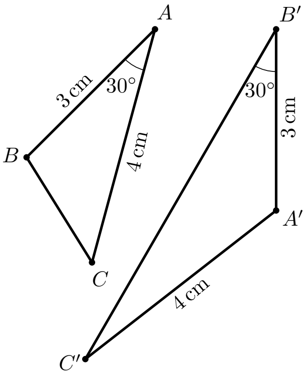
</td><td></td></tr>
<tr><td>إعادة الاستثمار</td><td>

تطبيق 1 : تمرين 1 صفحة 148



المثلثات المتقايسة :
AOB و COD متقايسان.
AOD و COB متقايسان.
ABC ، ABD ، ACD و BCD متقايسة كلها.

تطبيق 2 : تمرين 2 صفحة 148



المثلثان ABC و $A'B'C'$ ليسا متقايسين : لدينا ضلعان من المثلث ABC يقايسان ضلعين من المثلث $A'B'C'$ و الزاوية المحصورة بينهما في المثلث ABC تقايس زاوية غير تلك المحصورة بين الضلعين في المثلث ABC .

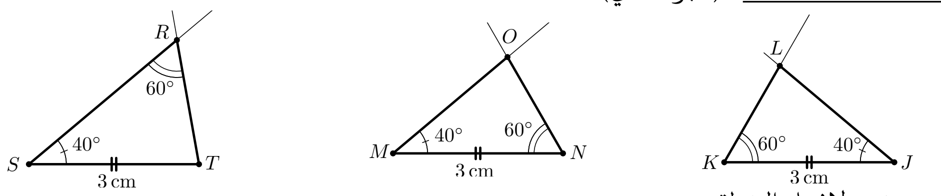
(لو كانا متقايسين لكان لدينا : $AB = A'B'$ ، $AC = A'C'$ ، $\widehat{A} = \widehat{A'}$ ، ... إلخ . لكن $\widehat{A}$ زاوية حادة و $\widehat{A'}$ زاوية منفرجة ...).

</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>الميدان : أنشطة هندسية
الوحدة التعليمية : المثلثات
الموضوع : الحالة الثانية لتقايس مثلثين
الكفاءات المستهدفة : أن يتعرف التلميذ على الحالة الثانية لتقايس مثلثين و أن يتمكن من توظيفها في براهين بسيطة</td>
<td>رقم المذكرة : 02
المستوى : الثالث متوسط (3 م)
المدة الزمنية : 1 ساعة
الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<th>مراحل الدرس</th>
<th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th>
<th>ملاحظات</th>
</tr>
<tr>
<td>التهيئة</td>
<td>تذكير بالحالة الأولى لتقايس مثلثين.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>العرض</td>
<td>

<u>نشاط 2 صفحة 136</u> : (الجزء الثاني)



<u>ملاحظة</u> : لإنشاء النقطة R يمكن :

① أن نبدأ بالزاوية $\hat{S} = 40°$ ثم الزاوية $\hat{T} = 80°$ و النقطة R هي نقطة تقاطع ضلعيهما،

② أن ننشئ الزاوية $\hat{S}$ و نعين نقطة R' على الضلع الذي لا يشمل النقطة T ثم نرسم الزاوية $\hat{R'} = 60°$ (نحو النقطة T) و بعدها نرسم المستقيم الذي يشمل T و يوازي ضلع الزاوية $\hat{R'}$ الذي لا يشمل S فيقطع (SR') في النقطة R .

(ج) نلاحظ أنّ المثلثين LKJ و MNO متقايسان (قابلان للتطابق) .

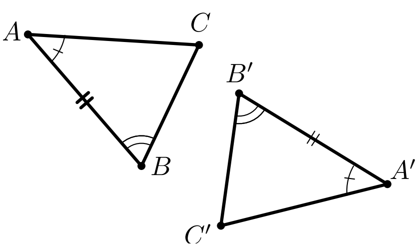
(د) نلاحظ أنّ المثلث RST لا يُقايس المثلث LKJ (ليسا قابلين للتطابق) .

في الحالة (ج)، زاويتان من المثلث MNO تقايسان زاويتين من المثلث LKJ و الضلع المحصور بين هاتين الزاويتين في المثلث MNO يقايس الضلع المحصور بين الزاويتين المماثلتين في المثلث LKJ .

لكن في الحالة (د)، الضلع ST في المثلث RST و الذي يقايس الضلع KJ في المثلث LKJ ليس محصورا بين الزاويتين اللتين تقايسان زاويتين في المثلث LKJ .

حتى يتقايس مثلثان، يكفي أن تتقايس زاويتان و الضلع المحصور بينهما في أحدهما مع زاويتين و الضلع المحصور بينهما في الآخر.

<u>مثال</u> : لدينا : $\left[\begin{array}{c}\hat{A} = \hat{A'}\\ AB = A'B'\\ \hat{B} = \hat{B'}\end{array}\right]$ إذن [المثلثان ABC و $A'B'C'$ متقايسان] .



</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>إعادة الاستثمار</td>
<td>

<u>تطبيق</u> : ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A . $[Ax)$ ، منصّف الزاوية $\hat{A}$ ، يقطع $[BC]$ في M .

برهن بطريقتين أنّ المثلثين ABM و ACM متقايسان.

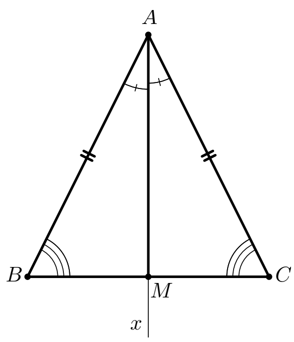
<u>الحل</u> :

<u>الطريقة الأولى</u> : (زاويتان و الضلع المحصور بينهما)

لدينا : $\left[\begin{array}{c}\widehat{BAM} = \widehat{CAM}\\ AB = AC\\ \hat{B} = \hat{C}\end{array}\right]$ إذن [المثلثان ABM و ACM متقايسان] .

<u>الطريقة الثانية</u> : (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما)

لدينا : $\left[\begin{array}{c}[AM] \text{ ضلع مشترك}\\ \widehat{BAM} = \widehat{CAM}\\ AB = AC\end{array}\right]$ إذن [المثلثان ABM و ACM متقايسان] .



</td>
<td></td>
</tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **الحالة الثالثة لتقايس مثلثين** **الكفاءات المستهدفة** : أن يتعرف التلميذ على الحالة الثالثة لتقايس مثلثين و أن يتمكن من توظيفها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 03 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>التهيئة</td><td>

تذكير بالحالتين الأولى و الثانية لتقايس مثلثين.

</td><td></td></tr>
<tr><td>العرض</td><td>

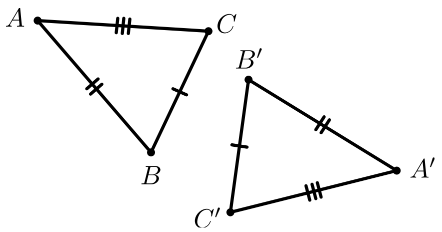
<u>**نشاط 2 صفحة 136**</u> : (الجزء الثالث صفحة 137)

نلاحظ أنّ المثلثين PUZ و WXY متقايسان (قابلان للتطابق) حيث يقايس كل ضلع من المثلث PUZ ضلعاً من المثلث WXY . من تقايسهما، نستنتج تقايس العناصر المتماثلة الآتية :

$WX = PU$ ؛ $WY = PZ$ ؛ $XY = UZ$ ؛ $\widehat{W} = \widehat{P}$ ؛ $\widehat{X} = \widehat{U}$ ؛ $\widehat{Y} = \widehat{Z}$.

حتى يتقايس مثلثان، يكفي أن يُقايس كل ضلع من أحدهما ضلعاً من الآخر.

<u>**مثال**</u> : لدينا : $\begin{bmatrix} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{bmatrix}$ إذن $\begin{bmatrix} \text{المثلثان} \\ ABC \text{ و } A'B'C' \\ \text{متقايسان} \end{bmatrix}$.



الخلاصة

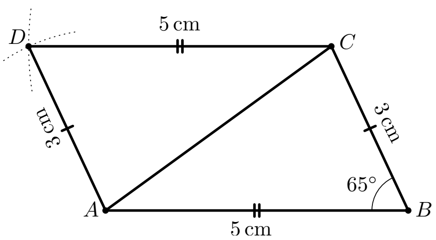
حتى يتقايس مثلثان، يكفي :
- أن يتقايس ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما في الآخر.
- أو أن تتقايس زاويتان و الضلع المحصور بينهما في أحدهما مع زاويتين و الضلع المحصور بينهما في الآخر.
- أو أن يُقايس كل ضلع من أحدهما ضلعاً من الآخر.

<u>**انتبه**</u> : لا يكفي أن تُقايس كل زاوية من مثلث ما زاويةً من مثلث آخر حتى يتقايس المثلثان !

☜ أنظر النشاط 3 صفحة 137 .

