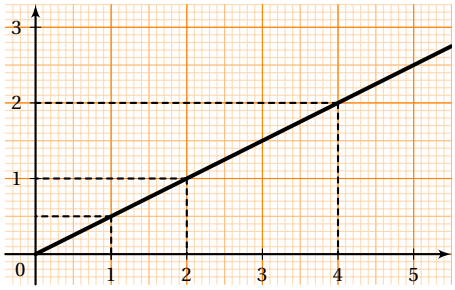
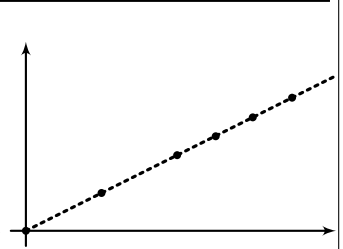
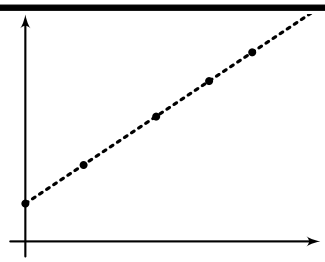
الميدان : تنظيم المعطيات **الوحدة التعليمية** : التناسبية **الموضوع** : **التناسبية و التمثيل البياني** **الكفاءات المستهدفة** : التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني	**رقم المذكرة** : 01 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي

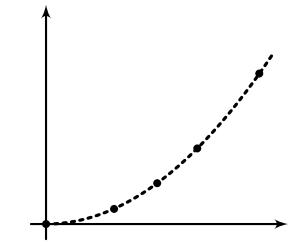
مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	**تذكير** : التناسبية. يكون مقداران **متناسبين** إذا أمكن حساب أحدهما بضرب الآخر في نفس العدد (غير المعدوم). هذا العدد يُسمّى **معامل التناسبية**. عندما يكون مقداران متناسبين، نقول إنّ أحدهما يُعطى بدلالة الآخر. في جدول تناسبية، ننتقل من السطر الأول إلى السطر الثاني بضرب الأعداد في معامل التناسبية. في جدول تناسبية، يمكن جمع عمودين مع بعضهما للحصول على عمود ثالث، كما يمكن ضرب عمود في نفس العدد غير المعدوم.	
العرض	**نشاط 1 صفحة 93** : 1• المنحنى 1 يمثل الجدول 2 ؛ المنحنى 2 يمثل الجدول 1 ؛ المنحنى 3 يمثل الجدول 3 . 2• الجدول الثاني (المنحنى الأول) يمثل جدول تناسبية. نلاحظ أنّ كل النقط على استقامة واحدة و التمثيل البياني يشمل المبدأ. إذا مثّلنا نقطاً فواصلها متناسبة مع تراتيبها، فإنّ هذه النقط على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم. **مثال** : الجدول التالي جدول تناسبية. التمثيل البياني لهذه الوضعية هو : إذا كانت نقط و مبدأ المعلم على استقامة واحدة، في تمثيل بياني، فإنّ فواصل و تراتيب هذه النقط متناسبة.	
إعادة الاستثمار	**تطبيق** : تمرين 1 صفحة 103 • التمثيل البياني الأول لا يمثل وضعية تناسبية لأنّ النقط ليست على استقامة واحدة. • التمثيل البياني الثاني يمثل وضعية تناسبية لأنّ النقط على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم. • التمثيل البياني الثالث لا يمثل وضعية تناسبية لأنّ النقط ليست على استقامة واحدة.	

0	1	2	4
0	0,5	1	2




وضعية تناسبية لأنّ النقط على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم.


ليست وضعية تناسبية لأنّ النقط على استقامة واحدة لكن ليس مع مبدأ المعلم.


ليست وضعية تناسبية لأنّ النقط ليست على استقامة واحدة.

© 2014-2015

الميدان : تنظيم المعطيات **الوحدة التعليمية** : التناسبية **الموضوع** : **الحركة المنتظمة** **الكفاءات المستهدفة** : التعرف على الحركة المنتظمة، السرعة المتوسطة، المساواة $d = v \times t$	**رقم المذكرة** : 02 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالدرس السابق.	
العرض	**نشاط** : **تمهيد** : إذا قطعت سيارة مسافة 340 km في 5 ساعات، فما هي المسافة التي قطعتها في ساعة و احدة ؟ إنّ سرعة السيارة ليست ثابتة و بالتالي لا يمكن تحديد المسافة المقطوعة في كل ساعة إلاّ بمعرفة سرعة كل مرحلة، لكن يمكن القول أنّ السيارة تقطع حوالي $\frac{340}{5}$ km أي 68 km في ساعة واحدة. في هذه الحالة نقول أنّ **السرعة المتوسطة** للسيارة هي 68 km/h أو $68\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ **(1)** أكمل الجدول التالي (الذي يمثل جدول تناسبية) : | **مدة السير (بـ h)** | 5 | 1 | 3,5 | | | | **المسافة المقطوعة (بـ km)** | 340 | | | 272 | 306 | **(2)** ماذا يمثل معامل التناسبية في هذه الحالة ؟ استنتج قانونا لحساب السرعة المتوسطة. **الحل** : **(1)** الجدول يمثل وضعية تناسبية. نقول أنّ هذه السيارة في **حركة منتظمة**. | **مدة السير (بـ h)** | 5 | 1 | 3,5 | **4** | **4,5** | | **المسافة المقطوعة (بـ km)** | 340 | **68** | **238** | 272 | 306 | **(2)** معامل التناسبية هو حاصل قسمة المسافة المقطوعة (d) على الزمن (t) المستغرق لقطعها أي هو السرعة المتوسطة (v) للسيارة. لدينا إذن : $\boxed{v = \frac{d}{t}}$ منه $\boxed{d = v \times t}$ و $\boxed{t = \frac{d}{v}}$. نقول عن حركة أنها **منتظمة** إذا كانت المسافات المتساوية مقطوعة في مُدد متساوية (أي المسافة متناسبة مع الزمن). **تُعطى السرعة المتوسطة** لمتحرك في حركة منتظمة بالمساواة : $\boxed{v = \frac{d}{t}}$. **مثال** : يقطع جمل مسافة 5 km في نصف ساعة. سرعته المتوسطة هي $v = \frac{5\,\text{km}}{0,5\,\text{h}} = 10\,\text{km/}h$. **ملاحظة** : • تُقدر السرعة بـ km/h أو m/s . • لدينا : $\boxed{d = v \times t}$ و $\boxed{t = \frac{d}{v}}$.	
إعادة الاستثمار	**تطبيق** : تمرين 12 صفحة 105 $v = \frac{d}{t} = \frac{10\,\text{m}}{1\,\text{s}} = \frac{\frac{10}{1000}\,\text{km}}{\frac{1}{3600}\,\text{h}} = \frac{1}{100}\,\text{km} \times \frac{3600}{1\,\text{h}} = 36\,\text{km/h}$	

الميدان : تنظيم المعطيات **الوحدة التعليمية** : التناسبية **الموضوع** : **الحركة المنتظمة ؛ تطبيقات** **الكفاءات المستهدفة** : تطبيق المساواة $d = v \times t$ لحساب السرعة، المسافة أو الزمن	**رقم المذكرة** : 03 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالدرس السابق.	
العرض	**نشاط 1 صفحة 93 :** **(1)** الفارق الزمني يرجع إلى اختلاف سرعة الدرّاجين حيث أنّ مهدي كان أسرع من سمير. **(2)** لتكن v_1 سرعة سمير و v_2 سرعة مهدي. لدينا : $v_1 = \frac{d}{t_1} = \frac{15\,\text{km}}{60\,\text{min}} = 0,25\,\text{km/min}$ ؛ $v_2 = \frac{d}{t_2} = \frac{15\,\text{km}}{45\,\text{min}} \approx 0,33\,\text{km/min}$ **نشاط 2 صفحة 94 :** **(1)** السرعة المتوسطة التي سار بها بلال في اليوم الأول هي v_1 حيث : $v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{240\,\text{km}}{3\,\text{h}} = 80\,\text{km/h}$ **(2)** المسافة التي قطعها في اليوم الثاني هي d_2 حيث : $d_2 = v_2 \times t_2 = v_1 \times t_2 = 80\,\text{km/h} \times 2,5\,\text{h} = 200\,\text{km}$ **تمرين 13 صفحة 105 :** إنّ المسافة المقطوعة متناسبة مع المدة، إذن يمكن كتابة جدول التناسبية الآتي : و يكون $x = \frac{60 \times 12}{45} = 16$. إذن المسافة التي يقطعها الدرّاج في ساعة واحدة هي 16 km . **طريقة أخرى** : لدينا $v = \frac{d}{t} = \frac{12\,\text{km}}{45\,\text{min}} = \frac{12\,\text{km}}{\frac{45}{60}\,\text{h}} = \frac{12 \times 60}{45}\,\text{km/h} = 16\,\text{km/h}$ إذن المسافة التي يقطعها الدرّاج في ساعة واحدة هي 16 km . **تمرين 14 صفحة 105 :** بما أنّ سرعة المتسابق ثابتة فإنّ المسافة المقطوعة متناسبة مع المدة. معامل التناسبية هو $\frac{10}{10}$ أي 1 و بالتالي :	

