الجمهوريـــة الجزائريــة الديمقراطيــة الشعبيــة

وزارة الـدفــاع الوطــنـــــي	السنة الدراسية : 2025/2024
أركان الجيش الوطني الشعبي	اختبار الثلاثي الثالث
دائرة الاستعمال و التحضير	المستوى: الثالثة ثانوي
مديرية مدارس أشبال الأمة	الشعبة : الرياضيات
المادة : الرياضيات	المدة : 4 ساعات و نصف .

على المترشح أن يعالج أحد الموضوعين على الخيار

الموضوع الأول

التمرين الأول 4 نقاط

I-) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $[z^2-(4+i)z+2+8i][\bar{z}-1-5i]=0 \dots\dots (E)$

1°) أ-) بين أن المعادلة $[z^2-(4+i)z+2+8i]=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه .

ب-) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: (E) .

II-) نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط : A ; B ; C ; D التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2i$; $z_B=1-5i$; $z_C=4-i$ و $z_D=\frac{4+3\sqrt{3}}{2}+i\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$.

1°) أ-) علم النقط A ; B ; C ، ثم أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ، ثم الشكل االمثلثي ، و استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ، ثم الشكل الأسي ، و استنتج طبيعة المثبث ACD .

ج-) عين القيس الرئيسي لزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ ، ثم علم النقطة D .

2°) نضع : $L=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$.أ-) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب L.

ب-) عين طويلة العدد المركب L ، و عمدة له ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

ج-) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيلي صرف .

3°) أ-) α عدد حقيقي غير معدوم ، عين z_I لاحقة النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha);(B;\alpha)\}$.

ب-) عين z_K لاحقة النقطة K صورة النقطة C بالتحاكي الذي مركزه I و نسبته -1 ،ثم عين طبيعة الرباعي $AKBC$

4°) T تحويل نقطي الذي يحول النقطة B إلى C و يحول النقطة C إلى A .

أ-) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة .

التمرين الثاني:4 نقاط

نريد تشكيل لجنة علمية تتكون من 4 أعضاء الرئيس و الكاتب ، و نائبين (النائبان لهما نفس المهام) ، وهذا قصد تمثيل المدرسة في تظاهرة علمية ، اللجنة يتم تشكيلها من بين 6 أشبال ذكور و 5 شبلات إناث ، من القسم السنة الثالثة رياضيات .

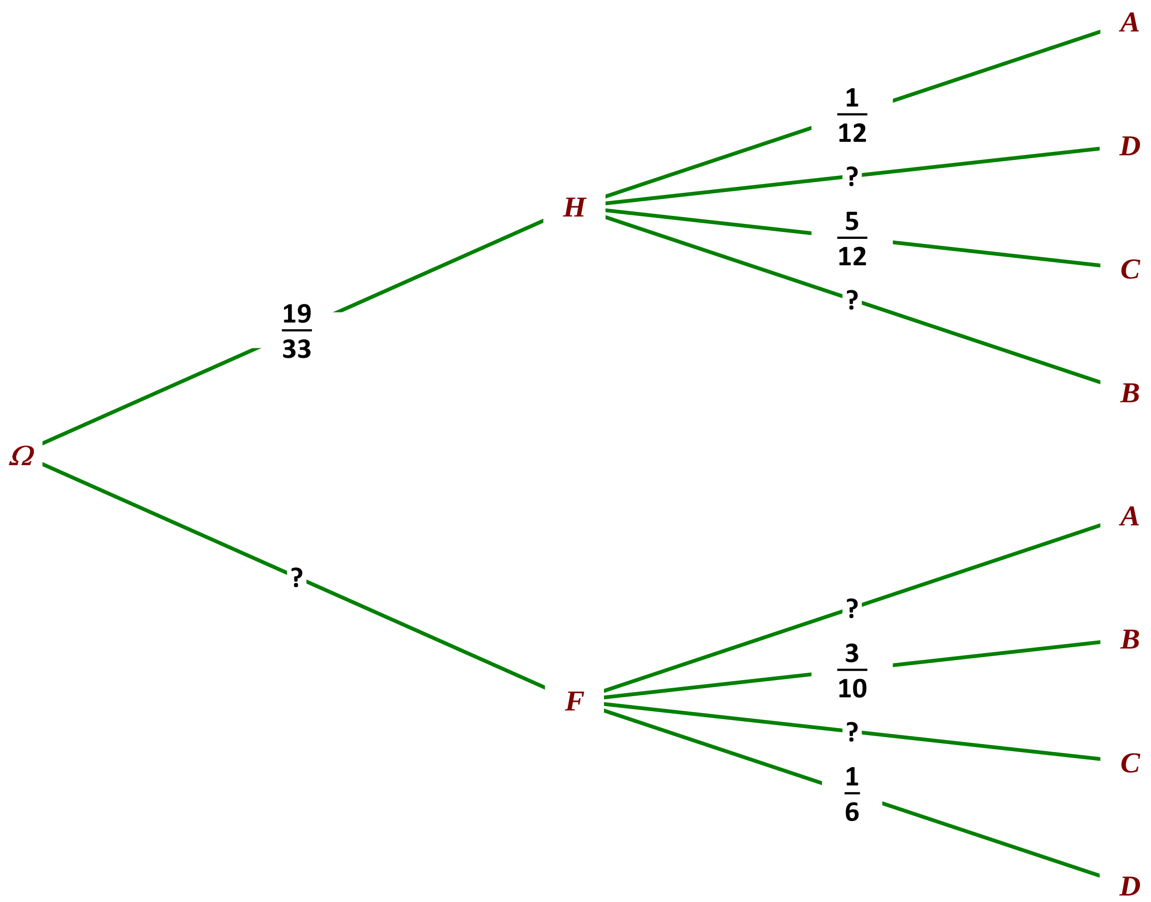
نعتبر كل الأشبال (ذكور و إناث) لهم نفس حظوظ للمشاركة في هذه اللجنة .