</td><td></td></tr>
<tr><td>إعادة الاستثمار</td><td>

<u>**تطبيق**</u> : تمرين 5 صفحة 148



<u>مراحل الإنشاء</u> :
- نرسم الضلع $[AB]$
- ثم الزاوية $\widehat{B}$
- بعدها الضلعين BC و AC
- و في الأخير، الضلعين AD و CD (بالمدور) .

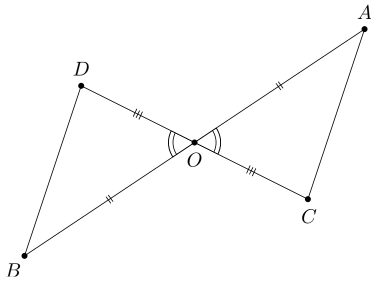
لدينا : $\begin{bmatrix} AB = CD \\ [AC] \text{ ضلع مشترك} \\ BC = AD \end{bmatrix}$ إذن $\begin{bmatrix} \text{المثلثان} \\ ABC \text{ و } ACD \\ \text{متقايسان} \end{bmatrix}$.

<u>**ملاحظة**</u> : في الرباعي $ABCD$ كل ضلعين متقابلين متقايسان و بالتالي فهو متوازي أضلاع.

</td><td></td></tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **حالات تقايس مثلثين – تطبيقات** **الكفاءات المستهدفة** : تمكين التلميذ من توظيف القواعد المتعلقة بتقايس مثلثين في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 04 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>العرض</td><td>



تمرين 1 :

$[AB]$ و $[CD]$ قطعتان لهما نفس المنتصف O . بيّن أنّ :

① القطعتين $[AC]$ و $[BD]$ متقايستان.

② $\widehat{A} = \widehat{B}$.

الحل : بما أنّ :

- $OA = OB$ (O منتصف $[AB]$) ،
- $OC = OD$ (O منتصف $[CD]$) ،
- $\widehat{AMC} = \widehat{BMD}$ (بالتقابل بالرأس) .

فإنّ المثلثين AMC و BMD متقايسان ؛ و ينتج أنّ عناصرهما المتماثلة متقايسة و منه :

① $AC = BD$ ،

② $\widehat{A} = \widehat{B}$.

تمرين 2 :

$\widehat{XOY}$ زاوية حادة و $(OZ]$ منصفها.

A و B نقطتان من الضلعين $(OX]$ و $(OY]$ على الترتيب بحيث $OA = OB$.

خارج الزاوية $\widehat{XOY}$ ، أنشئ الزاويتين $\widehat{MAO}$ و $\widehat{OBL}$ بحيث $\widehat{MAO} = \widehat{OBL}$ ، و عيّن النقطتين E و F بحيث $F \in [AM]$ ، $E \in [BL]$ و $AF = BE$.

① قارن بين المثلثين FAO و OBE .

② بيّن أنّ $\widehat{BOE} = \widehat{AOF}$.

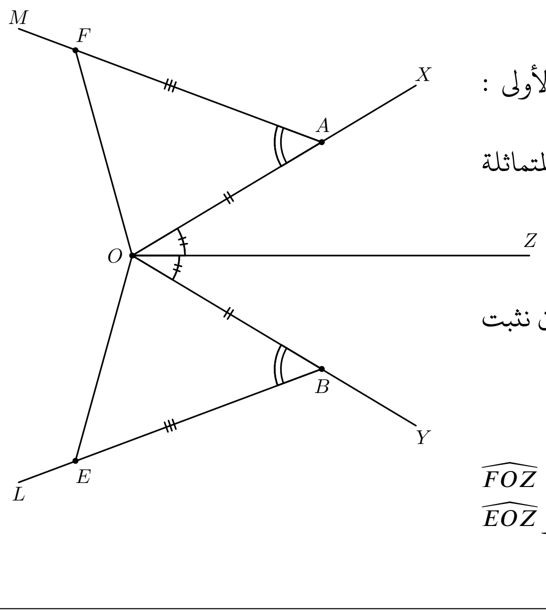
③ بيّن أنّ $(OZ]$ منصّف الزاوية $\widehat{FOE}$.

الحل :

① لدينا :

- $AF = BE$ ،
- $OA = OB$ ،
- $\widehat{FAO} = \widehat{EBO}$.

إذن المثلثان FAO و OBE متقايسان (الحالة الأولى : ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما) .



② من تقايس المثلثين FAO و OBE نستنتج العناصر المتماثلة الآتية : $FO = EO$ ، $\widehat{OFA} = \widehat{OEB}$

و $\boxed{\widehat{AOF} = \widehat{BOE}}$.

③ لكي نبيّن أنّ $(OZ]$ منصّف الزاوية $\widehat{FOE}$ يكفي أن نثبت أنّ $\widehat{FOB} = \widehat{EOB}$. لكن :

- $\widehat{AOZ} = \widehat{BOZ}$ ،
- $\widehat{FOA} = \widehat{EOB}$

منه $\widehat{FOA} + \widehat{AOZ} = \widehat{EOB} + \widehat{BOZ}$ أي $\widehat{FOZ} = \widehat{EOZ}$

و هذا يعني تماما أنّ الزاويتين المتجاورتين $\widehat{FOZ}$ و $\widehat{EOZ}$ متقايستان منه $(OZ]$ منصّف الزاوية $\widehat{FOE}$.

</td><td></td></tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **حالتا تقايس مثلثين قائمين** **الكفاءات المستهدفة** : التعرف على حالتيْ تقايس مثلثين قائمين و توظيفها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 05 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي،الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالحالات الثلاثة لتقايس مثلثين	
العرض	**نشاط 4 صفحة 137** : في كل حالة، المثلثان متقايسان (قابلان للتطابق) [يمكن استعمال الورق الشفاف]. في الحالة (أ)، وتر المثلث الأول يقايس وتر المثلث الثاني و أحد الضلعين القائمين فيه يقايس ضلعا قائما في الآخر. في الحالة (ب)،وتر المثلث الأول يقايس وتر المثلث الثاني و إحدى الزوايا الحادة فيه تقايس زاوية حادة في الآخر. • حتى يتقايس مثلثان قائمان، يكفي أن يتقايس وتراهما و يتقايس ضلع قائم في أحدهما مع ضلع قائم في الآخر. • حتى يتقايس مثلثان قائمان، يكفي أن يتقايس وتراهما و تتقايس زاوية حادة في أحدهما مع زاوية حادة في الآخر. **ملاحظة** : تُستخدم حالات تقايس مثلثين : • لإثبات تقايس مثلثين دون اللجوء إلى تطبيق أجدهما على الآخر (التطابق). • لإثبات تقايس قطعتين أو زاويتين و ذلك بالبحث عن مثلثين متقايسين تكون فيهما القطعتان أو الزاويتان متماثلتين.	
إعادة الاستثمار	**تطبيق** : تمرين 7 صفحة 148 ① نقل الشكل. ② المثلث ABC متساوي السافين لأنّ $AB = AC$. ③ المستقيم (AO) عمودي على $[MN]$ في منتصفها إذن هو محور هذه القطعة. و بما أنّ النقطة O تنتمي إلى المحور (AO) فإنّها تبعد بنفس المسافة عن طرفيْ القطعة $[MN]$ أي $OM = ON$. المثلثان MIO و ION القائمان في I متقايسان لأنّ : • $OM = ON$ (الوتران متقايسان). • $IM = IN$ (ضلعان قائمان). ④ المستقيم (AO) يمثّل محور تناظر للشكل. ⑤ لتكن $\mathscr{A}$ مساحة الشكل. لدينا : $\mathscr{A} = 7,5\text{cm}^2$. $\mathscr{A} = \frac{2,5\times 2}{2} + \frac{5\times 2}{2} = 2,5 + 5 = 7,5$	

<table>
<tr>
<td>

الميدان : أنشطة هندسية
الوحدة التعليمية : المثلثات
الموضوع : **مستقيم المنتصفين في مثلث**
الكفاءات المستهدفة : التعرف على خواص مستقيم المنتصفين في مثلث و توظيفها في براهين بسيطة

</td>
<td>

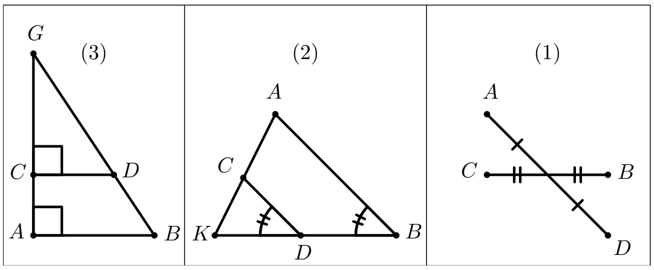
رقم المذكرة : 06
المستوى : الثالث متوسط (3 م)
المدة الزمنية : 1 ساعة
الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي،الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<th>مراحل الدرس</th>
<th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th>
<th>ملاحظات</th>
</tr>
<tr>
<td>التهيئة</td>
<td>

تذكير ببعض حالات التوازي : برر في كل حالة توازي المستقيمين (AB) و (CD) .