المسافة المقطوعة (m)	10	1	30	60	$\frac{1}{10}$
المدة (s)	10	1	30	60	$\frac{1}{10}$

فرڤوس عبدالحق	**1/1**	**© 2014–2015**

الميدان : تنظيم المعطيات **الوحدة التعليمية** : التناسبية **الموضوع** : **مقادير حاصل القسمة** **الكفاءات المستهدفة** : تحويل وحدات قياس السرعة.	**رقم المذكرة** : 04 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الآلة الحاسبة

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالسرعة المتوسطة.	
العرض	**نشاط 1 صفحة 97** : **(1)** (ا) لدينا : $45\,\text{min} = \frac{45}{60}\,\text{h} = 0,75\,\text{h}$ (أو $0,75\,\text{h} = 0,75 \times 60\,\text{min} = 45\,\text{min}$) إذن $0,75\,\text{h} = 45\,\text{min}$ (المقداران متساويان). (ب) لدينا : $1,2\,\text{h} = 1\,\text{h} + 0,2\,\text{h} = 1\,\text{h}\,(0,2 \times 60)\,\text{min} = 1\,\text{h}\,12\,\text{min}$ و بالتالي $1,2\,\text{h} > 1\,\text{h}\,2\,\text{min}$. **(2)** لدينا : $2,25\,\text{h} = 2\,\text{h} + 0,25\,\text{h} = 2\,\text{h}\,(0,25 \times 60)\,\text{min} = 2\,\text{h}\,15\,\text{min}$. **نشاط 2 صفحة 97** : **(1)** لدينا : $33\,\text{min} = (33 \times 60)\,\text{s} = 1980\,\text{s}$ ، إذن حجم الماء الذي يصبّ في الصهريج بعد 33 دقيقة هو $\frac{1980\,\text{s} \times 10\,\text{L}}{45\,\text{s}} = 440\,\text{L}$. **(2)** لدينا : $1000\,\text{L} - 440\,\text{L} = 560\,\text{L}$ ، إذن الوقت الذي يجب إضافته لملء هذا الصهريج هو $\frac{560\,\text{L} \times 33\,\text{min}}{440\,\text{L}} = 42\,\text{min}$. المقادير التي تدل على وحدات القياس متناسبة فيما بينها. يعود الانتقال من وحدة إلى أخرى إلى حساب الرابع المتناسب لهذه المقادير. **مثال** : لتحويل $27\,\text{m}^3$ إلى L نستعمل جدول التناسبية الآتي : | 27 | 1 | m^3 | | x | 1000 | L | لدينا : $x = 27 \times 1000$ ، إذن $27\,\text{m}^2 = 27000\,\text{L}$. المقادير التي تدل على وحدات قياس الزمن في النظام الستيني متناسبة مع المقادير التي تدل على وحدات قياس الزمن في النظام العشري. للانتقال من km/h إلى m/s : • نحوّل المسافة إلى المتر (m) و الزمن إلى الثانية (s) . • نحسب حاصل القسمة $\frac{\text{المسافة}(m)}{\text{الزمن}(s)}$. **مثال** : إذا كانت سرعة متحرك هي 1 km/h فإنّ هذه السرعة تساوي : $\frac{1\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{1}{3,6}\,\text{m/s} \approx 0,278\,\text{m/s}$ **ملاحظة** : للتحويل من m/s إلى km/h نضرب في 3,6 و للتحويل من km/h إلى m/s نقسم على 3,6 .	
إعادة الاستثمار	**تطبيق 1** : تسير سيارة بسرعة 20 m/s . عبّر عن سرعتها بِـ km/h . **الحل** : $20\,\text{m/s} = (20 \times 3,6)\,\text{km/h} = 72\,\text{km/h}$ **تطبيق 2** : سرعة الصوت هي حوالي 1224 km/h . عبّر عن هذه السرعة بِـ m/s . **الحل** : $1224\,\text{km/h} = \frac{1224}{3,6}\,\text{m/s} = 340\,\text{m/s}$	

© 2014-2015

الميدان : تنظيم المعطيات **الوحدة التعليمية** : التناسبية **الموضوع** : **التناسبية و النسب المئوية** **الكفاءات المستهدفة** : توظيف التناسبية لحساب نسب مئوية.	**رقم المذكرة** : 05 **المستوى** : الثالث متوسط (3 م) **المدة الزمنية** : 1 ساعة **الوسائل التعليمية المستخدمة** : الكتاب المدرسي، الآلة الحاسبة

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	ملاحظات
التهيئة	تذكير بالنسبة المئوية : 10% من 255 يساوي **25, 5** ؛ 20% من 9, 25 يساوي **1, 85** ؛ 25% من 110 يساوي **27, 5** .	
العرض	**نشاط 2 صفحة 97** : **(1)** قيمة التخفيض من ثمن التلفاز هي $\boxed{2775\ \text{DA}}$. $x = \dfrac{15 \times 18500}{100} = 2775$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 100 & 18500 \\ \hline 15 & x \\ \hline \end{array}$ **(2)** ثمن التلفاز بعد التخفيض هو $\boxed{15725\ \text{DA}}$. $18500 - 2775 = 15725$ تترجم النسبة المئوية وضعية تناسبية. يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب رابع متناسب. **مثال** : عدد التلاميذ في القسمين 3م3 و 3م4 هو 50 تلميذاً من بينهم 26 ذكراً. ما هي النسبة المئوية للبنات في القسمين معاً ؟ **الحل** : عدد البنات في القسمين معاً هو 24 . $50 - 26 = 24$ النسبة المئوية للبنات هي 48% . $x = \dfrac{24 \times 100}{50} = 48$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 100 & 50 \\ \hline x & 24 \\ \hline \end{array}$ **ملاحظة** : • إذا ارتفع مقدار a بنسبة $p\%$ ، نحصل على المقدار الجديد بالعلاقة $\left(1 + \dfrac{p}{100}\right) \times a$. • إذا انخفض مقدار a بنسبة $p\%$ ، نحصل على المقدار الجديد بالعلاقة $\left(1 - \dfrac{p}{100}\right) \times a$. **مثال** : ثمن حاسوب هو 39000 DA . ارتفع هذا السعر بنسبة 20% ثمّ انخفض بنسبة 20% . في الأخير هل ارتفع سعر الحاسوب أو انخفض أو بقي كما كان ؟ **الحل** : • ثمن الحاسوب بعد الزيادة هو 46800 DA . $\left(1 + \dfrac{20}{100}\right) \times 39000 = 1,2 \times 39000 = 46800$ • ثمن الحاسوب بعد التخفيض هو 37440 DA . $\left(1 - \dfrac{20}{100}\right) \times 46800 = 0,8 \times 46800 = 37440$ إذن في الأخير، انخفض سعر الحاسوب بمقدار 1560 DA . $39000 - 37440 = 1560$	
إعادة الاستثمار	**تطبيق 1** : تمرين 16 صفحة 105 **(1)** قيمة التخفيض هي 114, 5 DA . $2290 - 2175,50 = 114,5$ **(2)** النسبة المئوية لهذا التخفيض هي 5% . $\dfrac{114,5 \times 100}{2290} = 5$ **تطبيق 2** : دراجة سعرها 7000 DA ازداد سعرها بنسبة 15% ثمّ ازداد مرّة ثانية بنسبة 10% . ما هو ثمن الدراجة بعد الزيادة الثانية ؟ هل الزيادة الإجمالية تساوي 25% ؟ **الحل** : • ثمن الدراجة بعد الزيادة الأولى هو 8050 DA . $\left(1 + \dfrac{15}{100}\right) \times 7000 = 8050$ • ثمن الدراجة بعد الزيادة الثانية هو 8855 DA . $\left(1 + \dfrac{10}{100}\right) \times 8050 = 8855$ • النسبة المئوية للزيادة الإجمالية هي 26, 5% . $\dfrac{8855 - 7000}{7000} \times 100 = 26,5$	

© 2014–2015

تنظيم المعطيات

(مبادئ الإحصاء الوصفي)

I تذكير

أجابت العائلات في إحدى القرى على السؤال التالي : ما هو عدد أطفال العائلة ؟ فكانت الأجوبة كما يلي :

2 − 1 − 1 − 0 − 0 − 1 − 0 − 2 − 0 − 0 − 1 − 1 − 2 − 2 − 3 − 1 − 1 −
3 − 2 − 0 − 3 − 1 − 0 − 0 − 2 − 5 − 1 − 1 − 0 − 3 − 2 − 3 − 1 − 2 −
3 − 1 − 1 − 0 − 0 − 2 .