و لاختيار هذه اللجنة نقوم بسحب 3 كرات في آن واحد من الصندوق يضم 11 كرة متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 6 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء .

إذا كان عدد الكرات البيضاء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء فإننا نشكل لجنة يترأسها شبل (ذكر) و إلا نشكل لجنة تترأسها شبلة (أنثى) .

نعتبر الأحداث (الحوادث) التالية : H " عدد الكرات البيضاء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء ، و F " عدد الكرات الخضراء المسحوبة أكبر من عدد الكرات البيضاء ، و A " اللجنة تتكون من نفس الجنس ، و B " اللجنة تضم شبل (ذكر) وا حد فقط ، و C " اللجنة يكون فيها عدد الأشبال (ذكور) مساوي لعدد الشبلات (إناث) ، و D " اللجنة تضم شبلة (أنثى) وا حدة فقط .

1°) أ-) أحسب $P(F)$ ، ثم بين أن : $P_H(A)=\frac{1}{12}$ ، $P_H(C)=\frac{5}{12}$ ، و $P_F(D)=\frac{1}{6}$.
ب-) أكمل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه التجربة ، مبيننا كيفية حساب كل الاحتمالات المرفقة .



ج-) باستعمال دستور الاحتمالات الكلية أحسب $P(A)$ ، ثم أحسب $P_A(H)$.
2°) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد الأشبال (الذكور) فيها .
أ-) عين مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .
ب-) أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ ، ثم أحسب $P(5\leq e^{X}-X\leq 50)$.
3°) نظيف n كرة حمراء إلى الصندوق السابق ، ثم نسحب 3 كرات على التوالي و بالارجاع .(إرجاع الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي).أحسب بدلالة n حتمال P_n الحصول على كل ألوان العلم الوطني ، ثم جد قيمة n حتى يكون $P_n=\frac{45}{242}$

التمرين الثالث:05 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $1445x-2025y=\delta$ ...... (E) ، δ عدد صحيح نسبي .
1°) ما هو الشرط اللازم و الكافي للعدد δ حتى يكون للمعادلة (E) حلا على الأقل في $\mathbb{Z}^2$.
2°) نضع في كل مايلي $\delta=285$.
أ-) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) ، فإن: $x\equiv 0[3]$.
ب-) باستعمال خورزمية إقليدس عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) ، ثم استنتج الحل العام في $\mathbb{Z}^2$ للمعادلة (E).
ج-) إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) ، عين مجموعة القيم الممكنة لـ: $PGCD(x;y)$.
3°) أ-) بين أنه إذا كانت لثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) ، و كان $19|x$ فإن : $57|x$.
ب-) عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E)التي تحقق : $PGCD(x;y)=19$.
جـ-) عين الحل الخاص$(a;b)$ للمعادلة (E) الذي يحقق $\begin{cases} d=PGCD(a:b)=19 \\ m=PPCM(a;b)=499776 \end{cases}$.
4°) أ-) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^{n} على 11 .
ب-) عين باقي القسمة على 11 للعدد A علما أن: $A=1446^{81}+1447^{99}+4\times 2025^{1962}$.
ج-) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $75n^2\times 1447^{10n+1}+1446^{10n+3}\equiv 5^{10n+3}(1-3n^2)[11]$.

ثم عين مجموعة قيم n التي من أجلها يكون $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3}$ مضاعف 11 .

د-) عين مجموعة الثنائيات $(x;\ )$ حلول المعادلة (E)التي تحقق : $1446^y - 2975^x \equiv 0[11]$.

5°) α و β عددان طبيعيان غير معدومين و أوليان فيما بينهما ، N عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 9 على الشكل $\overline{\alpha\beta 00}$ و في النظام ذي الأساس β على الشكل $\overline{(\beta-2)(\beta-1)\alpha\alpha}$. عين قيمة الرقمين α و β ، ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي N في النظام العشري .

التمرين الرابع :07 نقاط

I-) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = Ln(\frac{x+3}{x}) - \frac{x+6}{x+3}$

1°) أ-) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال مجموعة التعريف .

ب-) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2°)أ-) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$، ثم تحقق أن $\alpha \in]0,5;0,6[$.

ب-) استنتج اشارة $g(x)$.

3°) بين أنه إذا كان $x \in]\alpha;2,5[$ فإن : $|g(x)| \le \frac{4}{5}$.

II-) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - x + 2\ si\ x > 0$ ، و $f(0) = 2$

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2Cm$) .