(1) قطران متناصفان
⟵ متوازي أضلاع.
(2) $\widehat{B}$ و $\widehat{D}$ زاويتان متماثلتان و متقايستان.
(3) المستقيمان العموديان على نفس المستقيم متوازيان.



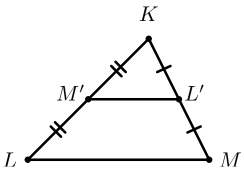
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>العرض</td>
<td>

نشاط 1 صفحة 123 :

① الشكل.

② المستقيمان $(M'L')$ و (ML) يبدوان متوازيين.

③ نلاحظ أنّ $ML = 4\text{cm}$ و $M'L' = 2\text{cm}$ أي $M'L' = \frac{1}{2}ML$.



تعريف : **مستقيم المنتصفين** في مثلث هو مستقيم يشمل منتصفَيْ ضلعين في هذا المثلث.

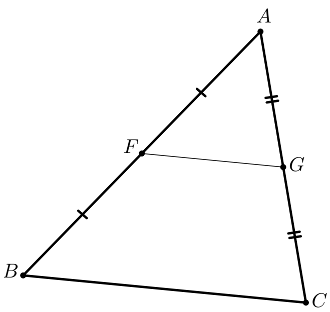
نظرية : في مثلث، المستقيم الذي يشمل منتصفَيْ ضلعين **يوازي الضلع الثالث** و طول القطعة الواصلة بين هذين المنتصفين يساوي **نصف** طول الضلع الثالث.

مثال :
في المثلث ABC لدينا :

- F منتصف $[AB]$
- و G منتصف $[AC]$.

فحسب نظرية مستقيم المنتصفين، نستنتج أنّ :

- (FG) يوازي (BC)
- و $FG = \frac{1}{2}BC$.



ملاحظة : هذه النظرية تسمح لنا بإثبات أنّ مستقيمين متوازيان و أن نحسب طول قطعة.

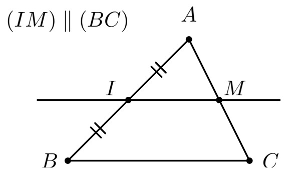
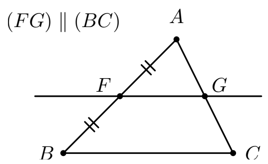
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>إعادة الاستثمار</td>
<td>

تطبيق : تمارين 1 ، 2 ، 3 و 4 صفحة 130 .

واجب منزلي : نشاط 2 صفحة 123 .

</td>
<td></td>
</tr>
</table>

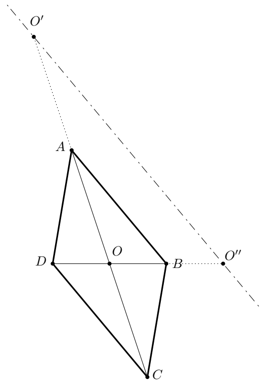
الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **مستقيم المنتصفين : النظرية العكسية** **الكفاءات المستهدفة** : التعرف على النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين في مثلث و توظيفها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 07 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي،الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بنظرية مستقيم المنتصفين (تمرين 3 صفحة 130).	
العرض	**نشاط :** ① أنشئ مثلثا ABC و لتكن I منتصف $[AB]$. ارسم المستقيم الذي يشمل I و يوازي الضلع $[BC]$. هذا المستقيم يقطع $[AC]$ في النقطة M . قِس الطولين MA و MC . ماذا تلاحظ ؟ ② **البرهان** : سنبرهن فيما يلي صحة ما لاحظناه في السؤال السابق : لتكن J منتصف $[AC]$. (ا) اشرح لماذا $(IJ) \parallel (BC)$. (ب) استنتج أنّ $M = J$. (ج) ماذا تستخلص ؟ **الحل :** ① نلاحظ أنّ $MA = MC$. ② (ا) بما أنّ I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فإنّ (IJ) مستقيم المنتصفين في المثلث ABC و بالتالي $(IJ) \parallel (BC)$. (ب) من جهة (IM) يشمل I و يوازي (BC) و من جهة أخرى (IJ) يشمل I و يوازي (BC) . لكن يوجد مستقيم وحيد يشمل نقطة معلومة و يوازي مستقيما معلوما إذن فالمستقيمان (IJ) و (IM) متطابقان و بالتالي $J = M$. (ج) نستخلص أنّ المستقيم (IM) الذي يشمل I منتصف الضلع $[AB]$ في المثلث ABC و يوازي الضلع $[BC]$ فإنه يشمل منتصف الضلع الثالث $[AC]$.  **نظرية** : إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد اضلاع مثلث و يوازي ضلعا ثانيا فإنه يشمل منتصف الضلع الثالث. **مثال :** في المثلث ABC لدينا : • F منتصف $[AB]$ • و (FG) يوازي (BC) . فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين، نستنتج أنّ G منتصف $[AC]$. 	
إعادة الاستثمار	**تطبيق** : تمرين 9 صفحة 130 . **واجب منزلي** : تمرين 6 صفحة 130 .	

<table>
<tr><td>**الميدان :** أنشطة هندسية
الوحدة التعليمية : المثلثات
الموضوع : استعمال خواص مستقيم المنتصفين في برهان
الكفاءات المستهدفة : تدريب التلميذ على تطبيق نظرية مستقيم المنتصفين في براهين بسيطة</td><td>**رقم المذكرة :** 08
المستوى : الثالث متوسط (3 م)
المدة الزمنية : 1 ساعة
الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>التهيئة</td><td>تذكير بنظرية مستقيم المنتصفين و النظرية العكسية.</td><td></td></tr>
<tr><td>العرض</td><td>

<u>نشاط 1 صفحة 126</u> :



بما أنّ $ABCD$ متوازي أضلاع فإنّ : $(AB) \parallel (CD)$ . . . . (1) .

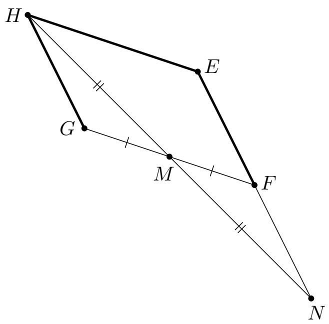
من جهة أخرى، في المثلث $OO'O''$ لدينا A منتصف $[OO']$ و B منتصف $[OO'']$ و بالتالي (نظرية مستقيم المنتصفين) :

$$\begin{bmatrix} (AB) \parallel (O'O'') \\ AB = \frac{1}{2}O'O'' \end{bmatrix}$$ . . . . (2) .

من (1) و (2) نستنتج أنّ :

$\boxed{(DC) \parallel (O'O'')}$.

<u>نشاط 2 صفحة 126</u> :



بما أنّ $EFGH$ متوازي أضلاع فإنّ : $(FG) \parallel (EH)$ و بما أنّ $M \in [FG]$ فإنّ $(EH) \parallel (MF)$.

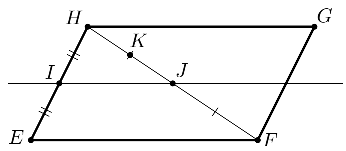
من جهة أخرى، في المثلث NEH ، النقطة M منتصف القطعة $[NH]$ و $(EH) \parallel (MF)$ و بالتالي (النظرية العكسية) : F منتصف $[EN]$.

الخلاصة

لإثبات أنّ مستقيمين متوازيان أو أنّ نقطة هي منتصف قطعة، يمكن استعمال خواص مستقيم المنتصفين (المستقيم الذي يشمل منتصفَيْ ضلعين في مثلث) .

</td><td></td></tr>
<tr><td>إعادة الاستثمار</td><td>

<u>تطبيق</u> : تمرين 12 صفحة 131



① الشكل.

② في المثلث EFH لدينا : I منتصف $[EH]$ و J منتصف $[FH]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين يكون $(IJ) \parallel (EF)$ و $IJ = \frac{1}{2}EF$.

لكن $(GH) \parallel (EF)$ (ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع) و بالتالي $(GH) \parallel (IJ)$.

في المثلث FGH لدينا : (IJ) يشمل J ، منتصف $[FH]$ ، و يوازي (GH) فحسب النظرية العكسية فإنّ (IJ) يشمل منتصف $[FG]$.