لكل سؤال فيما يلي، حدِّد الجواب أو الأجوبة الصحيحة :

	الأجوبة			
	A	B	C	D
① العدد الكلي للعائلات هو :	38	40	42	44
② عدد العائلات التي ليس لها أي طفل هو :	9	10	11	12
③ التكرار النسبي للعائلات التي ليس لها أي طفل هو :	0,275	$\frac{29}{40}$	0,11	$\frac{11}{40}$
④ النسبة المئوية للعائلات التي لها 3 أطفال هي :	6	$\frac{6}{40}\times 100$	$\frac{6}{100}\times 40$	15
⑤ عدد العائلات التي لها طفل على الأقل هو :	40 − 11	27	29	40 − 13
⑥ النسبة المئوية للعائلات التي لها طفل على الأقل هي :	29	100 − 27,5	$\frac{29}{40}\times 100$	72,5

II الأنشطة

الأنشطة الموالية تُعنى بدراسة سبر آراء أُجرِيَ في أحد أقسام السنوات الثالثة متوسط و التي تتكون من 29 تلميذاً.

1.II النشاط الأول

في هذا النشاط، ندرس السؤال الأول الذي طُرح على التلاميذ و هو :

هل شاهدت التلفاز مساء أمس ؟ نعم ☐ لا ☐

كانت النتائج كالتالي :

نعم	لا
23	6

(1) ما هي النسبة المئوية (بالتدوير إلى 10^{-2}) لتكرار كل من الجوابين «نعم» و «لا» ؟

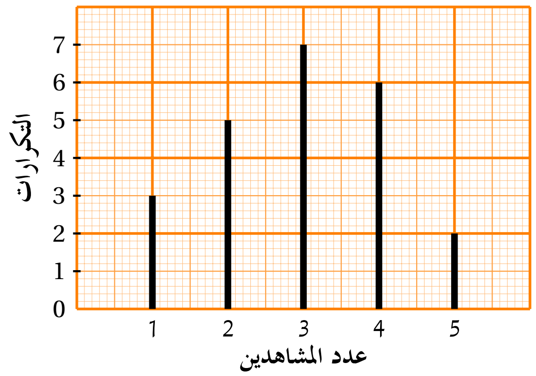
(2) مثِّل هذه النتائج بمخطط نصف دائري.

2.II النشاط الثاني

في هذا النشاط، ندرس السؤال الثاني الذي طُرح على التلاميذ و هو :

إذا كان جوابك «نعم» في السؤال السابق، فكم كان عدد أفراد العائلة الذين شاهدوا التلفاز ؟ ☐

النتائج مبيّنة في مخطط الأعمدة التالي :



(1) ما هو عدد التلاميذ الذين شاهدوا التلفاز رفقة شخص واحد ؟

(2) ما هو عدد التلاميذ الذين لم يشاهدوا التلفاز وحدهم ؟

(3) انقل الجدول المقابل ثمّ أتممه.

···	1	2	3	···	···
···	3	5	7	···	···
	3	10	21	···	···

(4) كيف نحصل على أعداد السطر الثالث من الجدول ؟ لماذا نُجري هذه الحسابات ؟ ما هو العدد الإجمالي للأشخاص الذين شاهدوا التلفاز ؟

(5) إذا علمت أنّ متوسط عدد المشاهدين هو بالتقريب 3 ، فما هي الطريقة المتّبعة للحصول على هذا العدد ؟

3.II النشاط الثالث

في هذا النشاط، ندرس السؤال الثالث الذي طُرح على التلاميذ و هو :

ما هو الوقت المستغرق في مشاهدة التلفاز ؟ ☐ دقائق

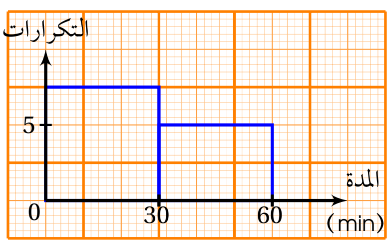
النتائج : التلاميذ الذين لم يشاهدوا التلفاز يدخلون في السطر الأول من الجدول (قضوا 0 دقيقة أمام التلفاز!).

الوقت t (بالدقائق)	التكرارات	التكرارات المجمّعة
$0 \leqslant t < 30$	8	8
$30 \leqslant t < 60$	5	13
$60 \leqslant t < 90$	10	···
$90 \leqslant t < 120$	4	···
$120 \leqslant t < 150$	2	···

(1) أتمم الجدول السابق.

(2) ما هو عدد التلاميذ الذين شاهدوا التلفاز أقل من ساعتين ؟

(3) أتمم تمثيل النتائج السابقة بالمدرّج التكراري المقابل.



©2014–2015

(4) نريد حساب الوقت المتوسط المستغرق في مشاهدة التلفاز. من أجل ذلك، نبدأ بحساب مركز كلّ فئة. مثلاً، مركز الفئة $0 \leqslant t < 30$ هو $\frac{0+30}{2}$ أي 15min . بعد ذلك، نضرب مركز كلّ فئة في تكرارها (8×15) بالنسبة للفئة الأولى) و نجمع هذه الجداءات و في الأخير، نقسم النتيجة على التكرار الكلي (أي 29).

احسب الوقت المتوسط المستغرق من طرف التلاميذ في مشاهدة التلفاز.

[الجواب : حوالي ساعة]

4.II النشاط الرابع

في هذا النشاط، ندرس السؤال الرابع الذي طُرح على التلاميذ و هو :

أعطِ علامة (بين 0 و 20) للتعبير عن مدى رضاك عن البرنامج الذي شاهدته سهرة أمس ؟ ☐

كانت النتائج كالتالي : (نُذكِّر أن 23 تلميذاً فقط شاهدوا التلفاز).

17 – 8 – 5 – 14 – 14 – 17 – 14 – 14 – 8 – 11 – 17 – 14 – 14 – 8 – 9 .

(1) انقل الجدول الآتي و أتممه ثمّ بيّن فيه التكرارات المجمّعة.

العلامة	5	8	9	11	14	17	19
التكرار							
التكرار المجمّع							

(2) هل صحيح أنّ 30,4% من العلامات هي علامات أصغر من 10 ؟

(3) كيف، في رأيك، يمكن حساب متوسط العلامات الـ 23 ؟

[الجواب : حوالي 11,8]

III الدرس

نعتبر سلسلة النقاط (عددها 25) التي تحصل عليها تلاميذ أحد أقسام الثالثة متوسط في فرض الرياضيات :

8 – 9 – 14 – 8 – 12 – 9 – 7 – 2 – 12 – 9 – 13 – 9 – 11 – 8 – 8 – 15 – 10 – 14 – 8 – 13 – 7 .

1.III السلسلة الإحصائية – التكرار – التكرار النسبي

التكرار و التكرار النسبي : التمثيل بالأعمدة

من بين 25 تلميذاً، يوجد 3 تلاميذ تحصلوا على العلامة 7 .
التكرار النسبي للعلامة 7 هو :
$$\frac{3}{25} = 0,12 = \frac{12}{100} = 12\%$$

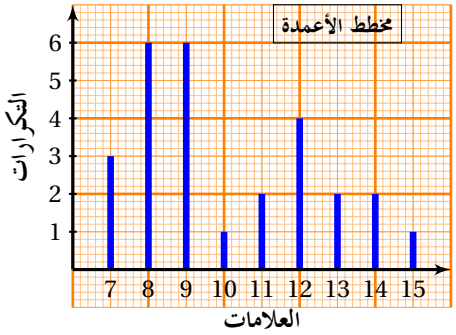
نحصل على التكرار النسبي لقيمة بقسمة تكرار هذه القيمة على التكرار الكلي (الإجمالي).
غالباً ما نعبّر عن النتيجة بالنسبة المئوية (أي نفضّل استعمال النسبة المئوية للتكرار بدلاً من التكرار النسبي).

العلامة	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرار	3	6	5	1	2	3	2	2	1
التكرار المجمّع	3	9	14	15	17	20	22	24	25
التكرار النسبي (%)	12	24	20	4	8	12	8	8	4
التكرار النسبي المجمّع	12	36	56	60	68	80	88	96	100

المجموع

17 تلميذاً ($2+1+5+6+3$) تحصلوا على علامة أصغر من أو تساوي 11 .

