اختبار الثلاثي الأخير مادة الرياضيات — المستوى:الرابعة متوسط

المدة:2سا

الجزء الأول: " 12نقطة "

التمرين الأول: (3 نقاط)

1- أحسب : $PGCD(319;232)$

2- بسط كلا من A و B حيث : $A=(3-2\sqrt{5})^2$ و $B=5\sqrt{5}+\sqrt{45}-2\sqrt{20}$.

3- بين أن : $A+3B=PGCD(319;232)$

التمرين الثاني: (3 نقاط)

E عبارة جبرية حيث: $E=(2x-3)^2-(x-5)(2x-3)$

1- أنشر و بسط العبارة E.

2- حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3- حل المتراجحة : $E \geq 2x^2-4$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.

التمرين الثالث: (3 نقاط)

ABC مثلث قائم في B حيث : $AB=8cm$ و $\cos\hat{A}=\frac{4}{5}$.

1- أحسب كلا من الطولين AC و BC .

2- E نقطة من القطعة $[BC]$ بحيث : $CE=1,5cm$ و F نقطة من القطعة $[AC]$ بحيث : $CF=2,5cm$

- بين أن المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان .

التمرين الرابع: (3 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس للمستوي $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، حيث وحدة الطول هي: « cm » .

1- علم النقط : $A(-3\,;\,2)$ ، $B(3\,;4)$ ، $C(4\,;\,1)$

2- أعط القيمة المضبوطة للطول AB .

3- علما أن : $AC=\sqrt{50}$ و $BC=\sqrt{10}$ ، بين أن المثلث ABC قائم في B .

4- أنشئ النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ، ثم بين طبيعة الرباعي ABCD .

الجزء الثاني: 08 نقاط

الوضعية الإدماجية:

قصد أحمد ياسين وكالتين لكراء سيارات الأجرة ، فكانت شروط الكراء لكل وكالة كالتالي:

الوكالة الأولى: 10D.A لكل كيلومتر مقطوع إضافة إلى دفع مبلغ غير مسترجع قدره 2500D.A.

الوكالة الثانية: 15D.A لكل كيلومتر مقطوع إضافة إلى دفع مبلغ غير مسترجع قدره 1500D.A.

1- يريد ياسين قطع مسافة 300Km ، في رأيك أنت اي الوكالتين يختار؟

2- باعتبار x المسافة المقطوعة معبرا عنه بالكيلومتر "Km"

- عبر بدلالة x عن $f(x)$ المبلغ المستحق للوكالة الأولى و $g(x)$ المبلغ المستحق للوكالة الثانية .

3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، مثل الدالتين f و g .

(نأخذ: 1cm على محور الفواصل يمثل 50Km ، و 1cm على محور التراتيب يمثل 500D.A)

4- حل جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} y = 10x + 2500 \\ y = 15x + 1500 \end{cases}$ ، ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .

5- بقراءة بيانية ، متى يكون عرض الوكالة الثانية أفضل من عرض الوكالة الأولى؟

حل التمرين الاول:

1- حساب القاسم المشترك الاكبر للعددين 232 ، 319 :

$$319 = 232 \times 1 + 87$$
$$232 = 87 \times 2 + 58$$
$$87 = 58 \times 1 + 29$$
$$58 = 29 \times 2 + 0$$

و منه: $PGCD(319;232) = 29$

2- تبسيط كلا من A و B :

$$A = (3 - 2\sqrt{5})^2$$
$$A = 9 + 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{5}$$
$$A = 29 - 12\sqrt{5}$$

$$B = 5\sqrt{5} + \sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{4 \times 5}$$
$$B = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2 \times 2\sqrt{5}$$
$$B = (5 + 3 - 4)\sqrt{5}$$
$$B = 4\sqrt{5}$$

3- تبيان أن : $A + 3B = PGCD(319;232)$

$$A + 3B = 29 - 12\sqrt{5} - 3 \times 4\sqrt{5}$$
$$A + 3B = 29 - 12\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$
$$A + 3B = 29$$

حل التمرين الاول:

1- نشر و تبسيط العبارة E :

$$E = (2x - 3)^2 - (x - 5)(2x - 3)$$
$$E = 4x^2 + 9 - 12x - (2x^2 - 3x - 10x + 15)$$
$$E = 4x^2 + 9 - 12x - (2x^2 - 13x + 15)$$
$$E = 4x^2 + 9 - 12x - 2x^2 + 13x - 15$$
$$E = 4x^2 + 9 - 12x - 2x^2 + 13x - 15$$
$$E = 2x^2 + x - 6$$

2- تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

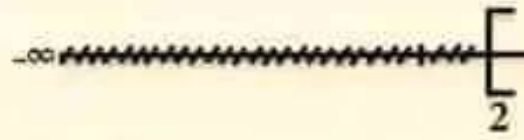
$$E = (2x - 3)^2 - (x - 5)(2x - 3)$$
$$E = (2x - 3)[(2x - 3) - (x - 5)]$$
$$E = (2x - 3)(2x - 3 - x + 5)$$
$$E = (2x - 3)(x + 2)$$

3- حل المتراجحة : $E \geq 2x^2 - 4$:

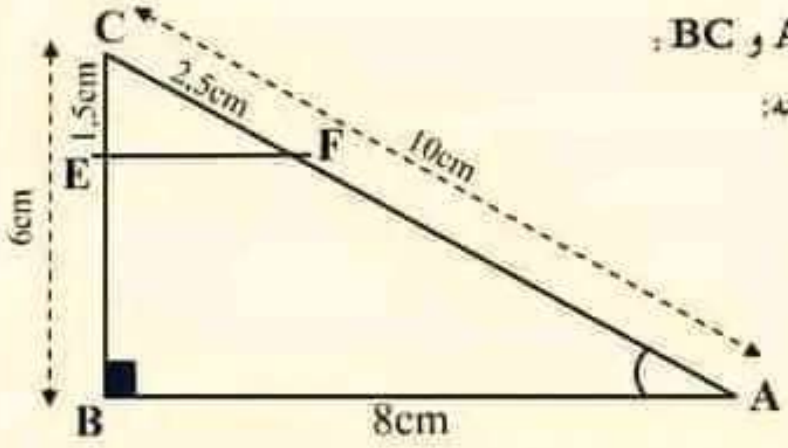
$$E \geq 2x^2 - 4$$
$$2x^2 + x - 6 \geq 2x^2 - 4$$
$$x - 6 \geq -4$$
$$x \geq -4 + 6$$
$$x \geq 2$$

حلول هذه المتراجحة هي كل x قيم الأكبر أو تساوي 2 .

- التمثيل البياني :



حل التمرين الثالث:



1- حساب كلا من الطولين AC و BC :

لدينا المثلث ABC قائم في B و منه:

$$Cos\widehat{A} = \frac{AB}{AC}$$
$$\frac{4}{5} = \frac{8}{AC}$$
$$AC = \frac{8 \times 5}{4}$$
$$AC = 10cm$$

2- حساب BC.

لدينا المثلث ABC قائم في B و منه حسب خاصية فيثاغورس نجد:

$$BC^2 = AC^2 - +AB^2$$
$$BC^2 = 10^2 - 8^2$$
$$BC^2 = 100 - 64$$
$$BC^2 = 36$$
$$BC = \sqrt{36}$$
$$BC = 6cm$$

3- تبيان أن المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان:

حساب كلا من:

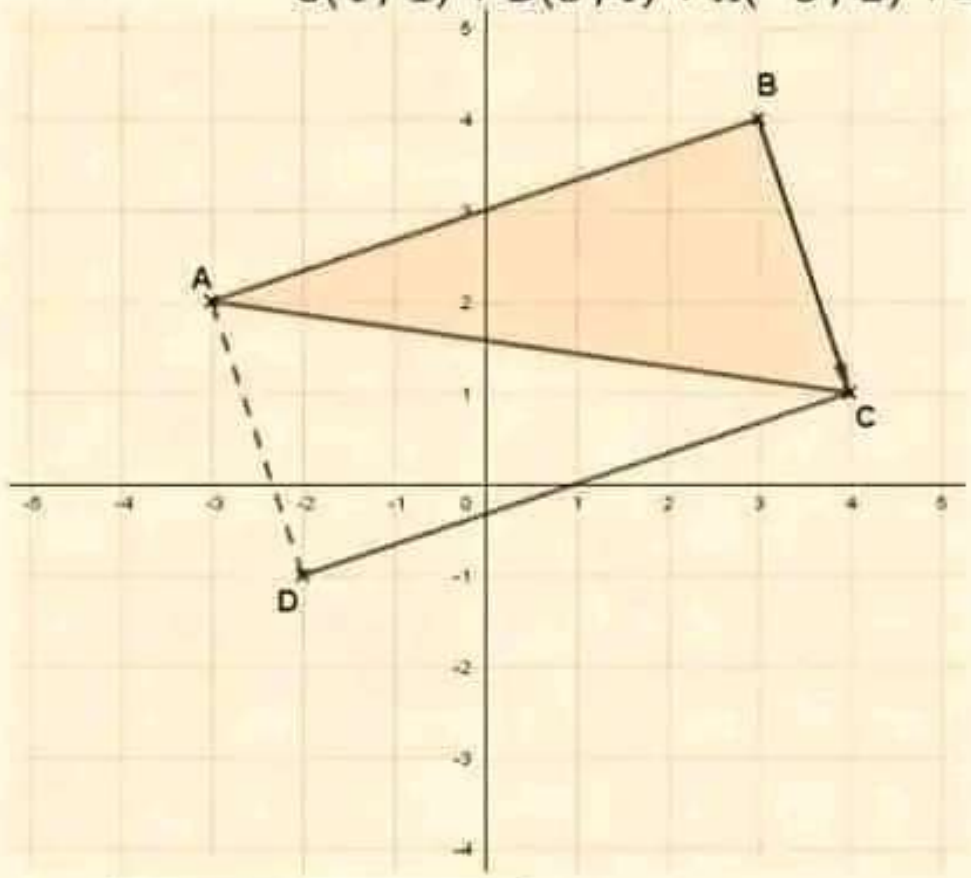
$$\frac{CE}{CB} = \frac{1,5}{6} = 0,25$$
$$\frac{CF}{CA} = \frac{2,5}{10} = 0,25$$

ومنه : $\frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CA}$ و النقط : C , E , B و C , F , A في استقامية و بنفس الترتيب

إذن : $(AB)//(EF)$ حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس.

حل التمرين الرابع:

1- علم النقط : $A(-3\,;\,2)$ ، $B(3\,;4)$ ، $C(4\,;\,1)$



2- أعط القيمة المضبوطة للطول AB:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$AB = \sqrt{(3-(-3))^2 + (4-2)^2}$$
$$AB = \sqrt{(6)^2 + (2)^2}$$
$$AB = \sqrt{36+4}$$
$$AB = \sqrt{40}$$

3- تبيان أن المثلث ABC قائم في B:

حساب كلا من : AC^2 و $AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = \left(\sqrt{50}\right)^2$$
$$AC^2 = 50$$
$$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{10})^2$$
$$AB^2 + BC^2 = 40 + 10$$
$$AB^2 + BC^2 = 50$$

و منه: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

إذن : المثلث ABC قائم في B حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورس.

4- تبيين طبيعة الرباعي ABCD :

لدينا : D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ معناه : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. و منه فالرباعي ABCD متوازي أضلاع.

لدينا الرباعي ABCD متوازي أضلاع فيه : $A\hat{B}C = 90^\circ$

إذن : الرباعي ABCD مستطيل .

حل الوضعية الإدماجية:

1- مساعدة أحمد ياسين في اختيار الوكالة الأفضل لقطع مسافة 300Km:

الوكالة الأولى : $10 \times 300 + 2500 = 5500$

الوكالة الثانية : $15 \times 300 + 1500 = 6000$

إذن الوكالة الأفضل لأحمد ياسين هي : الوكالة الأولى

2- التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

الوكالة الأولى: $f(x) = 10x + 2500$

الوكالة الثانية : $g(x) = 15x + 1500$

3- التمثيل البياني للدالتين f و g :

$y = 10x + 2500$		
x	0	200
y	2500	4500
$(x; y)$	(0; 2500)	(200; 4500)

$y = 15x + 1500$		
x	0	200
y	1500	4500
$(x; y)$	(0; 1500)	(200; 4500)