③ بما أنّ J منتصف $[HF]$ فإنّ $HJ = \frac{1}{2}HF$. و بما أنّ K منتصف $[HJ]$ فإنّ $HK = \frac{1}{2}HJ$ و بالتالي :

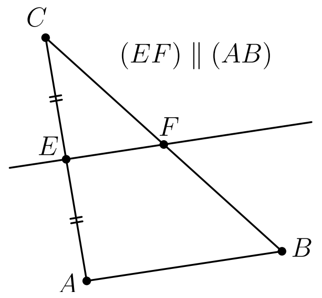
$$HK = \frac{1}{2}HJ = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}HF\right) = \frac{1}{4}HF$$

</td><td></td></tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية :** المثلثات **الموضوع : مستقيم المنتصفين : تطبيقات** **الكفاءات المستهدفة :** تدريب التلميذ على تطبيق نظرية مستقيم المنتصفين في براهين بسيطة	**رقم المذكرة :** 09 **المستوى :** الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية :** 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة :** الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>التهيئة</td><td>تذكير بنظرية مستقيم المنتصفين و النظرية العكسية.</td><td></td></tr>
<tr><td>العرض</td><td>

تمرين 5 صفحة 130 :



في المثلث ABC لدينا :

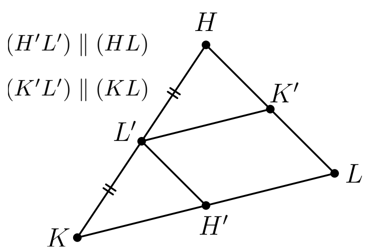
- E منتصف $[AC]$
- و $(EF) \parallel (AB)$

فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين، نستنتج أنّ (EF) يقطع $[CB]$ في المنتصف أي F هي منتصف $[CB]$.

تمرين 6 صفحة 130 :

في المثلث HKL لدينا :

- L' منتصف $[HK]$ و $(H'L') \parallel (HL)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين، نستنتج أنّ $(H'L')$ يقطع $[KL]$ في المنتصف أي $\boxed{H' \text{ هي منتصف } [KL]}$.
- L' منتصف $[HK]$ و $(K'L') \parallel (HL)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين، نستنتج أنّ $(K'L')$ يقطع $[HL]$ في المنتصف أي $\boxed{K' \text{ هي منتصف } [HL]}$.

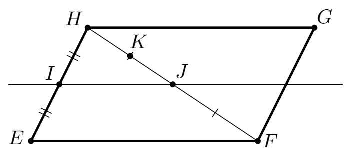


في المثلث HKL لدينا :

- H' منتصف الضلع $[KL]$
- و K' منتصف $[HL]$

فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(HK) \parallel (H'K')$.

تمرين 12 صفحة 131



① الشكل.

② في المثلث EFH لدينا : I منتصف $[EH]$ و J منتصف $[FH]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين يكون $(EF) \parallel (IJ)$ و $IJ = \frac{1}{2}EF$.

لكن $(GH) \parallel (EF)$ (ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع) و بالتالي $(GH) \parallel (IJ)$.

في المثلث FGH لدينا : (IJ) يشمل J ، منتصف $[FH]$ ، و يوازي (GH) فحسب النظرية العكسية فإنّ (IJ) يشمل منتصف $[FG]$.

③ بما أنّ J منتصف $[HF]$ فإنّ $HJ = \frac{1}{2}HF$. و بما أنّ K منتصف $[HJ]$ فإنّ $HK = \frac{1}{2}HJ$ و بالتالي :

$$HK = \frac{1}{2}HJ = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}HF\right) = \frac{1}{4}HF$$

</td><td></td></tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية
الوحدة التعليمية : المثلثات
الموضوع : **المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين**
الكفاءات المستهدفة : معرفة تناسبية الأطوال في المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين

رقم المذكرة : 10
المستوى : الثالث متوسط (3 م)
المدة الزمنية : 1 ساعة
الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

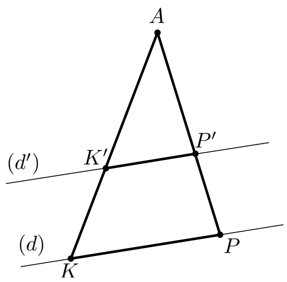
مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات

التهيئة

تذكير بنظرية مستقيم المنتصفين و النظرية العكسية.

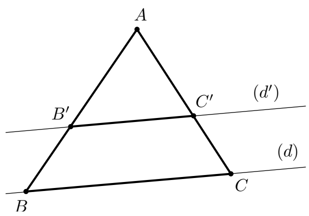
العرض

نشاط 2 صفحة 124 :



① الشكل .
② لدينا :
$K'P' = 1,5\text{cm}$ ، $AK' = 2,4\text{cm}$ ، $AP' = 2,1\text{cm}$.
$KP = 2,5\text{cm}$ ، $AK = 4\text{cm}$ ، $AP = 3,5\text{cm}$.
③ لدينا :
$\frac{AK'}{AK} = \frac{2,4\text{cm}}{4\text{cm}} = 0,6$ ، $\frac{AP'}{AP} = \frac{2,1\text{cm}}{3,5\text{cm}} = 0,6$ ،
$\frac{P'K'}{PK} = \frac{1,5\text{cm}}{2,5\text{cm}} = 0,6$.

نلاحظ أنّ : $\frac{AP'}{AP} = \frac{AK'}{AK} = \frac{P'K'}{PK}$.



نظرية : في مثلث ABC ، إذا كانت B' نقطة من الضلع $[AB]$ و كانت C' نقطة من الضلع $[AC]$ بحيث $(BC) \parallel (B'C')$ فإنّ :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

بتعبير آخر، الجدول

أطوال أضلاع المثلث $AB'C'$	AB'	AC'	$B'C'$
أطوال أضلاع المثلث ABC	AB	AC	BC

يمثل **جدول تناسبية**.

ملاحظة : تُعرف هذه النظرية باسم **خاصية طاليس** .

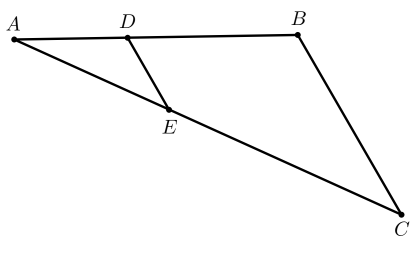
مثال : تمرين 17 صفحة 131
المستقيمان (ST) و (IJ) متوازيان و بالتالي : $\frac{RI}{RS} = \frac{RJ}{RT} = \frac{IJ}{ST}$.

ملاحظة : نظرية مستقيم المنتصفين هي حالة خاصة من هذه النظرية لأنه إذا كان ABC مثلثا، I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فإنّ :

- $AI = \frac{1}{2}AB$ منه $\frac{AI}{AB} = \frac{1}{2}$.
- بالمثل $AJ = \frac{1}{2}AC$ منه $\frac{AJ}{AC} = \frac{1}{2}$.
- نظرية مستقيم المنتصفين تسمح لنا أن نكتب $(IJ) \parallel (BC)$ و $IJ = \frac{1}{2}AC$ منه $\frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$.

و بالتالي : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$.

إعادة الاستثمار



تطبيق : تمرين 16 صفحة 131
بما أنّ $(ED) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
أي $\frac{2}{5} = \frac{3}{AC} = \frac{DE}{BC}$ منه $AC = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5$
و بالتالي $EC = AC - AE = 7,5 - 3 = 4,5$.

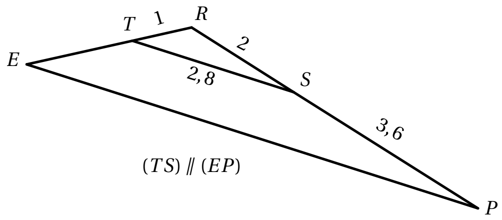
واجب منزلي : تمرين 18 صفحة 131

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية :** خاصية طاليس في المثلث **الموضوع : استعمال خواص المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين** **الكفاءات المستهدفة :** استعمال تناسبية الأطوال في المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين لحساب طول قطعة	**رقم المذكرة :** 11 **المستوى :** الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية :** 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة :** الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بخاصية طاليس	
العرض	(انظر أدناه)	

العرض

<u>**نشاط 1 صفحة 126**</u> :



① الشكل .

② في المثلث REP لدينا : $\begin{bmatrix} T \in [ER] \\ S \in [EP] \\ (TS) \parallel (EP) \end{bmatrix}$ فحسب خاصية طاليس نستنتج أنّ $\dfrac{RT}{RE} = \dfrac{RS}{RP} = \dfrac{TS}{EP}$.

لكن $RP = RS + SP = 2 + 3,6 = 5,6$ منه $\dfrac{1}{RE} = \dfrac{2}{5,6} = \dfrac{2,8}{EP}$

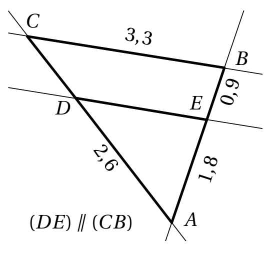
أي $\dfrac{2}{5,6} = \dfrac{1}{RE}$ و $\dfrac{2,8}{EP} = \dfrac{2}{5,6}$ و بالتالي :

$RE = \dfrac{5,6 \times 1}{2} = 2,8$ و $EP = \dfrac{5,6 \times 2,8}{2} = 7,84$

لكن $TE = RE - RT = 2,8 - 1 = 1,8$.