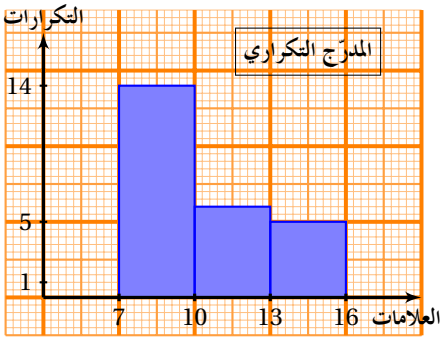
56% من التلاميذ ($20+24+12$) تحصلوا على علامة أصغر من أو تساوي 9 .



التجميع في فئات : المدرّج التكراري

فئات العلامات	[7;10[	[10;13[	[13;16[	المجموع
التكرار	14	6	5	25

ملاحظة : في المدرّج التكراري، مساحات المستطيلات متناسبة مع التكرارات.
إذن، يُستحسن تجميع القِيَم في فئات متساوية المدى و في هذه الحالة تكون الارتفاعات متناسبة مع التكرارات.



2.III المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

العلامة	7	8	9	10	11	12	13	14	15	المجموع
التكرار	3	6	5	1	2	3	2	2	1	**25**
الجداءات	21	48	45	10	22	36	26	28	15	**251**

مجموع كل العلامات (النقاط).

متوسط (معدّل) العلامات هو :
$\frac{251}{25} = \mathbf{10,04}$

لحساب **المتوسط المتوازن** لسلسلة إحصائية :
- نحسب جداء كلّ فئة في تكرارها (معاملها) ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات (المعاملات).

القيمة المقربة للمتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية (التجميع في فئات)

عندما تكون المعطيات مجمّعة في فئات، نبدأ بحساب مراكز هذه الفئات.

فئات العلامات	[7;10[	[10;13[	[13;16[	المجموع
مراكز الفئات	8,5	11,5	14,5	
التكرارات	14	6	5	**25**
الجداءات	119	69	72,5	**260,5**

متوسط (معدّل) العلامات هو :
$\frac{260,5}{25} = \mathbf{10,42}$

لحساب قيمة مقربة **للمتوسط الحسابي** لسلسلة إحصائية مجمّعة في فئات :
- نحسب مركز كلّ فئة ،
- نحسب جداء مركز كلّ فئة في تكرارها ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات.

ملاحظة : القيمة 10,42 هي قيمة مقربة للمتوسط المتوازن للسلسلة المدروسة أما القيمة المضبوطة فهي التي وجدناها بالطريقة السابقة (أي هي 10,04).

IV تطبيقات

1 الجدول التالي يبيّن العلامات التي تحصل عليها حسان في الرياضيات خلال السنة الدراسية :

الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث
12,5 – 8 – 17	12 – 6 – 10,5 – 7,5 – 9	16,5 – 9,5

(1) لحساب معدّله السنوي في الرياضيات، يقوم حسان بحساب معدّله في كل فصل ثمّ متوسط هذه المعدلات. كم يجد بهذه الطريقة ؟

(2) من جهته، وجد أستاذه في الرياضيات أنّ معدّل حسان هو 10,85 .
ما هي طريقة الأستاذ ؟

(3) كيف يمكن تفسير الفرق بين النتيجتين ؟

الحلّ :

(1) معدل الفصل الأول : $\frac{17+8+12,5}{3} = \frac{37,5}{3} = \mathbf{12,5}$

معدل الفصل الثاني : $\frac{9+7,5+10,5+6+12}{5} = \frac{45}{5} = \mathbf{9}$

معدل الفصل الثالث : $\frac{9,5+16,5}{2} = \frac{26}{2} = \mathbf{13}$

متوسط هذه المعدلات هو : $\frac{12,5+9+13}{3} = \frac{34,5}{3} = \mathbf{11,5}$

إذن حسان يجد أنّ معدّله السنوي في الرياضيات هو **11,5** .

(2) حساب الأستاذ :

$$\frac{17+8+12,5+9+7,5+10,5+6+12+9,5+16,5}{10} = \frac{108,5}{10} = \mathbf{10,85}$$

(3) حساب حسان لا يعكس معدّله السنوي الحقيقي لأنّ عدد العلامات يختلف من فصل لآخر (ثلاث علامات في الفصل الأول، خمس علامات في الفصل الثاني و علامتان في الفصل الثالث).

لحساب المعدل السنوي انطلاقا من المعدلات الفصلية، يجب اعتبار المتوسط المتوازن لها :

	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث
العلامة	12,5	9	13
التكرار	3	5	2

المعدل السنوي هو إذن : $\frac{3\times 12,5+5\times 9+2\times 13}{3+5+2} = \frac{108,5}{10} = \mathbf{10,85}$

2 الجدول التالي يبيّن العلامات التي تحصلت عليها سلمى في الرياضيات خلال السنة الدراسية :

الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث
12,5 – 7,5 – 11	14 – 18,5 – 13,5 – 9	14,5 – 10 – 10

احسب المعدل السنوي لسلمى انطلاقا من معدلاتها الفصلية.

3 احسب النسبة المئوية لكل تكرار :

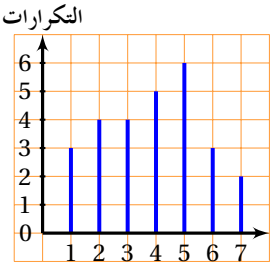
القيمة	a	b	c	d	e
التكرار	2	6	9	5	3
التكرار النسبي (%)					

4 احسب التكرارات علما أنّ التكرار الكلي هو 650 :

القيمة	f	g	h	i	j
التكرار					
التكرار النسبي (%)	16	12	24	26	22

5 أتمم الجدول اعتماداً على مخطط الأعمدة :

القيمة							
التكرار							
التكرار المجمّع							



6 هل صحيح أنّ المعدل اليومي لدرجات الحرارة التالية أكبر من 2°C ؟

السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
4°C	7°C	6°C	3°C	−2°C	−5°C	−1°C

7 جِد العلامة الأخيرة إذا علمت أنّ معدّل التلميذ هو 10 :

9	13	8	15	4	?

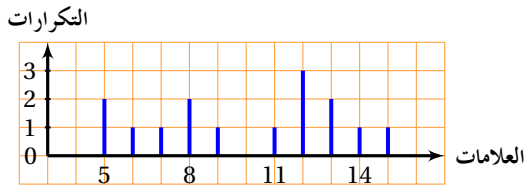
8 احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية :

القيمة	1	2	3	4	5
التكرار	7	11	14	10	8

9 السلسلة A معرفة بالقِيَم التالية :

2 – 4 – 5 – 9 – 10 – 10 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 16 .

السلسلة B معرفة بمخطط الأعمدة التالي :



هل صحيح أنه للسلسلتين A و B نفس المتوسط (المعدل) ؟

10 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[1;3[	[3;5[	[5;7[	[7;9[
التكرار	7	9	12	4

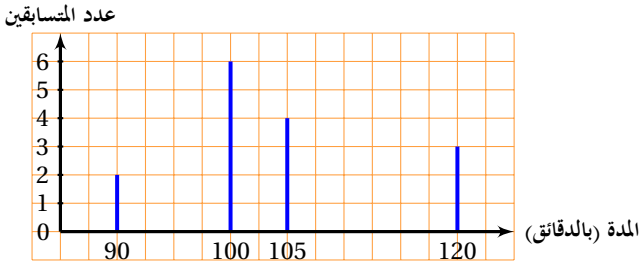
11 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[
التكرار	7	9	12	4

12 معدل أحد الأقسام (من 25 تلميذاً) في الرياضيات هو 10,5 على 20، لكن أثناء الحساب أخطأ الأستاذ و نسي نقطة لثلاثة تلاميذ (نقطة واحدة لكل تلميذ من بين الثلاثة). ما هو المعدل الجديد للقسم ؟

الحل : مجموع العلامات المحصل عليها من طرف التلاميذ الـ 25 هو $262,5 = 25\times 10,5$ ، و المجموع الجديد هو $265,5 = 3 + 262,5$ و بالتالي فالمعدل الجديد هو $\frac{265,5}{25} = 10,62$.

13 شاركت فرقة مكونة من 15 صديقا في نصف مراتون (ركض على مسافة 21 km) و المخطط التالي يبيّن نتائج هذه الفرقة في السباق :



(1) أتمم الجدول الآتي :

المدة (بالدقائق)	90	100	105	120
التكرار (عدد المتسابقين)			4	

(2) احسب متوسط الوقت المستغرق من طرف هؤلاء الأصدقاء.

(3) قطع أحد المشاركين المسافة الكلية بسرعة متوسطة قدرها 12 km/h .

(أ) احسب بالدقائق الوقت المستغرق من طرف هذا المشارك.