1°) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f على يمين الصفر (0) ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

2°) أ-) أثبت أن : $lim_{x\to+\infty} xLn(\frac{x+3}{x}) = 3$ (يمكن وضع $x = \frac{3}{h}$) ، ثم استنتج $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-) بين أن المستقيم (Δ) الذي $y = -x + 5$ معادلة له مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3°) أ-) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$.

ب-) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج-) بين أن $f(\alpha) = 5 - \frac{9}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4°) أ-) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتهاβ تنتمي إلى المجال $]4,2;4,3[$.

ب-) نقبل أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا δ في المجال $]1,9;2[$ ،و أن المستقيم (Δ) يقع فوق المنحنى (C_f)

أنشئ المستقيم (Δ) ، و المنصف ألأول ، أي المستقيم $(D): y = x$ ثم المنحنى (C_f) .

5°) أ-) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية V للدالة $v: x \mapsto xLn(x+3)$على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم عند 1 .

ب-) تحقق أن الدالة : $F: x \mapsto \frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3) - \frac{1}{2}x^2Lnx - \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 3 + 8Ln2$ هي دالة أصلية للدالة fعلى المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم عند 1 .

ج-) أحسب بالسنتيم متر مربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذين $x = 1$ و $x = \beta$ معادلتيهما .

6°) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = \alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ-) باستعمال الشكل الذي رسمته .مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) ، ثم خمن اتجاه تغيراتها و تقاربها .

ب-) برهن عن طريق التراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\alpha \le u_n \le 2,5$.

ج-) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_{n+1} - \delta| \le \frac{4}{5}|u_n - \delta|$.

د-) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - \delta| \le \left(\frac{4}{5}\right)^n |\alpha - \delta|$، ثم أحسب استنتج $\lim\ (u_n)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^{n} على 10 .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $33^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$.

3) عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ وَ $10<n\leq 25$.

4) نعتبر العدد A مكتوب بـ : $\overline{xx0xx02}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب بـ : $\overline{y612}$ في النظام ذي الأساس 7

أ− عيّن كلا من x وَ y ثم أحسب العدد A في النظام العشري .

ب− أكتب العدد A في النظام ذي الأساس 9 .

5) يحتوي صندوق على 4 كرات لا نفرق بينها عند اللمس و مرقمة ببواقي قسمة 3^{n} على 10 ، نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد .

أحسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي مجموع أرقام العدد 2019 .

6) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .

عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=-(\sqrt{3}+i)z-1+i(1+\sqrt{3})$.

1) حدّد طبيعة التحويل T ، ثمّ عيّن عناصره المميّزة . نسمي I النقطة الصامدة بالتحويل T .

2) لتكن النقطة M_0 ذات اللاحقة z_0 حيث : $z_0=\dfrac{\sqrt{3}}{4}+i\,\dfrac{3}{4}$ وَ Ω لاحقتها i .

أحسب المسافة ΩM_0 ، ثمّ جد قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0})$.

3) نعتبر متتالية النقط للمستوي (P) و المعرّفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $M_{n+1}=T(M_n)$.

نسمي z_n لاحقة النقطة M_n . أنشئ كلا من النقط : Ω ، M_0 ، M_1 وَ M_2 .

4) أ− برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $z_n-i=2^{n}e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0-i)$.

ب− أحسب ΩM_n بدلالة n .

ج− حدّد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\mathrm{Im}(z)=1$ وَ $\mathrm{Re}(z)\geq 0$.

5) عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n حيث M_n تنتمي إلى نصف المستقيم الذي مبدؤه Ω و موجه بالشعاع $\vec{u}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) يحتوي كيس على36كرة لا نفرق بينها باللمس،منها كرتان بيضاويتان و اثنتان حمراوان والأخرى خضراء نفرض أن كل السحابات متساوية الاحتمال − نسحب عشوائيا في آن واحد 3كرات من الكيس .

– أحسب احتمال الحوادث التالية : A : " الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون " .

B : " لا نحصل على أي كرة خضراء " و C : " لا نحصل إلا على كرة خضراء " .

2) تركيبة الكيس لا تتغير، نسحب 3مرات متتالية بالإرجاع كرة من الكيس ، وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها. عين قانون احتمال المتغير العشوائي Xثم أحسب أمله الرياضي .

3) نفرض الآن أن الكيس يحتوي على 36 كرة بحيث توجد n كرة بيضاء و n كرة حمراء و البقية خضراء $1 \leq n \leq 17$

نسحب عشوائيا في آن واحد 3كرات من الكيس . نعتبر الحوادث المذكورة في السؤال (1)

أ) أحسب $P(A)$ بدلالة n ، ثم عين n بحيث $P(A)$يكون أعظميا .

ب) أحسب $P(B)$ بدلالة n ، ابتداء من أي قيمة لـ n يكون $P(B) > 0,6$.

ج) أحسب $P(C)$ بدلالة n .

<u>التمرين الرابع :(7 نقاط)</u>

I-) نعتبرالدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2 - (x^2 + 1)e^{-x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1°) أ-) أحسب نهايات الدالة f .

ب-) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

2°) أ-) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل(Δ) بجوار $+\infty$ ، يطلب كتابة معادلة له .

ب-) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3°) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيد α بحيث $-0,5 \leq \alpha \leq -0,4$.

4°)أ-) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

ج-) أحسب $f(0); f(3)$ ، ثم أنشئ المماس(T) ، المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .

5°) نسمي (E) حزمة المستقيمات (Δ_m) التي $y = m(x-1) + \frac{5}{2}$.

أ-) تحقق أن : المستقيمين (T) و(Δ) ينتميان إلى (E) .

ب-) بين أن كل المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .

ج-) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = m(x-1) + \frac{5}{2}$.

II-) (I_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $I_n = \int_0^1 (x^n e^{-x})dx$.

1°) أحسب الحدين I_0وI_1 .

2°)أ-) أثبت باستعمال المكاملة بالتجزئة أن :$I_{\mathrm{n}+1} = -e + (\mathrm{n}+1)\mathrm{I_n}$ ، ثم أحسب الحدين I_2 .

ب-) استنتج مساحة الحيز من المستوي $\mathcal{A}$المحدد بالمنحنى (C_f) و محور التراتيب و المستقيم (Δ) والمستقيم ذو معادلة $x = 1$.

3°) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

أ-) مثل الحدود :u_0 ، u_1، u_2، u_3 على محور الفواصل ، ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

ب-) برهن عن طريق التراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \beta$.(β فاصلة نقطة تقاطع المنحنى و المنصف الأول نقبل أن $\beta = 3$) و أن المتتالية (u_n)متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

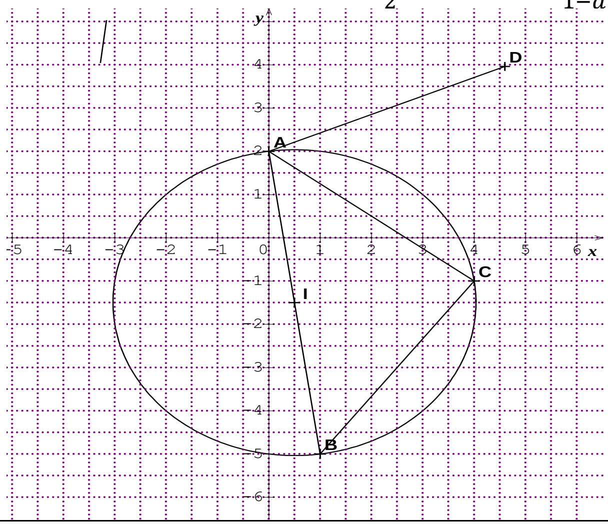
وزارة الدفاع الوطني — السنة الدراسية : 2025/2024

أركان الجيش الوطني الشعبي — اختبار الثلاثي الثالث

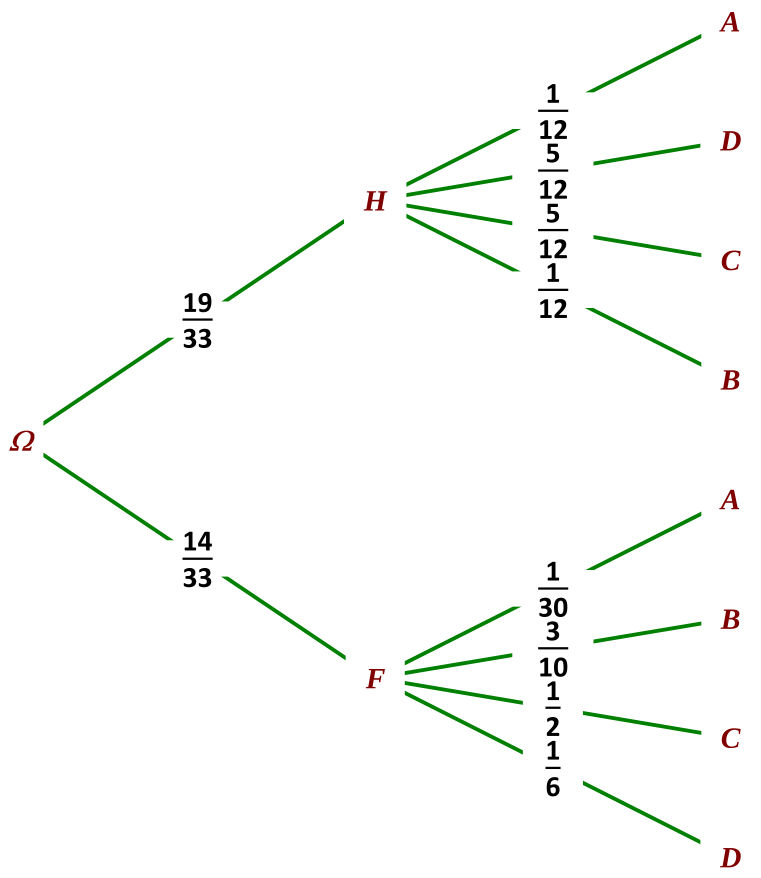
دائرة الاستعلام و التحضير — المستوى: الثالثة ثانوي