في الأخير $\boxed{EP = 7,84\text{cm}}$ و $\boxed{TE = 1,8\text{cm}}$.

<u>**نشاط 2 صفحة 126**</u> :



① في المثلث ABC لدينا : $\begin{bmatrix} E \in [AB] \\ D \in [AC] \\ (DE) \parallel (CB) \end{bmatrix}$ فحسب خاصية طاليس نستنتج أنّ $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{ED}{BC}$.

لكن $AB = AE + EB = 1,8 + 0,9 = 2,7$

منه $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{1,8}{2,7} = \dfrac{2 \times \cancel{0,9}}{3 \times \cancel{0,9}} = \dfrac{2}{3}$

و بالتالي : $\boxed{AD = \dfrac{2}{3}AC}$.

② لدينا إذن $AC = AD \div \dfrac{2}{3} = AD \times \dfrac{3}{2} = \dfrac{2,6 \times 3}{2} = 3,9$ أي $\boxed{AC = 3,9\text{cm}}$

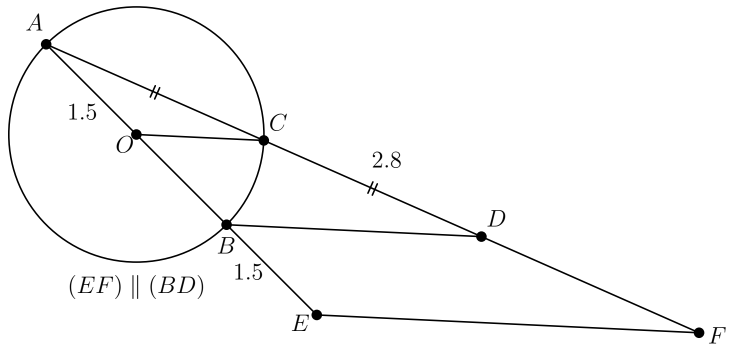
و من جهة أخرى : $\dfrac{ED}{BC} = \dfrac{AE}{AB}$ أي $\dfrac{ED}{3,3} = \dfrac{1,8}{2,7}$ منه $ED = \dfrac{3,3 \times 1,8}{2,7} = 2,2$

أي $\boxed{DE = 2,2\text{cm}}$.

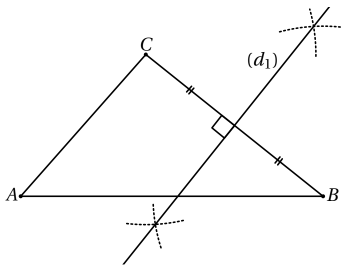
<u>**ملاحظة**</u> : كان بإمكاننا حساب ED باستعمال المساواة $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{ED}{BC}$ لكن يُستحسن دوماً استعمال معطيات التمرين كلما أمكن ذلك، هكذا حتى و لو أخطأنا في حساب AC فإنّ هذا الخطأ لا ينتقل إلى الحسابات الأخرى.

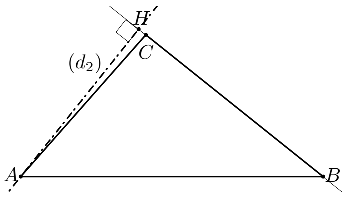
> لحساب طول قطعة، يمكن استعمال النظرية المتعلقة بالمثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين.

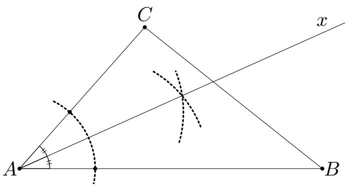
رقم المذكرة : 12 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)	**الميدان** : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **خاصية طاليس : تطبيقات** **الكفاءات المستهدفة** : استعمال تناسبية الأطوال في المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين لحساب طول قطعة

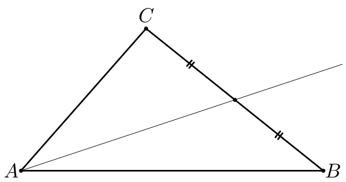
ملاحظات	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	مراحل الدرس
	تذكير بخاصية طاليس	التهيئة
كتطبيق لهذا التمرين، يمكن عرض طريقة تقسيم قطعة مستقيم إلى ثلاثة (أو عدة) أجزاء متقايسة بدون استعمال مسطرة مدرّجة.	**تمرين 21 صفحة 132 :** في المثلث KLN لدينا : $\begin{bmatrix} I \in [NL] \\ J \in [NK] \\ (IJ) \parallel (KL) \end{bmatrix}$ فحسب خاصية طاليس نستنتج أنّ $\frac{NI}{NL} = \frac{NJ}{NK} = \frac{IJ}{LK}$ أي $\frac{IJ}{KL} = \frac{3,3}{NK} = \frac{2,4}{4}$ إذن $0,6 = \frac{2,4}{4} = \frac{IJ}{KL}$. **تمرين 30 صفحة 133 :**  ① الشكل . ② في المثلث ABD لدينا : O منتصف $[AB]$ و C منتصف $[AD]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(OC) \parallel (BD)$ و $OC = \frac{1}{2}BD$ ؛ منه $BD = 2OC = 2 \times 1,5\text{cm} = 3cm$. ③ في المثلث AEF لدينا : $\begin{bmatrix} B \in [AE] \\ D \in [AF] \\ (BD) \parallel (EF) \end{bmatrix}$ فحسب خاصية طاليس نستنتج أنّ $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{BD}{EF}$ أي $\frac{3}{4,5} = \frac{5,6}{AF} = \frac{3}{EF}$. من المساواة $\frac{3}{4,5} = \frac{5,6}{AF}$ نستنتج أنّ $8,4 = \frac{5,6 \times 4,5}{3} = AF$ أي $AF = 8,4\text{cm}$ منه $DF = AF - AD = 8,4\text{cm} - 5,6\text{cm} = 2,8\text{cm}$. و من المساواة $\frac{3}{4,5} = \frac{3}{EF}$ نستنتج أنّ $4,5 = \frac{3 \times 4,5}{3} = EF$ أي $EF = 4,5\text{cm}$.	العرض

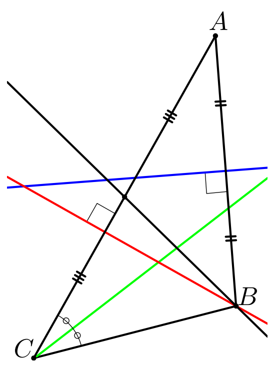
<table>
<tr>
<td>
الميدان : أنشطة هندسية
الوحدة التعليمية : المثلثات
الموضوع : المستقيمات الخاصة في المثلث
الكفاءات المستهدفة : التعرف على المستقيمات الخاصة في المثلث و خواصها و استعمالها في براهين بسيطة
</td>
<td>
رقم المذكرة : 13
المستوى : الثالث متوسط (3 م)
المدة الزمنية : 1 ساعة
الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<th>مراحل الدرس</th>
<th>الأنشطة المرافقة لكل مرحلة</th>
<th>ملاحظات</th>
</tr>
<tr>
<td>التهيئة</td>
<td>
<u>تهيئة 4 صفحة 135</u> :
• الرأس A يقابله الضلع $[BC]$ • الزاوية $\widehat{C}$ يقابلها الضلع $[AB]$
• الضلع $[AC]$ يقابله الرأس B • الضلع $[BC]$ تقابله الزاوية $\widehat{A}$.
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>العرض</td>
<td>
<u>نشاط 1 صفحة 138</u> : $AB = 8\text{cm}$ ، $BC = 6\text{cm}$ ، $CA = 5\text{cm}$.
(1) المستقيم (d_1) هو محور الضلع $[BC]$ يعني أنّ :
(d_1) <u>عمودي</u> على $[BC]$ في <u>منتصفه</u>.


(2) المستقيم (d_2) هو حامل الارتفاع $[AH]$ المتعلق بالضلع $[BC]$
يعني أنّ : (d_2) يشمل الرأس <u>A</u> و <u>يعامد</u> الضلع المقابل <u>[BC]</u> .