(ب) ما هي المسافة التي تفصله عن نقطة الوصول بعد 10 دقائق من الانطلاق ؟

(ج) ما هو الوقت الذي استغرقه لقطع مسافة 7 km ؟

(4) نفرض أنّ المسار يتكوّن من جزئين : صعود مسافته 9 km و هبوط مسافته 12 km . قطع أحد المشاركين مسافة الصعود في 40 min و مسافة الهبوط في 50 min .

(أ) احسب سرعته المتوسطة في الصعود بِـ km/h .

(ب) احسب سرعته المتوسطة في الهبوط بِـ km/h .

(ج) احسب سرعته المتوسطة على طول المسار بِـ km/h .

©2014–2015

I تذكير

أجابت العائلات في إحدى القرى على السؤال التالي : ما هو عدد أطفال العائلة ؟ فكانت الأجوبة كما يلي :

1 – 1 – 3 – 2 – 2 – 1 – 1 – 0 – 0 – 2 – 0 – 1 – 0 – 0 – 1 – 1 – 2
2 – 1 – 3 – 2 – 3 – 0 – 1 – 1 – 5 – 2 – 0 – 0 – 1 – 3 – 0 – 2 – 3
3 – 1 – 1 – 0 – 0 – 2 .

(1) العدد الكلي للعائلات هو : **40** . (جواب B)

(2) عدد العائلات التي ليس لها أي طفل هو : **11** . (جواب C)

(3) التكرار النسبي للعائلات التي ليس لها أي طفل هو : $\frac{11}{40} = 0,275$. (جواب A و D)

(4) النسبة المئوية للعائلات التي لها 3 أطفال هي : $\frac{6}{40} \times 100 = 15\%$. (جواب B و D)

(5) عدد العائلات التي لها طفل على الأقل هو : $40 - 11 = 29$. (جواب A و C)

(6) النسبة المئوية للعائلات التي لها طفل على الأقل هي :
$\frac{29}{40} \times 100 = 72,5\% = 100\% - 27,5\%$. (جواب B و C)

II الأنشطة

الأنشطة الموالية تُعنى بدراسة سبر آراء أُجرِيَ في أحد أقسام السنوات الثالثة متوسط و التي تتكون من 29 تلميذاً.

1.II النشاط الأول

في هذا النشاط، ندرس السؤال الأول الذي طُرح على التلاميذ و هو :

هل شاهدت التلفاز مساء أمس ؟ ☐ نعم ☐ لا

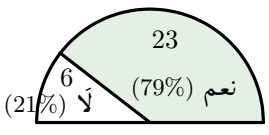
كانت النتائج كالتالي :

نعم	لا
23	6

(1)

الجواب	التكرار	النسبة المئوية للتكرار
نعم	23	$\frac{23}{29} \times 100 \approx 79\%$
لا	6	$\frac{6}{29} \times 100 \approx 21\%$

(2) تمثيل النتائج بمخطط نصف دائري : $(79\% \times \frac{180°}{100\%} = 142,2°)$



2.II النشاط الثاني

في هذا النشاط، ندرس السؤال الثاني الذي طُرح على التلاميذ و هو :

إذا كان جوابك « نعم » في السؤال السابق، فكم كان عدد أفراد العائلة الذين شاهدوا التلفاز ؟ ☐

(1) عدد التلاميذ الذين شاهدوا التلفاز رفقة شخص واحد هو 5 .

(2) عدد التلاميذ الذين لم يشاهدوا التلفاز وحدهم هو $20 = 3 - 23$.

(3)

عدد المشاهدين	1	2	3	4	5
التكرار	3	5	7	**6**	**2**
	3	10	21	**24**	**10**

(4)
- نحصل على أعداد السطر الثالث من الجدول بضرب أعداد السطر الأول في أعداد السطر الثاني.
- نُجري هذه الحسابات لمعرفة عدد الأشخاص الذين شاهدوا التلفاز في كل فئة (وحدهم، رفقة شخص واحد، ...).
- العدد الإجمالي للأشخاص الذين شاهدوا التلفاز هو مجموع أعداد السطر الثالث أي 68 شخصاً. $3 + 10 + 21 + 24 + 10 = 68$

(5) إذا علمت أنّ متوسط عدد المشاهدين هو بالتقريب 3 ، فللحصول على هذا العدد، نقسم العدد الإجمالي للأشخاص الذين شاهدوا التلفاز (68) على عدد التلاميذ الذين شاهدوا التلفاز (23) . $\frac{68}{23} \approx 3$

3.II النشاط الثالث

في هذا النشاط، ندرس السؤال الثالث الذي طُرح على التلاميذ و هو :

ما هو الوقت المستغرق في مشاهدة التلفاز ؟ ☐ دقائق

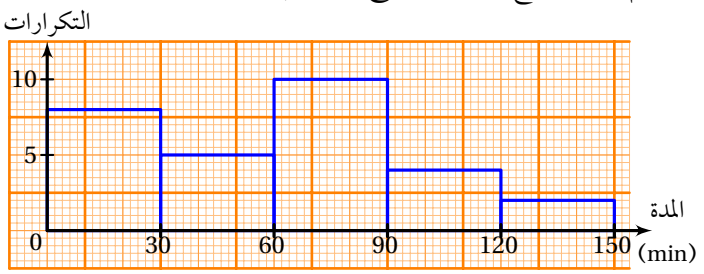
النتائج : التلاميذ الذين لم يشاهدوا التلفاز يدخلون في السطر الأول من الجدول (قضوا 0 دقيقة أمام التلفاز!).

الوقت t (بالدقائق)	التكرارات	التكرارات المجمّعة
$0 \leqslant t < 30$	8	8
$30 \leqslant t < 60$	5	13
$60 \leqslant t < 90$	10	**23**
$90 \leqslant t < 120$	4	**27**
$120 \leqslant t < 150$	2	**29**

(1) أتمم الجدول السابق.

(2) عدد التلاميذ الذين شاهدوا التلفاز أقل من ساعتين هو 27 .

(3) أتمم تمثيل النتائج السابقة بالمدرّج التكراري المقابل.



(4) الوقت المتوسط المستغرق من طرف التلاميذ في مشاهدة التلفاز هو حوالي 61 min . [الجواب : حوالي ساعة]

$$\frac{8 \times 15 + 5 \times 45 + 10 \times 75 + 4 \times 105 + 2 \times 135}{29} = \frac{1785}{29} \approx 61 \text{ min}$$

©2014–2015

4.II النشاط الرابع

في هذا النشاط، ندرس السؤال الرابع الذي طُرح على التلاميذ و هو :

أعطِ علامة (بين 0 و 20) للتعبير عن مدى رضاك عن البرنامج الذي شاهدته سهرة أمس ؟ ☐

كانت النتائج كالتالي : (نُذكّر أن 23 تلميذاً فقط شاهدوا التلفاز).

17 – 8 – 5 – 14 – 14 – 8 – 14 – 11 – 17 – 14 – 14 – 14 – 11 – 11 – 8 – 14 – 8 – 11 – 19 – 11 – 8 – 14 – 14 – 9 .

(1) انقل الجدول الآتي و أتممه ثمّ بيّن فيه التكرارات المجمّعة.

العلامة	5	8	9	11	14	17	19
التكرار	2	4	1	5	8	2	1
التكرار المجمّع	2	6	7	12	20	22	23

(2) عدد العلامات الأصغر من 10 هو 7 (التكرار المجمّع) و النسبة المئوية للعلامات الأصغر من 10 هي 30,4% .

$\frac{7}{23} \times 100 \approx 30,4\%$.

(3) حساب متوسط العلامات الـ 23 : [الجواب : حوالي 11,8]

$$\frac{2\times 5+4\times 8+1\times 9+5\times 11+8\times 14+2\times 17+1\times 19}{23}=\frac{271}{23}\approx 11,8$$

IV تطبيقات (الحلول)

2 الجدول التالي يبيّن العلامات التي تحصلت عليها سلمى في الرياضيات خلال السنة الدراسية :

الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث
12,5 – 7,5 – 11	14 – 18,5 – 13,5 – 9	14,5 – 10 – 10

معدل الفصل الأول : $\frac{11+7,5+12,5}{3}=\frac{31}{3}=\mathbf{10,33}$

معدل الفصل الثاني : $\frac{9+13,5+18,5+14}{4}=\frac{55}{4}=\mathbf{13,75}$

معدل الفصل الثالث : $\frac{10+10+14,5}{3}=\frac{34,5}{3}=\mathbf{11,5}$

المعدل السنوي لسلمى هو إذن :

$$\frac{3\times 10,33+4\times 13,75+3\times 11,5}{3+4+3}=\frac{120,5}{10}=\mathbf{12,05}$$

3 التكرار الكلي هو : $2+6+9+5+3=25$

مثلاً، التكرار النسبي لِـ a هو : $\frac{2}{25}\times 100=8\%$

القيمة	a	b	c	d	e	المجموع
التكرار	2	6	9	5	3	**25**
التكرار النسبي (%)	8	**24**	**36**	**20**	**12**	**100**