مديرية مدارس أشبال الأمة — الشعبة : الرياضيات

الاجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين	السؤال	الاجابة النموذجية	العلامة
التمرين الأول	I- 1°) أ-)	لدينا : $[z^2-(4+i)z+2+8i]=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يعني : يعني : $[-y^2-(4+i)(iy)+2+8i]=0$ $\begin{cases}-y^2+y+2=0\\ -4y+8=0\end{cases}$ و منه $y=2$. و عليه المعادلة : $z^2-(4+i)z+2+8i=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو : $z_0=2i$	0,5
	ب-)	المعادلة: (E) تكافئ : $(z-2i)(z-4+i)(\bar{z}-1-5i)=0$ و عليه مجموعة حاول المعادلة E: هي : $S=\{2i\,;1-5i;4-i\}$	0,25
	II- 1°) أ-)	لدينا : $z_A=2i$ ، $z_B=1-5i$; $z_C=4-i$; $z_D=\frac{4+3\sqrt{3}}{2}+\frac{1+4\sqrt{3}}{2}i$. لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{(4-3i)}{(1-7i)}=\frac{1}{2}(1+i)$ ، $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ...... و منه استنتج أن المثلث ABC قائم في B و متقايس الضلعين .	2×0,25
	ب-)	لدينا $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=\frac{(4+3\sqrt{3})+(-3+4\sqrt{3})i}{(8-6i)}=\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$ ، $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=e^{\frac{\pi}{3}i}$ ...... و منه استنتج أن المثلث ACD متقايس الأضلاع .	2×0,25
	ج-)	لدينا $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})=(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{12}$	0,125
	2°) أ-)	لدينا : $L=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\frac{(4+3\sqrt{3})+(-3+4\sqrt{3})i}{2(1-7i)}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+\frac{1+\sqrt{3}}{4}i$ .... و منه $\lvert L\rvert=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $Arg(L)\equiv\frac{7\pi}{12}[2\pi]$	0,25 0,25
	ب-)	و عليه : $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ، و $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{4}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	0,25
	ج-)	لدينا L^n تخيلي صرف معناه : $\frac{7\pi n}{12}=\frac{\pi}{2}+\pi k$ معناه $7n=6(1-2k)$ ومنه $n=6k'$....	0,25
	3°) أ-	لدينا $z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=\frac{1-3i}{2}$ ، و $z_K=-z_C+2z_I=-3-2i$	0,25
	ب-)	الرباعي $AKBC$ هو مربع ،	0,125
	ج-)	لدينا $z_C=az_B+b$ ، و $z_A=az_C+b$ و عليه $a=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_C}=i$ و منه T دوران	0,25
		لدينا $b=z_A-iz_C=-1-2i$ ، و $\frac{b}{1-a}=z_I$ ، زاوية T هي $\frac{\pi}{2}$ و مركزه I............	0,25
	4°) أ-) ب-) ج-)		0,5
التمرين الثاني	1- أ-)	لدينا $p(F)=\frac{A_5^3+C_5^2\times C_6^1}{C_{11}^3}=\frac{14}{33}$ ، $p_H(A)=\frac{A_6^2\times C_4^2}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{12}$............................	2×0,25
	ب-)	و $p_H(C)=\frac{A_6^2\times C_5^2+A_6^1\times A_5^1\times C_5^1\times C_4^1}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{5}{12}$ ، $p_F(D)=\frac{A_5^1\times A_6^1\times C_5^2}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{6}$	2×0,25

2×0,25 2×0,25 2×0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	و $p_H(D)=\frac{A_6^1\times A_5^1\times C_5^2+A_6^2\times C_5^1\times C_4^1}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{5}{12}$ ، $p_F(A)=\frac{A_5^2\times C_3^2}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{30}$.................. و $p_H(B)=\frac{A_6^1\times A_5^1\times C_4^2}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{12}$ ، $p_F(C)=\frac{A_5^2\times C_6^2+A_5^1\times A_6^1\times C_5^1\times C_4^1}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{2}$ .... لدينا $P(A)=p(H\cap A)+p(F\cap A)=p(H)\times p_H(A)+p(F)\times p_F(A)$ و منه : $P(A)=\frac{41}{660}$ و. $P_A(H)=\frac{p(A\cap H)}{p(A)}=\frac{95}{123}$...................................... مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{0;1;2;3;4\}$ .... لدينا: $p(X=0)=p(A\cap F)=\frac{7}{595}=\frac{28}{1980}$ ، و $p(X=1)=p(B)=\frac{347}{1980}$ ..... و: $p(X=2)=p(C)=\frac{179}{396}=\frac{895}{1980}$ ، و $p(X=3)=p(D)=\frac{41}{132}=\frac{615}{1980}$ .... و $p(X=4)=p(H\cap A)=\frac{19}{396}=\frac{95}{1980}$	ج-) 2-) أ-) 1°) ب-)	



2°)أ-)

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{28}{1980}$	$\frac{347}{1980}$	$\frac{895}{1980}$	$\frac{615}{1980}$	$\frac{95}{1980}$