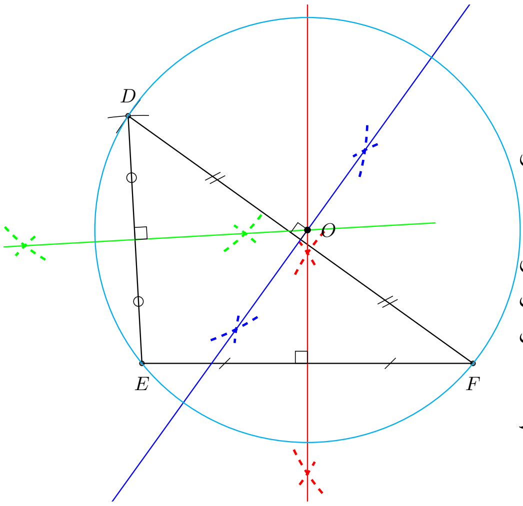
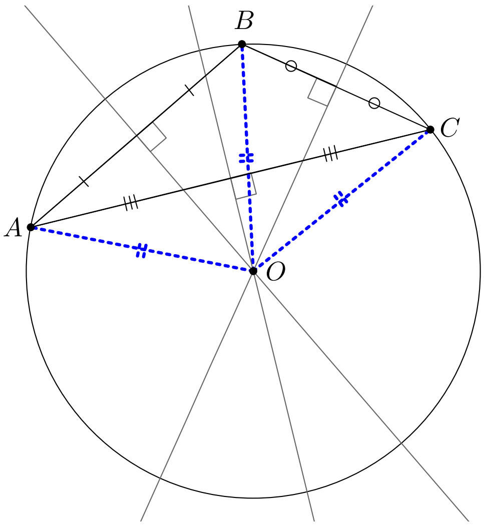
(3) نصف المستقيم $[Ax)$ منصّف للزاوية $\widehat{A}$ يعني أنّ : $[Ax)$ يشمل الرأس <u>A</u> و <u>يقسم</u> الزاوية $\widehat{A}$ إلى <u>زاويتين متقايستين</u>


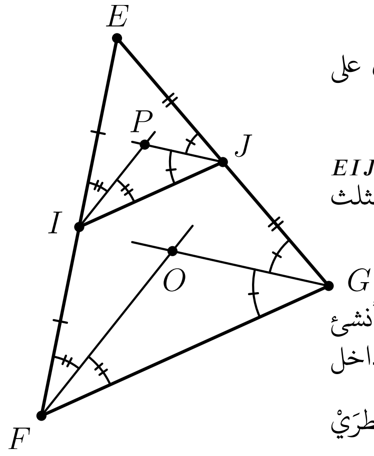
(4) المستقيم (d_3) هو حامل المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ يعني أنّ : (d_3) يشمل <u>الرأس A</u> و <u>منتصف</u> الضلع المقابل $[BC]$.


الحوصلة
محور ضلع في المثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه.
الارتفاع المتعلق بضلع في المثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع و يشمل الرأس المقابل.
المتوسط في المثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.
منصف زاوية في المثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس الزاوية و يقسمها إلى زاويتين متجاورتين و متقايستين.
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>إعادة الاستثمار</td>
<td>
<u>تطبيق</u> : ارسم مثلثا ABC ثمّ أنشئ :
• بالأزرق، محور الضلع $[AB]$.
• بالأسود، المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$.
• بالأحمر، الارتفاع المتعلق بالضلع $[AC]$.
• بالأخضر، منصف الزاوية $\widehat{C}$


</td>
<td></td>
</tr>
</table>

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **خاصية محاور مثلث** **الكفاءات المستهدفة** : أن يدرك التلميذ أن محاور أضلاع مثلث تتلاقى في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث و أن يتمكن من إنشاء الدائرة المحيطة بمثلث	**رقم المذكرة** : 14 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تصحيح التطبيق السابق	
العرض	<u>**نشاط 1 صفحة 142**</u> : $DE = 4,5\text{cm}$ ، $EF = 6\text{cm}$ ، $FD = 7,7\text{cm}$.  ① O نقطة من محور $[DE]$ منه $OD = OE$ ⋯ (1). O نقطة من محور $[EF]$ منه $OE = OF$ ⋯ (2). من (1) و (2) نستنتج أنّ $OD = OF$ و هذا يعني أنّ النقطة O تنتمي إلى محور الضلع $[DF]$. ② لدينا إذن $OD = OE = OF$ و هذا يعني أنّ النقطة O متساوية المسافة عن رؤوس المثلث DEF و بالتالي فهي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث DEF . ③ « نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لمثلث هي مركز الدائرة **المحيطة** بهذا المثلث ». للمثلث ثلاثة محاور تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز الدائرة المحيطة به. <u>**ملاحظات**</u> : • لتعيين مركز الدائرة المحيطة بمثلث، يكفي إنشاء محورين فقط من محاوره. • إذا كان لمثلث زاوية منفرجة فإن مركز الدائرة المحيطة به تقع خارج هذا المثلث.	
إعادة الاستثمار	<u>**تطبيق**</u> : تمرين 17 صفحة 150.  بما أنّ A ، B ، C نقاط من الدائرة فإنّ : $OA = OB = OC = 3\text{cm}$. $OA = OB$ يعني أنّ O تنتمي إلى محور $[AB]$. $OA = OC$ يعني أنّ O تنتمي إلى محور $[AC]$. $OB = OC$ يعني أنّ O تنتمي إلى محور $[BC]$. نستنتج أنّ O هي نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث ABC . <u>**واجب منزلي**</u> : تمارين 9 و 14 صفحة 149 .	

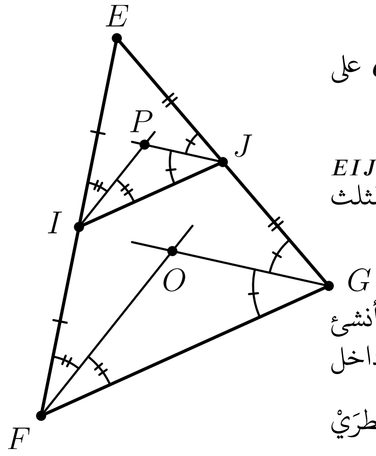


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

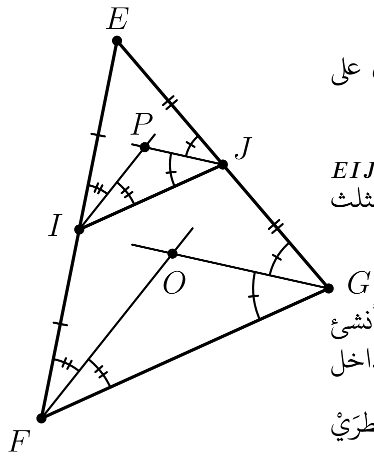
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

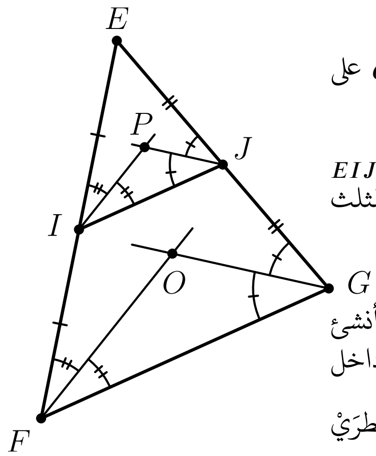
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

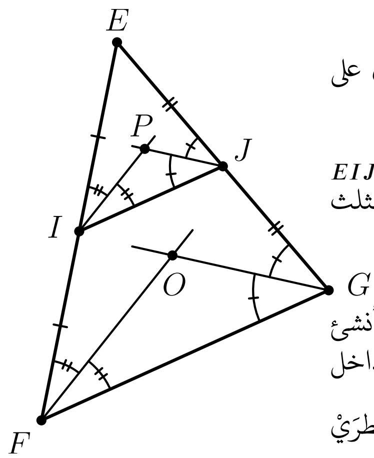
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

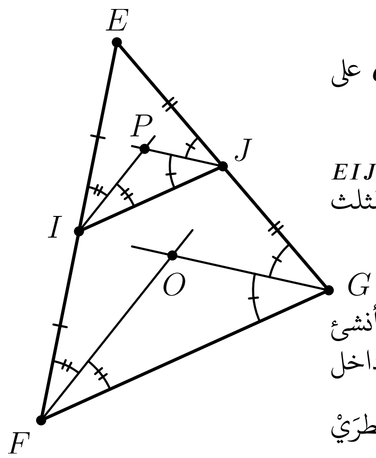
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

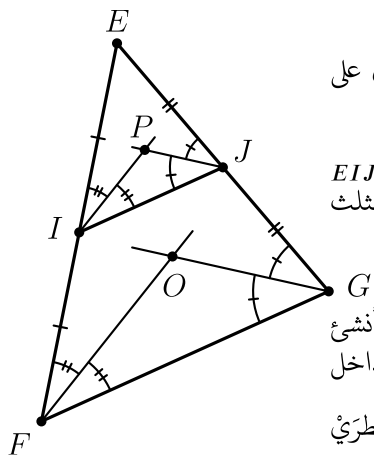
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

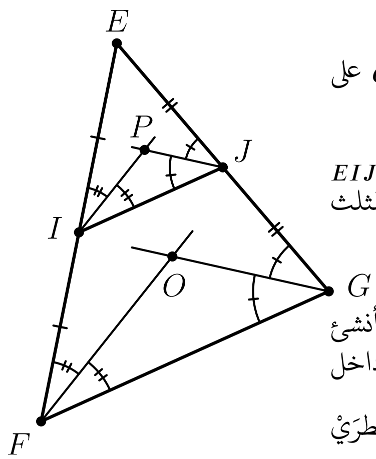
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟


تطبيق :

① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟

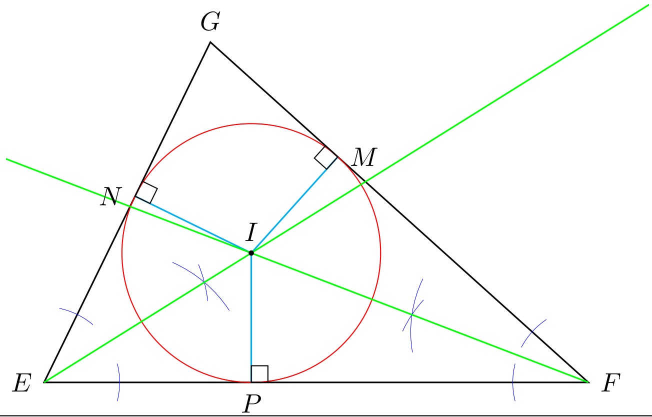

تطبيق :

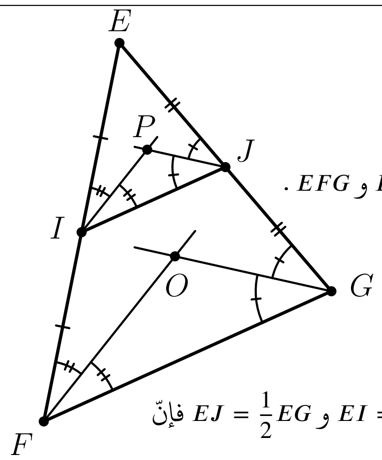
① بيّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة.

② بيّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG .

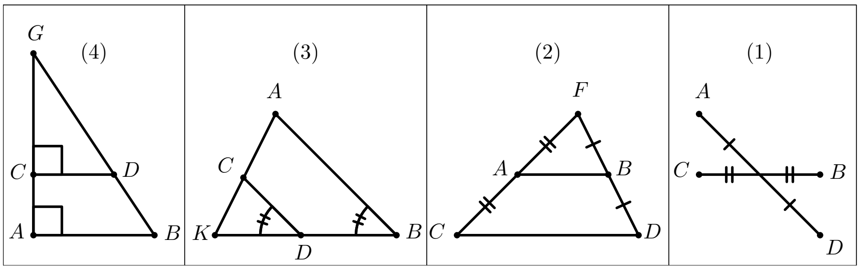
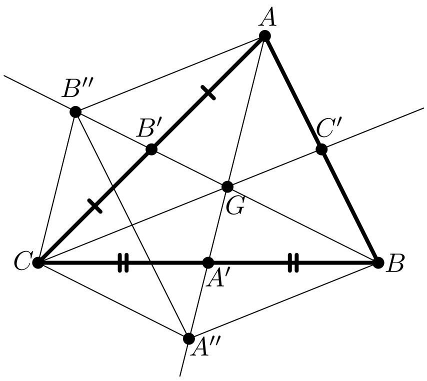
③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG .
ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟

رقم المذكرة : 15 المستوى : الثالث متوسط (3 م) المدة الزمنية : 1 ساعة الوسائل التعليمية المستخدمة : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية	الميدان : أنشطة هندسية الوحدة التعليمية : المثلثات الموضوع : خاصية المنصفات في المثلث الكفاءات المستهدفة : أن يدرك التلميذ أن منصفات زوايا مثلث تتلاقى في نقطة هي مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث و أن يتمكن من رسم هذه الدائرة

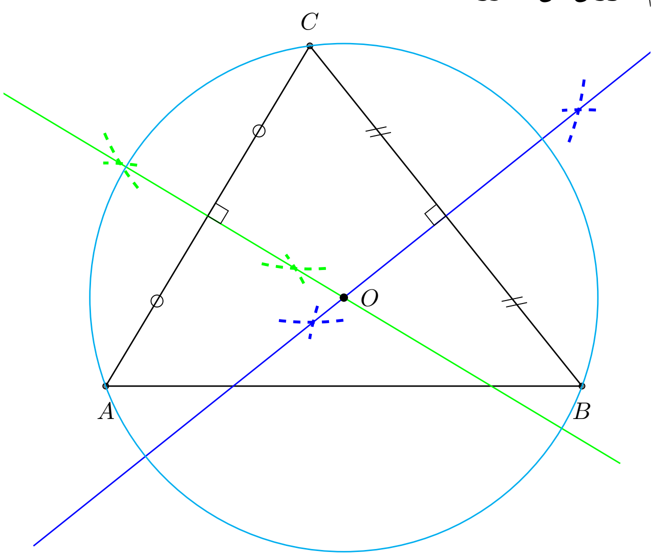
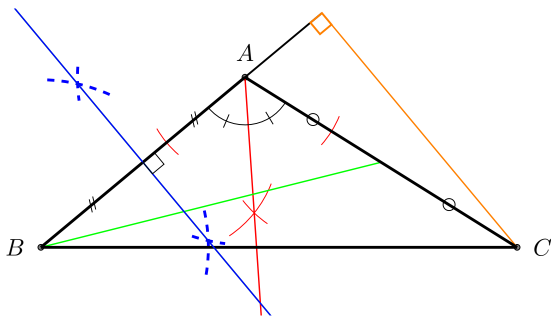
ملاحظات	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	مراحل الدرس
	تذكير بالخاصية المميزة لمنصف زاوية : منصف زاوية هو مجموعة النقط المتساوية المسافة عن ضلعي هذه الزاوية.	التهيئة
	نشاط 4 صفحة 142 ① I نقطة من منصف $\widehat{FEG}$ منه $IP = IN$ ⋯ (1). I نقطة من منصف $\widehat{EFG}$ منه $IP = IM$ ⋯ (2). من (1) و (2) نستنتج أنّ $IM = IN$ و هذا يعني أنّ النقطة I تنتمي إلى منصف الزاوية $\widehat{EGF}$. ② انظر الشكل. ③ بما أنّ $IM = IN = IP$ فإنّ النقط M ، N ، P تنتمي إلى دائرة مركزها I و نصف قطرها IP أي الدائرة $(\mathscr{C})$. نلاحظ أنّ الدائرة $(\mathscr{C})$ التي مركزها I و نصف قطرها IP تمس داخليا أضلاع المثلث ABC أي هي الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث. « نقطة تلاقي المنصفات الثلاثة لزوايا مثلث هي **مركز** الدائرة المرسومة **داخل** هذا المثلث » .  منصفات زوايا مثلث تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث. **ملاحظة** : لتعيين مركز الدائرة المرسومة داخل مثلث، يكفي إنشاء منصفين فقط من منصفاته الثلاثة.	العرض
	تطبيق : ① بيِّن أنّ النقط E ، P ، O على استقامة واحدة. ② بيِّن أنّ محيط المثلث EIJ يساوي نصف محيط المثلث EFG . ③ أعد رسم الشكل و أنشئ الدائرتين المرسومتين داخل المثلثين EIJ و EFG . ما هي العلاقة بين نصفَيْ قطرَيْ هاتين الدائرتين ؟ **الأجوبة :** ① P هي نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث EIJ إذن P تنتمي إلى منصف $\widehat{IEJ}$. بالمثل، O تنتمي إلى منصِّف $\widehat{FEG}$. ② حسب نظرية مستقيم المنتصفين، $IJ = \frac{1}{2}FG$ و بما أنّ $EI = \frac{1}{2}EF$ و $EJ = \frac{1}{2}EG$ فإنّ محيط EIJ هو نصف محيط EFG . ③ نلاحظ أنّ نصف قطر الدائرة المرسومة داخل المثلث EFG هو ضعف نصف قطر الدائرة المرسومة داخل المثلث EIJ .	إعادة الاستثمار