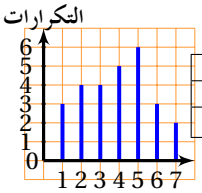
4 احسب التكرارات علما أنّ التكرار الكلي هو 650 :

القيمة	f	g	h	i	j	المجموع
التكرار	**104**	**78**	**156**	**169**	**143**	**650**
التكرار النسبي (%)	16	12	24	26	22	**100**

التكرار النسبي $=\frac{\text{التكرار}}{\text{التكرار الكلي}}\times 100$ منه التكرار $=\frac{\text{التكرار}\times\text{التكرار الكلي}}{100}$

مثلاً، تكرار h هو : $\frac{24\times 650}{100}=156$

5 أتمم الجدول اعتماداً على مخطط الأعمدة :



القيمة	1	2	3	4	5	6	7
التكرار	3	4	4	5	6	3	2
التكرار المجمّع	3	7	11	16	22	25	27

6 هل صحيح أنّ المعدل اليومي لدرجات الحرارة التالية أكبر من 2°C ؟

السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
4°C	7°C	6°C	3°C	−2°C	−5°C	−1°C

المعدل اليومي لدرجات الحرارة هو 1,7°C و هو أصغر من 2°C .

$$\frac{4+7+6+3+(-2)+(-5)+(-1)}{7}=\frac{12}{7}\approx 1,7$$

7 جِد العلامة الأخيرة إذا علمت أنّ معدّل التلميذ هو 10 :

9	13	8	15	4	?

نسمي x العلامة الأخيرة.

معدل التلميذ هو $\frac{9+13+8+15+4+x}{6}$ أي هو $\frac{x+49}{6}$ و بالتالي :

$\frac{x+49}{6}=10$ منه $x+49=6\times 10=60$ منه $x=60-49=11$.

إذن العلامة الأخيرة للتلميذ هي 11 .

8

القيمة	1	2	3	4	5
التكرار	7	11	14	10	8

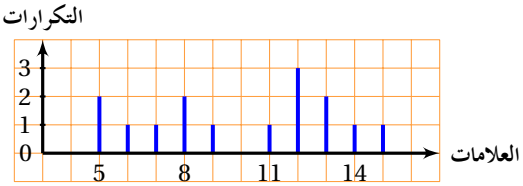
متوسط هذه السلسلة هو 3,02 .

$$\frac{7\times 1+11\times 2+14\times 3+10\times 4+8\times 5}{7+11+14+10+8}=\frac{151}{50}=3,02$$

9 السلسلة A معرفة بالقِيَم التالية :

2 – 4 – 5 – 9 – 10 – 10 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 16 .

السلسلة B معرفة بمخطط الأعمدة التالي :



متوسط السلسلة A هو 10 .

$$\frac{2+4+5+9+2\times 10+11+4\times 12+15+16}{13}=\frac{130}{13}=10$$

متوسط السلسلة B هو 10 .

$$\frac{2\times 5+1\times 6+1\times 7+2\times 8+1\times 9+1\times 11+3\times 12+2\times 13+1\times 14+1\times 15}{2+1+1+2+1+1+3+2+1+1}$$

$$=\frac{150}{15}=10$$

إذن للسلسلتين A و B نفس المتوسط.

10 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[1;3[	[3;5[	[5;7[	[7;9[
مراكز الفئات	2	4	6	8
التكرارات	7	9	12	4
الجداءات	14	36	72	32

التكرار الكلي هو $7+9+12+4=32$.

و بالتالي متوسط السلسلة هو 4,8 .

$$\frac{14+36+72+32}{32}=\frac{154}{32}\approx 4,8$$

©2014–2015

11 احسب متوسط السلسلة الآتية :

القيمة	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[
مراكز الفئات	2,5	7,5	12,5	17,5
التكرارات	7	9	12	4
الجداءات	17,5	67,5	150	70

التكرار الكلي هو $32 = 4 + 12 + 9 + 7$.

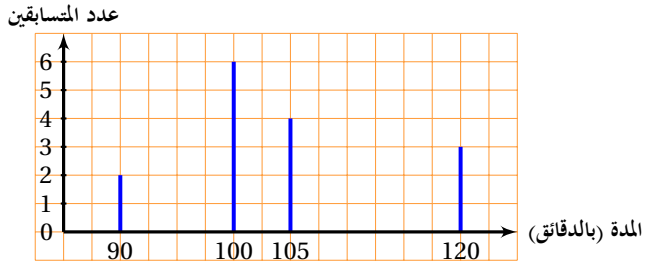
و بالتالي متوسط السلسلة هو 9,5 .

$$\frac{17,5 + 67,5 + 150 + 70}{32} = \frac{305}{32} \approx 9,5$$

12 معدل أحد الأقسام (من 25 تلميذاً) في الرياضيات هو 10,5 على 20، لكن أثناء الحساب أخطأ الأستاذ و نسي نقطة لثلاثة تلاميذ (نقطة واحدة لكل تلميذ من بين الثلاثة). ما هو المعدل الجديد للقسم ؟

الحل : مجموع العلامات المحصل عليها من طرف التلاميذ الـ 25 هو $262,5 = 25 \times 10,5$ ، و المجموع الجديد هو $262,5 + 3 = 265,5$ و بالتالي فالمعدل الجديد هو $\frac{265,5}{25} = 10,62$.

13 شاركت فرقة مكونة من 15 صديقا في نصف مراتون (ركض على مسافة 21km) و المخطط التالي يبيّن نتائج هذه الفرقة في السباق :



(1) أتمم الجدول الآتي :

المدة (بالدقائق)	90	100	105	120
التكرار (عدد المتسابقين)			4	

(2) احسب متوسط الوقت المستغرق من طرف هؤلاء الأصدقاء.

(3) قطع أحد المشاركين المسافة الكلية بسرعة متوسطة قدرها 12km/h .

(ا) احسب بالدقائق الوقت المستغرق من طرف هذا المشارك.

(ب) ما هي المسافة التي تفصله عن نقطة الوصول بعد 10 دقائق من الانطلاق ؟

(ج) ما هو الوقت الذي استغرقه لقطع مسافة 7km ؟

(4) نفرض أنّ المسار يتكوّن من جزئين : صعود مسافته 9km و هبوط مسافته 12km . قطع أحد المشاركين مسافة الصعود في 40min و مسافة الهبوط في 50min .

(ا) احسب سرعته المتوسطة في الصعود بِـ km/h .

(ب) احسب سرعته المتوسطة في الهبوط بِـ km/h .

(ج) احسب سرعته المتوسطة على طول المسار بِـ km/h .

تنظيم المعطيات
(مبادئ الإحصاء الوصفي)

I الدراسة الإحصائية

أجرت إحدى المتوسطات، التي يبلغ عدد التلاميذ فيها 450 تلميذاً، و بغرض التقرب أكثر من التلاميذ و التكفل الأحسن بهم، سبرَ الآراء التالي :

- ما هي وسيلة النقل من المنزل إلى المتوسطة (الحافلة، السيارة، الدراجة، المشي على الأقدام) ؟
- ما هو عدد الإخوة و الأخوات ؟
- ما هي مدّة السير من المنزل إلى المتوسطة ؟

تمّ جمع البيانات (المعطيات) التي تمثّل أجوبة التلاميذ للحصول على **سلاسل إحصائية** .
التلاميذ، الذين يبلغ عددهم 450 ، يشكّلون ما يُسمّى **المجتمع** الإحصائي (population) المدروس.
كلّ من الخواص المدروسة (وسيلة النقل، عدد الإخوة و الأخوات، مدّة السير من المنزل إلى المتوسطة) تُدعى **ميزة** (caractère) .

II تنظيم المعطيات : التكرارات (effectifs) و التمثيلات البيانية

سندرس مختلف الميزات السابقة.

1.II وسيلة النقل

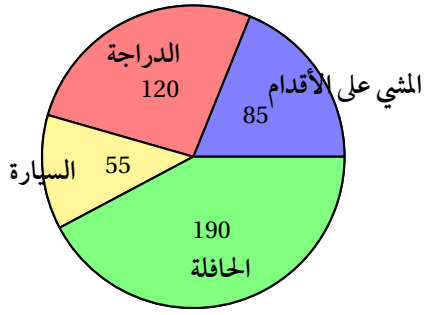
و هو ميزة **نوعية** (caractère qualitatif) .
التكرار الكلي (L'effectif total) لهذا المجتمع هو 450 .