0,25 0,25	لدينا $E(X)=\frac{347+1790+1845+380}{1980}=\frac{727}{330}$ و $P(5\leq e^X-X\leq 50)=\frac{151}{198}$ .... لدينا $P_n=\frac{6\times6\times5\times n}{(11+n)^3}=\frac{180n}{(11+n)^3}$ ، $p_n=\frac{45}{242}$ يعني $n=11$	ب-) 3°)	
 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,5	لدينا $1445x-2025=\delta$ و، $pgcd(2025;1445)=5$ إذن المعادلة تقبل حلا على الأقل في $\mathbb{Z}^2$ لازم و يكفي أن يكون δ مضاعف 5 .... لدينا $1445x-2025=285$ تكافئ $289x-405y=57$ يعني $289x=3(135y-19)$ و 289 و 3 أولي مع 289 إذن حسب غوص: $x\equiv 0[3]$ .... لدينا: $57=289(3)-405(2)$ ، و منه الحل الخاص هو $(3;2)$ .... و الحل العام للمعادلة هو : $(405k+3;289k+2)/k\in\mathbb{Z}$ .... القيم الممكنة لـ $d=PGCD(x;y)$: هي $d\in\{1;3;19;57\}$ .... إذا كان $19\|x$ و لدينا $3\|x$ و 3 أولي مع 19 إذن $57\|x$ .... لدينا $d=19$ يعني $y\equiv 19[57]$ أو $y\equiv 38[57]$ و منه $k\equiv 47[57]$ أو $k\equiv 9[57]$ يعني $\begin{cases}x=23085\alpha+19038\\y=16473\alpha+13585\end{cases}$ أو $\begin{cases}x=23085\alpha+3648\\y=16473\alpha+2603\end{cases}$	1°) 2°) أ-) ب-) ج-) 3°) أ-) ب-) ج-)	التمرين الثالث

°4) أ-)

لدينا $\begin{cases} x' = 1215\alpha + 1002 \\ y' = 867\alpha + 715 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x' = 1215\alpha + 192 \\ y' = 867\alpha + 137 \end{cases}$ و $x'y' = 26304$: 0,25

و منه نجد $\alpha = 0$ *و عليه* $(a;b) = (192;137)$ 0,25

ب-)

لدينا من أجل $n = 0$ فإن: $5^n \equiv 1[11]$ ، من أجل $n = 1$ فإن: $5^n \equiv 5[11]$ ،

من أجل $n = 2$ فإن: $5^n \equiv 3[11]$ ، من أجل $n = 3$ فإن: $5^n \equiv 4[11]$

من أجل $n = 4$ فإن: $5^n \equiv 9[11]$ ، من أجل $n = 5$ فإن: $5^n \equiv 1[11]$

و منه بواقي قسمة 5^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها 5 نلخصها في الجدول التالي. 0,25

$[5]$و	4و	3و	2و	1و	0و	$n \equiv$
$[11]$و	9و	4و	3و	5و	1و	$5^n \equiv$

0,25

ج-)

لدينا: $A \equiv 5 - 5^4 + 4[11]$ و منه $A \equiv 0[11]$ 0,25

لدينا $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3} \equiv -3n^2 \times 5^2 \times 5^{10+1} + 5^{10ى+3}[11]$

و منه: $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3} \equiv 5^{10n+3}(1 - 3n^2)[11]$ ....

د-)

لدينا $5^{10n+3}(1 - 3n^2) \equiv 0[11]$ يعني $4(1 - 3n^2) \equiv 0[11]$ يعني $3n^2 \equiv 1[11]$.

10و	9و	8و	7و	6و	5و	4و	3و	2و	1و	0و	$n \equiv$
3و	1و	5و	4و	9و	9و	4و	5و	1و	3و	0و	$3n^2 \equiv$

0,5

و منه : $n = 11\beta + 2$ ، $n = 11\beta + 9$ ....

°5)

لدينا: $1446^y - 2975^x \equiv 5^{4k+2} - 5^3[11]$ و منه $5^{4k+2} \equiv 4[11]$ .. 0, 5

ومنه $4k + 2 \equiv 3[5]$ و عليه $k = 5\theta + 4$ و بالتالي: $\begin{cases} x = 20250\theta + 1623 \\ y = 14450\theta + 1138 \end{cases}$.......... 0,5

لدينا: $N = 729\alpha + 81\beta = \beta^4 - \beta^3 - \beta^2 + \alpha + \alpha\beta$ و عليه :نجد β يقسم 728

و منه β = 7 و $\alpha = 2$ *و بالتالي :* $N = 2025$ ....

التمرين الرابع

°1) أ-)

لدينا: $g(x) = Ln(\frac{x+3}{x}) - \frac{x+6}{x+3}$

$lim_{x\to+\infty}\, g(x) = -1$و$lim_{x\to0^+}\, g(x) = +\infty$ 0,25

ب-)

لدينا: $g'(x) = \frac{-3(x+2)}{(x+3)^2}$ ، اشارة $g'(x)$ سالبة على المجال $]0;+\infty[$.......................... 0,25

و منه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.. 0,25

x	$-\infty$ a $+\infty$
$g'(x)$	$-$ $-$
$g(x)$	$+\infty \searrow 0 \searrow -1$

0,25

°2) أ-)

الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و، $lim_{x\to0^+}\, g(x) = +\infty$ 0,25

و$Li_{x\to+\infty}(x) = -1$ ، *إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة* المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$، بما أن $g(0,5) \approx 0,088$ و $g(0,6) \approx -0,041$

إذن : $α \in]0,5;0,6[$ 0,25

ب-)

x	0 a $+\infty$
$g(x)$	$+$ 0 $-$

0,25

°3)

لدينا لدالة g متناقصة تماما على المجال $]\alpha;2,5[$ و منه $g(2,5) < g(x) < g(\alpha)$

يعني $-0,8 < -0,75 < g(x) < 0$ و عليه : $|g(x)| \leq \frac{4}{5}$ 0,25

II-)

°1)

الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - x + 2\ si\ x > 0$ ،و $f(0) = 2$.