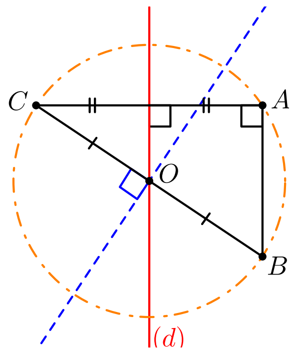
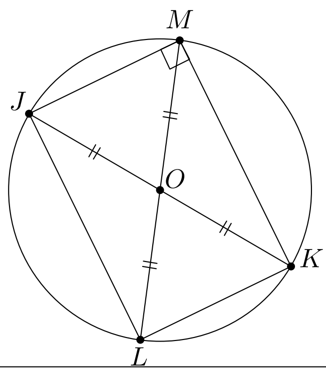
الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية :** المثلثات **الموضوع :** **خاصيتا المتوسطات في المثلث** **الكفاءات المستهدفة :** أن يتعرف التلميذ على خواص المتوسطات في مثلث و مركز ثقل مثلث و كيفية إنشائه	**رقم المذكرة :** 16 **المستوى :** الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية :** 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة :** الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	**تذكير ببعض حالات التوازي :** برر في كل حالة توازي المستقيمين (AB) و (CD) . 	
العرض	**نشاط 6 صفحة 143**  ① انظر الشكل. ② انظر الشكل. ③ $AB''CG$ متوازي أضلاع لأنّ قطريه متناصفان ($AB' = B'C$ و $GB' = B'B''$ بالتناظر) . $GCA''B$ متوازي أضلاع لأنّ قطريه متناصفان ($BA' = A'C$ و $GA' = A'A''$ بالتناظر) . نستنتج إذن أنّ : $AB'' = CG$ ، $(AB'') \parallel (CG)$ و $CG = A''B$ ، $(CG) \parallel (A''B)$ منه $AB'' = A''B$ و $(AB'') \parallel (A''B)$ و هذا يعني أنّ الرباعي $AB''A''B$ متوازي أضلاع مركزه النقطة G ، نقطة تقاطع قطريه. ④ بما أنّ (BA'') يوازي (CG) و $C' \in (CG)$ فإنّ $(GC') \parallel (BA'')$. في المثلث ABA'' لدينا : (GC') يشمل منتصف $[AA'']$ و يوازي $(A''B)$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين C' هي منتصف $[AB]$ و بالتالي (GC') هو مستقيم المنتصفين في المثلث ABA'' . ⑤ بما أنّ (CC') يشمل الرأس C و منتصف الضلع المقابل $[AB]$ فهو حامل المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$ و هو يشمل النقطة G . لدينا : $AG = GA''$ و $GA' = \frac{1}{2}GA''$ منه $GA' = \frac{1}{2}AG$. من جهة أخرى : $AA' = AG + GA' = AG + \frac{1}{2}AG = \frac{3}{2}AG$ منه $AG = \frac{2}{3}AA'$. بالمثل : $BG = \frac{2}{3}BB'$ و $CG = \frac{2}{3}CC'$ (لا ننسى أنّ $GC' = \frac{1}{2}A''B$ و $A''B = CG$) . المتوسطات الثلاثة في مثلث ABC تتقاطع في نقطة واحدة G تُسمّى مركز ثقل المثلث و تحقق : $AG = \frac{2}{3}AA'$ ، $BG = \frac{2}{3}BB'$ و $CG = \frac{2}{3}CC4$. **ملاحظة :** لتعيين مركز ثقل مثلث، يكفي إنشاء متوسطين فقط من متوسطاته.	
إعادة الاستثمار	**تطبيق :** تمرين 11 صفحة 149.	

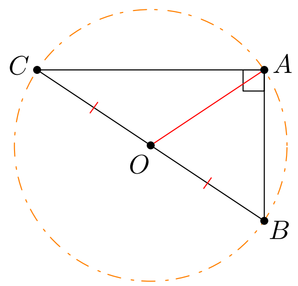
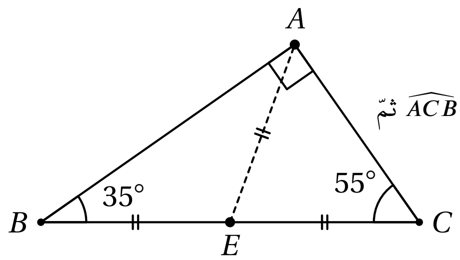
الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلثات **الموضوع** : **تطبيقات** **الكفاءات المستهدفة** : توظيف خواص المستقيمات الخاصة في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 18 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالمستقيمات الخاصة و خواصها.	
العرض	**تمرين 23 صفحة 151** : نمثّل القرى الثلاثة بالنقط A ، B ، C و نمثل محطة القطار بالنقطة O . حتى تبعد محطة القطار بنفس المسافة عن القرى الثلاثة، يجب أن يكون $OA = OB = OC$ و هذا يعني أنّ النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . لإنشائها، يكفي رسم محورين من محاور المثلث ABC .  **تمرين** : ① أرسم مثلثا ABC زاويته $\hat{A}$ منفرجة. ② أنشئ محور الضلع $[AB]$. ③ أنشئ منصّف الزاوية $\hat{A}$. ④ أنشئ المتوسّط المتعلق بالضلع $[AC]$. ⑤ أنشئ الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$.  	
إعادة الاستثمار	**واجب منزلي** : تمرين 22 صفحة 151.	

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلث القائم **الموضوع** : **المثلث القائم و الدائرة (النظرية و النظرية العكسية)** **الكفاءات المستهدفة** : أن يتعرف التلميذ على خاصية الدائرة المحيطة بمثلث قائم و أن يستعملها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 19 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية (مسطرة، كوس، منقلة، مدور)

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بمستقيم المنتصفين (النظرية و النظرية العكسية) ، خاصية محاور مثلث و خواص المستطيل.	
العرض	**نشاط 1 صفحة 153** : ① المستقيمان (d) و (AB) متوازيان لأنهما يعامدان نفس المستقيم. في المثلث ABC ، المستقيم (d) يشمل منتصف الضلع $[AC]$ و يوازي الضلع $[AB]$ فحسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين فهو يشمل منتصف الضلع الثالث $[BC]$ إذن (d) يقطع الوتر $[BC]$ في منتصفه O . محور الضلع $[BC]$ يشمل O لأنّ O منتصف $[BC]$. ② مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو نقطة تقاطع محورين من محاوره الثلاثة إذن هو النقطة O . الوتر $[BC]$ هو قطر لهذه الدائرة. ③ إذا كان مثلث قائما فإنّ **وتر** هذا المثلث هو **قطر** للدائرة المحيطة به.  **نشاط 2 صفحة 153** : قطرا الرباعي $MKLJ$ متناصفان و متقايسان لأنهما قطرا دائرة و بالتالي فالرباعي $MKLJ$ مستطيل. و هذا يعني أنّ المثلث JMK قائم في M . إذا كان قطر دائرة ضلعا لمثلث مرسوم في هذه الدائرة فإنّ هذا المثلث **قائم** و **وتره** هو ذلك القطر. 	
إعادة الاستثمار	**تطبيق 1** : تمرين 3 صفحة 165. ① المثلث DEF قائم لأنّ $\widehat{F} = 180^\circ - (55^\circ + 35^\circ) = 90^\circ$. ② مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو النقطة O ، منتصف وتره و نصف قطرها هو $DO = \frac{DE}{2} = 2\text{cm}$. **تطبيق 2** : تمرين 6 صفحة 165. ① (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث AMB و $[AB]$ قطر لها إذن فالمثلث AMB قائم في M . ② الرباعي $AMBN$ مستطيل لأنّ قطريه متناصفان و متقايسان.	

الميدان : أنشطة هندسية **الوحدة التعليمية** : المثلث القائم **الموضوع** : **المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم** **الكفاءات المستهدفة** : أن يتعرف التلميذ على خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم و أن يستعملها في براهين بسيطة	**رقم المذكرة** : 20 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الأدوات الهندسية

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تصحيح التطبيق السابق.	
العرض	**نشاط 3 صفحة 154 :** ① O منتصف $[BC]$ لأنّ $[AO]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$. ② إذا كان المثلث ABC قائما في A فإنّ وتره $[BC]$ قطر للدائرة المحيطة بهذا المثلث و مركزها هو النقطة O، منتصف الوتر $[BC]$.  ③ « بما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ **وتره $[BC]$** هو **قطر** للدائرة المحيطة به، إذن النقطة O منتصف $[BC]$ هي مركز هذه الدائرة. يكون إذن : $OA = OB = OC$ و منه $OA = \frac{BC}{2}$ ». **الخاصية :** في المثلث القائم، طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول هذا الوتر. **الخاصية العكسية :** إذا كان في مثلث، طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع فإنّ هذا المثلث قائم.	
إعادة الاستثمار	 **تطبيق 1 :** ارسم مثلثا ABC بحيث $BC = 5cm$ ، $\widehat{ABC} = 35°$ و $\widehat{ACB} = 55°$ ثمّ عيّن النقطة E ، منتصف الضلع $[BC]$. احسب الطول AE . **الحل :** المثلث ABC قائم في A لأنّ $\widehat{BAC} = 180° - (35° + 55°) = 90°$. و بما أنّ E منتصف الوتر $[BC]$ فإنّ $[AE]$ هو المتوسط المتعلق بالوتر $[BC]$ و بالتالي $AE = \frac{BC}{2}$ أي $BC = 2,5cm$. **تطبيق 2 :** تمرين 5 صفحة 165 ① لدينا : $OA = OB = OC$ أي $OB = \frac{1}{2}AC$ و بالتالي فالمثلث ABC قائم و وتره هو الضلع $[AC]$ (أي قائم في B). ② بما أنّ $OB = OD$ فإنّ النقطة D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها OB أي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. ③ الرباعي $ABCD$ مستطيل لأنّ (مثلا) قطريه متناصفان و متقايسان.	