وسيلة النقل	التكرارات
المشي على الأقدام	85
الدراجة	120
السيارة	55
الحافلة	190
المجموع	450

التمثيلات البيانية :

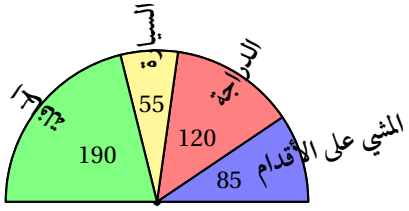
(أ) المخطط الدائري :

	المشي على الأقدام	الدراجة	السيارة	الحافلة	المجموع
التكرار	85	120	55	190	450
الزاوية المركزية	$\frac{85 \times 360}{450} = 68°$	96°	44°	152°	360°



(ب) المخطط نصف الدائري :

	المشي على الأقدام	الدراجة	السيارة	الحافلة	المجموع
التكرار	85	120	55	190	450
الزاوية المركزية	$\frac{85 \times 180}{450} = 34°$	48°	22°	76°	180°

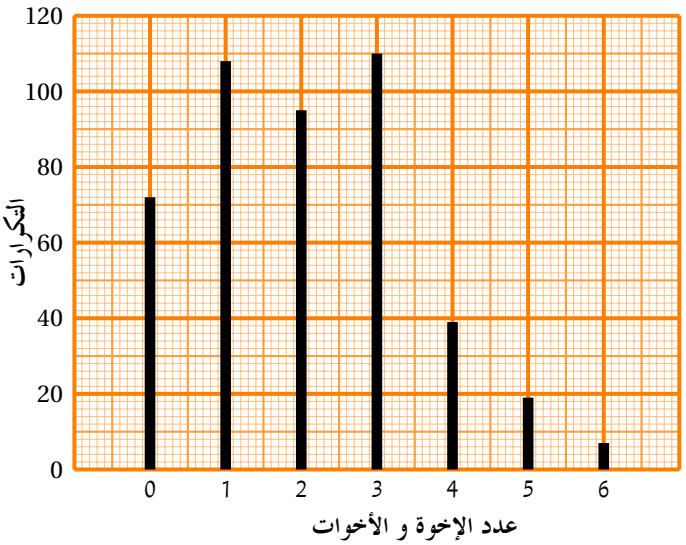


2.II عدد الإخوة و الأخوات

و هو ميزة **كمية** (caractère quantitatif) .
الأعداد 0 ، 1 ، 2 ، ... ، 6 هي **قِيَم** (valeurs) هذه الميزة.

عدد الإخوة و الأخوات	التكرارات
0	72
1	108
2	95
3	110
4	39
5	19
6	7
المجموع	450

التمثيل البياني : التمثيل بالأعمدة



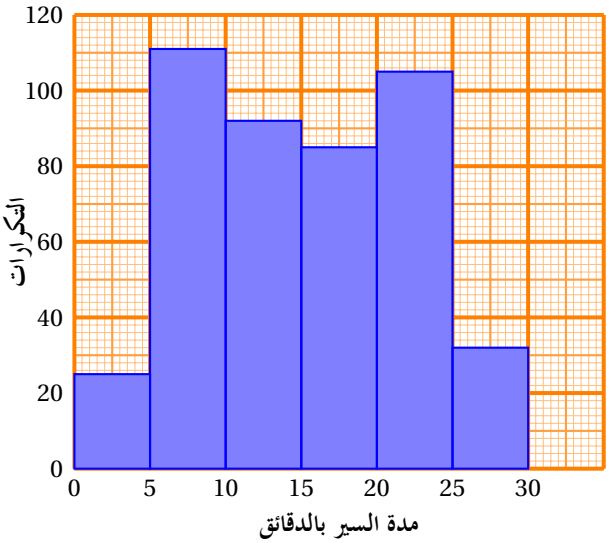
3.II مدة السير من المنزل إلى المتوسطة

و هو ميزة **كمية** (caractère quantitatif) .
قمنا بتجميع قيم هذه الميزة في **فئات متساوية المدى**، بحيث **مدى** كل فئة هو 5min (Regroupement en classes d'amplitude 5min).
ملاحظة : عند التجميع في فئات، نفقد جزءً من المعلومات.

©2014-2015

مدة السير من المنزل إلى المتوسطة (بالدقائق)	التكرارات
$0 \leqslant t < 5$	25
$5 \leqslant t < 10$	111
$10 \leqslant t < 15$	92
$15 \leqslant t < 20$	85
$20 \leqslant t < 25$	105
$25 \leqslant t < 30$	32
المجموع	450

التمثيل البياني : المدرّج التكراري



III التكرارات النسبية

1.III التكرار النسبي لقيمة معينة

التكرار النسبي لقيمة معينة هو حاصل قسمة تكرار هذه القيمة على التكرار الإجمالي للمجتمع الإحصائي المدروس.

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{التكرار}}{\text{التكرار الإجمالي}}$$

مثال : التكرار النسبي للتلاميذ الذين لهم 3 إخوة و أخوات هو :

$$\frac{\text{تكرار التلاميذ الذين لهم 3 إخوة و أخوات}}{\text{التكرار الإجمالي}} = \frac{110}{450} \approx 0,244$$

2.III النسبة المئوية لتكرار

$$\text{النسبة المئوية لتكرار} = \text{التكرار النسبي} \times 100 = \frac{\text{التكرار}}{\text{التكرار الإجمالي}} \times 100$$

مثال : النسبة المئوية للتلاميذ الذين لهم 3 إخوة و أخوات هي :

$$\frac{\text{تكرار التلاميذ الذين لهم 3 إخوة و أخوات}}{\text{التكرار الإجمالي}} \times 100 = \frac{110}{450} \times 100 \approx 24,4$$

هذا يعني أنّ 24,4% من التلاميذ لهم 3 إخوة و أخوات.

عدد الإخوة و الأخوات	التكرارات	التكرارات النسبية	النِسَب المئوية
0	72	0,16	16
1	108	0,24	24
2	95	0,211	21,1
3	110	0,244	24,4
4	39	0,087	8,7
5	19	0,042	4,2
6	7	0,016	1,6
المجموع	450	1	100

ملاحظات :

- مجموع التكرارات النسبية يساوي دائماً 1 .
- مجموع النسب المئوية يساوي دائماً 100 .
- غالباً ما نستعمل النسب المئوية بدلاً من التكرارات النسبية لأنّ النسب المئوية تسمح لنا بالمقارنة (بين مختلف المجتمعات الإحصائية).

IV التكرارات المجمّعة (المتراكمة)

1.IV التكرارات المجمعة المتزايدة (الصاعدة)

(ا) ما هو عدد التلاميذ الذين لهم أقل من 2 إخوة و أخوات ؟

للإجابة على هذا السؤال، نبحث عن عدد التلاميذ الذين لهم 0 أو 1 إخوة و أخوات. عددهم هو $72 + 108 = 180$.

إذن 180 تلميذاً لهم أقل من 2 إخوة و أخوات.

نقول أيضا أنّ 180 تلميذاً لهم أخ واحد أو أخت واحدة على الأكثر.

(ب) الجدول :

عدد الإخوة و الأخوات	التكرارات	التكرارات المجمّعة المتزايدة
0	72	**72**
1	108	$72 + 108 = \mathbf{180}$
2	95	$180 + 95 = \mathbf{275}$
3	110	$275 + 110 = \mathbf{385}$
4	39	$385 + 39 = \mathbf{424}$
5	19	$424 + 19 = \mathbf{443}$
6	7	$443 + 7 = \mathbf{450}$
المجموع	450	

التكرار الكلي

(ج) قراءة الجدول :

- 443 تلميذاً لهم أقلّ من 6 إخوة و أخوات ($n < 6$) .
  443 تلميذاً لهم 5 إخوة و أخوات على الأكثر ($n \leqslant 5$) .
- 275 تلميذاً لهم أقلّ من 3 إخوة و أخوات ($n < 3$) .
  275 تلميذاً لهم 2 إخوة و أخوات على الأكثر ($n \leqslant 2$) .

2.IV التكرارات المجمعة المتناقصة (النازلة)

(ا) ما هو عدد التلاميذ الذين لهم أخ أو أخت على الأقل ؟

للإجابة على هذا السؤال، نبحث عن عدد التلاميذ الذين لهم 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6 إخوة و أخوات. إنه العدد الإجمالي للتلاميذ باستثناء الذين ليس لهم أي أخ أو أخت، إذن عددهم هو $450 - 72 = 378$.

إذن 378 تلميذاً لهم أخ أو أخت على الأقل.

نقول أيضا أنّ 372 تلميذاً لهم أكثر من 0 إخوة و أخوات.