لدينا $\lim_{\substack{> \\ x\to0}} \frac{g(x)-g(0)}{x} = \lim_{\substack{> \\ x\to0}} \frac{x\left(Ln\left(\frac{x+3}{x}\right)-1+\frac{2}{x}\right)}{x} = +\infty$ و منه الدالة غير قابلة للاشتقاق على يمين 0 ، و المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس عمودي 0,25

لدينا: $lim_{x\to+\infty}\, xLn(\frac{x+3}{x}) = \lim_{\substack{> \\ h\to0}} \frac{3Ln(1+h)}{h} = 3$ ، و منه $lim_{x\to+\infty}\, f(x) = -\infty$ 0,25

لدينا: $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - (-x+5)) = \lim_{x\to+\infty}\left(xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - 3\right) = 0$ و منه المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ 0,25

ب-)

لدينا من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = Ln\left(\frac{x+3}{x}\right) + \left(\frac{-3}{x^2} \times \frac{x}{x+3}\right)x - 1$. 0,25

و منه: $f'(x) = g(x)$ ....

3°) أ- و منه الدالة f متناقصة تماما على $]\alpha;+\infty[$ و متزايدة تماما على المجال $[0;\alpha]$ 0,25

ب-

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

0,25
0,25

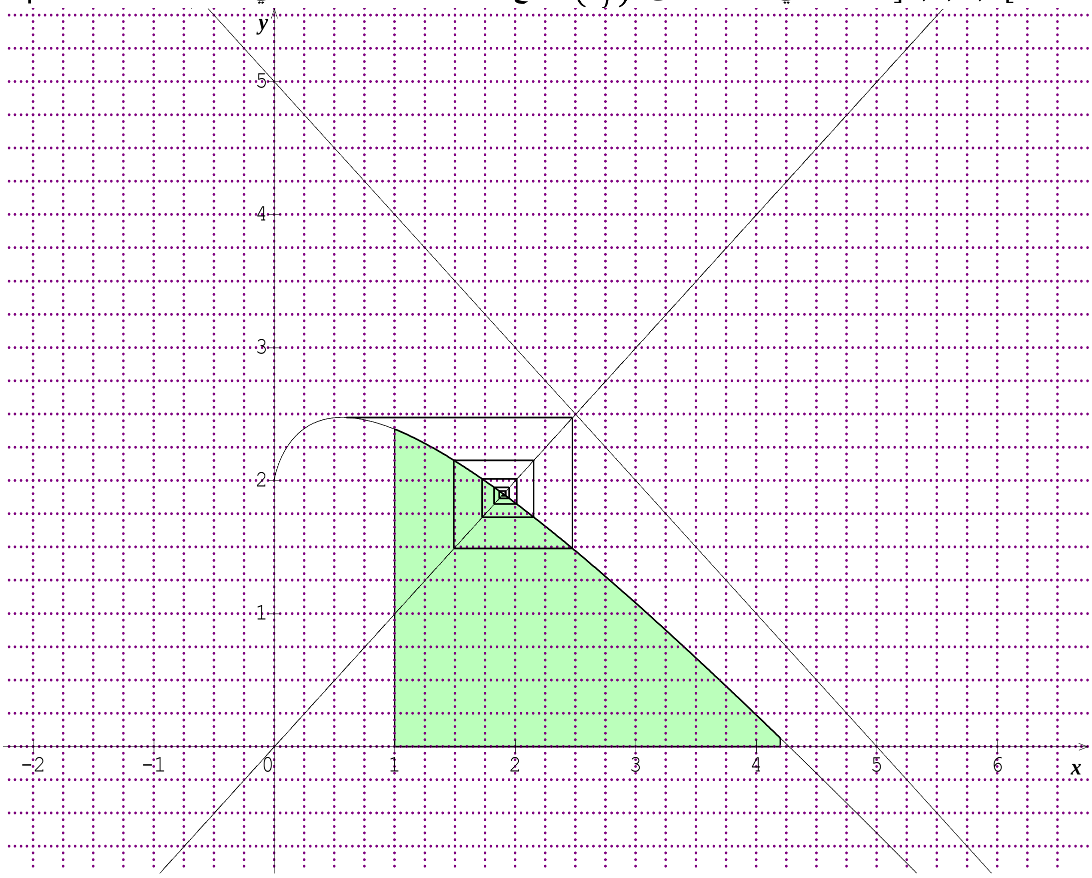
لدينا $g(\alpha)=0$ و منه $Ln\left(\frac{\alpha+3}{\alpha}\right)=\frac{\alpha+6}{\alpha+3}$ و عليه: $f(\alpha)=\alpha\frac{\alpha+6}{\alpha+3}-\alpha+2=5-\frac{9}{\alpha}$... 0,25

ج- لدينا: $0,5\le\alpha\le0,6$ و عليه $\frac{-9}{0,5}\le\frac{-9}{\alpha}\le\frac{-9}{0,6}$ و منه $2,42\le f(\alpha)\le2,5$ 0,25

4°) أ- الدالة f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[4,2;4,3]$ و $f(4,2)\approx0,063$ ،

و $g(4,3)\approx-0,024$ ، *إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة* المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في

ب- المجال $]4,2;4,3[$ ، مما يعني أن المنحنى (C_f) *يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها* β 0,25



0,5

5°) أ- لدينا: $V(x)=\int_1^x\left(tLn(t+3)\right)dt$.

