Telegram
قناة الأستاذ لحسن قنطار| الطور الثانوي

تمرين رقم 02

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ ، وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها (الوثيقة المرفقة) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

2) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) على الوثيقة المرفقة مثل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.

ج) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وماذا تستنتج؟

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$.

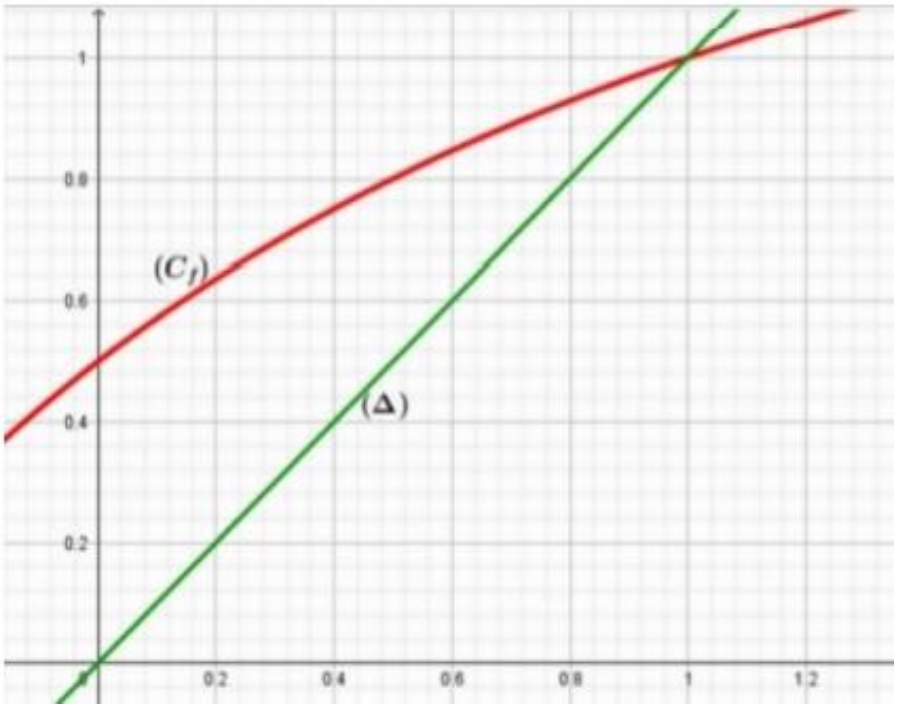
أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم عبر عن حدها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=1-\dfrac{2}{v_n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج) أحسب بدلالة n المجموعين:

$$S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_{n+2025}$$

$$T_n=\frac{1}{u_0-1}+\frac{1}{u_1-1}+\ldots+\frac{1}{u_{n+2025}-1}$$


(C_f)
(Δ)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2