(ب) الجدول :

عدد الإخوة و الأخوات	التكرارات	التكرارات المجمّعة المتزايدة
0	72	**450**
1	108	$450 - 72 = \mathbf{378}$
2	95	$378 - 108 = \mathbf{270}$
3	110	$270 - 95 = \mathbf{175}$
4	39	$175 - 110 = \mathbf{65}$
5	19	$65 - 39 = \mathbf{26}$
6	7	$26 - 19 = \mathbf{7}$
المجموع	450	

(ج) قراءة الجدول :

- 378 تلميذاً لهم 1 إخوة و أخوات على الأقل ($n \geqslant 1$) .
  378 تلميذاً لهم أكثر من 0 إخوة و أخوات ($n > 0$) .
- 7 تلاميذ لهم 6 إخوة و أخوات على الأقل ($n \geqslant 6$) .
  7 تلاميذ لهم أكثر من 5 إخوة و أخوات ($n > 5$) .

V التكرارات النسبية المجمّعة

$$\text{التكرار النسبي المجمّع} = \frac{\text{التكرار المجمّع}}{\text{التكرار الكلي}}$$

$$\text{النسبة المئوية للتكرار المجمّع} = \frac{\text{التكرار المجمّع}}{\text{التكرار الكلي}} \times 100$$
$$= \text{التكرار النسبي المجمّع} \times 100$$

(ا) الجدول :

عدد الإخوة و الأخوات	النسب المئوية	النسب المئوية للتكرارات المجمّعة المتزايدة	النسب المئوية للتكرارات المجمّعة المتناقصة
0	16	**16**	**100**
1	24	$16 + 24 = \mathbf{40}$	$100 - 16 = \mathbf{84}$
2	21,1	$40 + 21,1 = \mathbf{61,1}$	$84 - 24 = \mathbf{60}$
3	24,4	$61,1 + 24,4 = \mathbf{85,5}$	$60 - 21,1 = \mathbf{38,9}$
4	8,7	$85,5 + 8,7 = \mathbf{94,2}$	$38,9 - 24,4 = \mathbf{14,5}$
5	4,2	$94,2 + 4,2 = \mathbf{98,4}$	$14,5 - 8,7 = \mathbf{5,8}$
6	1,6	$98,4 + 1,6 = \mathbf{100}$	$5,8 - 4,2 = \mathbf{1,6}$
المجموع	100		

(ب) قراءة الجدول :

- التكرارات النسبية المجمّعة المتزايدة :
  - ⋆ 40% من التلاميذ لهم 1 إخوة و أخوات على الأكثر ($n \leqslant 1$) .
    40% من التلاميذ لهم أقل من 2 إخوة و أخوات ($n < 2$) .
  - ⋆ 98,4% من التلاميذ لهم 5 إخوة و أخوات على الأكثر ($n \leqslant 5$) .
    98,4% من التلاميذ لهم أقل من 6 إخوة و أخوات ($n < 6$) .
- التكرارات النسبية المجمّعة المتناقصة :
  - ⋆ 84% من التلاميذ لهم 1 إخوة و أخوات على الأقل ($n \geqslant 1$) .
    84% من التلاميذ لهم أكثر من 0 إخوة و أخوات ($n > 0$) .
  - ⋆ 1,6% من التلاميذ لهم 6 إخوة و أخوات على الأقل ($n \geqslant 6$) .
    1,6% من التلاميذ لهم أكثر من 5 إخوة و أخوات ($n > 5$) .

VI المتوسط الحسابي و المتوسط المتوازن

1.VI المتوسط الحسابي

لحساب **المتوسط الحسابي** لسلسلة إحصائية :

- نحسب مجموع كل قِيَم هذه السلسلة،
- ثمّ نقسم المجموع على عدد القيم.

مثال : قطع درّاج 54 km يوم الإثنين، 37 km يوم الثلاثاء، 63 km يوم الأربعاء و 45 km يوم الخميس. ما هي المسافة المتوسطة التي قطعها في اليوم ؟

$$\frac{54 + 37 + 63 + 45}{4} = 49,75$$

إذن المسافة المتوسطة التي قطعها في اليوم هي 49,75 km .

2.VI المتوسط المتوازن

لحساب **المتوسط المتوازن** لسلسلة إحصائية :

- نحسب جداء كلّ فئة في تكرارها (معاملها) ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات (المعاملات).

مثال 1 : في إحدى المسابقات العلمية، معامل الرياضيات هو 5 ، معامل التكنولوجيا هو 3 و معامل الجيولوجيا هو 2 .
احسب معدل كمال إذا علمت أنه تحصل على 14 في الرياضيات، 15 في التكنولوجيا و على 12 في الجيولوجيا.

العلامات (N)	12	15	14	**المجموع**
المعاملات (c)	2	3	5	10
$N \times c$	24	45	70	139

$$\frac{14 \times 5 + 15 \times 3 + 12 \times 2}{5 + 3 + 2} = \frac{139}{10} = 13,9$$

إذن معدل كمال في هذه المسابقة هو 13,9 .

مثال 2 : متوسِّط عدد الإخوة و الأخوات

عدد الإخوة و الأخوات	0	1	2	3	4	5	6	**المجموع**
التكرارات	72	108	95	110	39	19	7	450

$$\frac{0 \times 72 + 1 \times 108 + 2 \times 95 + 3 \times 110 + 4 \times 39 + 5 \times 19 + 6 \times 7}{450} \approx 2,05$$

إذن متوسِّط عدد الإخوة و الأخوات هو 2,05 .

3.VI القيمة المقربة للمتوسط الحسابي لسلسلة مجمّعة في فئات

لحساب قيمة مقربة **للمتوسط الحسابي** لسلسلة إحصائية مجمّعة في فئات :

- نحسب مركز كلّ فئة ،
- نحسب جداء مركز كلّ فئة في تكرارها ،
- نحسب مجموع هذه الجداءات،
- ثمّ نقسم النتيجة على مجموع التكرارات.

مثال : المدة المتوسطة للسير من المنزل إلى المتوسطة

مدة السير من المنزل إلى المتوسطة	مراكز الفئات	التكرارات
$0 \leqslant t < 5$	$\frac{0+5}{2} = 2,5$	25
$5 \leqslant t < 10$	$\frac{5+10}{2} = 7,5$	111
$10 \leqslant t < 15$	$\frac{10+15}{2} = 12,5$	92
$15 \leqslant t < 20$	$\frac{15+20}{2} = 17,5$	85
$20 \leqslant t < 25$	$\frac{20+25}{2} = 22,5$	105
$25 \leqslant t < 30$	$\frac{25+30}{2} = 27,5$	32
المجموع		450

$$\frac{2,5 \times 25 + 7,5 \times 111 + 12,5 \times 92 + 17,5 \times 85 + 22,5 \times 105 + 27,5 \times 32}{450}$$

$$= \frac{6775}{450} \approx 15,06\,\text{min} = 15\,\text{min}\,(0,06 \times 60)\,\text{s} \approx 15\,\text{min}\,4\,\text{s}$$

إذن المدة المتوسطة للسير من المنزل إلى المتوسطة هي $15\,\text{min}\,4\,\text{s}$.

VII تطبيق

في مصلحة الأمومة في إحدى المستشفيات، تمّ قياس طول قامات الرُضَّع عند الولادة فكانت النتائج كما في الجدول الآتي :

طول القامة T (بِـ cm)	عدد الرُضَّع	التكرارات النسبية (%)	التكرارات المجمعة المتزايدة	التكرارات النسبية المجمعة المتزايدة
$45 \leqslant T < 47$	4			
$47 \leqslant T < 49$	6			
$49 \leqslant T < 51$	15			
$51 \leqslant T < 53$	8			
$53 \leqslant T < 55$	5			
$55 \leqslant T < 57$	2			
		100%		

(1) (ا) ماذا تعني الكتابة $55 \leqslant T < 57$ ؟

(ب) ماذا يعني العدد 8 في العمود الثاني ؟

(ج) ما هو العدد الإجمالي للرضّع الذين تمّ قياس طول قاماتهم ؟

(2) أكمل الجدول مع إظهار بعض حسابات التكرارات النسبية و بتدوير هذه التكرارات النسبية إلى الوحدة.

(3) أنشئ المدرّج التكراري لهذه السلسلة الإحصائية.

(4) (ا) ما هو عدد الرُضَّع الذين يقل طولهم عن $53\,\text{cm}$ ؟

(ب) ما هو عدد الرُضَّع الذين يزيد طولهم عن $53\,\text{cm}$ ؟

(5) (ا) ما هي النسبة المئوية للرضّع الذين يزيد طولهم عن $51\,\text{cm}$ ؟

(ب) ما هي النسبة المئوية للرضّع الذين يقل طولهم عن $49\,\text{cm}$ ؟

(ج) لماذا لا نحصل على 100% عند جمع هاتين النسبتين ؟

(6) احسب الطول المتوسط لقامات هؤلاء الرُضَّع.

(7) أنشئ المخطط الدائري لهذه السلسلة الإحصائية.