بوضع $'(t)=t$ فإن $u(t)=\frac{1}{2}t^2-\frac{9}{2}$ و $w(t)=Ln(t+3)$ فإن $w'(t)=\frac{1}{t+3}$.

إذن : $V(x)=\left[\frac{t^2-9}{2}Ln(t+3)\right]_1^x-\frac{1}{2}\int_1^x\left(\frac{t^2-9}{t+3}\right)dt$.

و منه: $V(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)+8Ln2-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}t^2-3t\right]_1^x$ 0,25

ب- و عليه نجد: $V(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+8Ln2-\frac{5}{4}$ ....

لدينا: $F(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)-\frac{1}{2}x^2Lnx-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x-3+8Ln2$.

و منه: $F'(x)=xLn(x+3)+\frac{1}{2}(x-3)-xLnx-\frac{1}{2}x-x+\frac{7}{2}$.

ج- و منه: $F'(x)=xLn\left(\frac{x+3}{x}\right)-x+2$. و: $F(1)=(-8)Ln(2)+\frac{6}{2}-3+8Ln2=0$ 0,25

6°) أ- لدينا: $\mathcal{A}=4F(\beta)=2(\beta^2-9)Ln(\beta+3)-2\beta^2Ln\beta-2\beta^2+14\beta-12+32Ln2$ 0,25

لدينا: $u_0=\alpha$ ، و $u_{n+1}=f(u_n)$. 0,25

ب- المتتالية (u_n) ليست رتيبة و لكنها متقاربة ....

مرحلة ابتدائية : لدينا من أجل $n=0$: $u_0=\alpha$ و منه $\alpha\le u_0\le2,5$ ....(1)

مرحلة وراثية : نفرض أن : $\alpha\le u_n\le2,5$ *و نبرهن أن* $\alpha\le u_{n+1}\le2,5$.

لدينا: $\alpha\le u_n\le2,5$ *و الدالة f متناقصة تماما على المجال* $[\alpha;2,5]$

و منه: $\alpha\le f(2,5)\le u_{n+1}\le f(\alpha)\le2,5$ ....(2) 0,25

	ج-)	من (1) و (2) و حسب مبدأ البرهان بالتراجع نستنتج أن $\alpha \le u_n \le 2{,}5$ من أجل كل عدد طبيعي	
	د-)	لدينا : $\|u_{n+1}-\delta\| = \left\|\int_{\delta}^{u_n}\|g(x)\|dx\right\| = \|f(u_n)-f(\delta)\|$. و من جهة أخرى لدينا : $\|g(x)\| \le \frac{4}{5}$ و منه : $\left\|\int_{u_n}^{\delta}\|g(x)dx\|\right\| \le \frac{4}{5}\left\|\int_{u_n}^{\delta}dx\right\|$ و منه : $\left\|[\|f(x)\|]_{u_n}^{\delta}\right\| \le \frac{4}{5}\|u_n-\delta\|$ ، يعني $\|u_{n+1}-\delta\| \le \frac{4}{5}\|u_n-\delta\|$ .... لدينا : $\|u_n-\delta\| \le \frac{4}{5}\|u_{n-1}-\delta\|$ ، $\|u_{n-1}-\delta\| \le \frac{4}{5}\|u_{n-2}-\delta\|$ و هكذا حتى نصل إلى و $\|u_1-\delta\| \le \frac{4}{5}\|u_0-\delta\|$ ، و بضرب طرف لطرف نجد : $\|u_n-\delta\| \le \left(\frac{4}{5}\right)^n\|\alpha-\delta\|$ .... لدينا $0 \le \lim \|u_n-\delta\| \le 0$ إذن : $\lim u_n = \delta$	0,25 0,25 0,25

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـاع الوطـني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2024.2025
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: الرياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجـابة	العلامـة مجزأة	العلامـة كاملة
التمرين الأول	1) دراسة بواقي قسمة 3^n على 10 :		04 ن
	n : $4k$ ، $4k+1$ ، $4k+2$ ، $4k+3$ بواقي قسمة 3^n على 10 : 1 ، 3 ، 9 ، 7	0.5	
	2) لنبرهن أنّ : $33^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv0[10]$:	0.5	
	$\begin{cases}33\equiv3[10]\\16n+2=4(4n)+2\end{cases}$ إذن $33^{16n+2}\equiv9[10]$.		
	$109\equiv-1[10]$ إذن $109^{8n+1}\equiv-1[10]$.	0.5	
	ومنه: $33^{16n+2}-2\times109^{8n+1}-11\equiv0[10]$.		
	3) تعيين الأعداد الطبيعية n:	0.5	
	لدينا : $7\times3^{n+1}-1\equiv0[10]$ يعني: $21\times3^n\equiv1[10]$ أي $3^n\equiv1[10]$		
	إذن : $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$		
	ولدينا : $10<n\leq25$ إذن : $n\in\{12;16;20;24\}$.	0.25	
	4) أ) لدينا : $A=\overline{xx0xx02}^{3}=\overline{y612}^{7}$	0.25	
	معناه $\begin{cases}A=729x+243x+27x+9x+2=343y+6\times49+1\times7+2\\0<x<3\\0<y<7\end{cases}$	0.25	
	لنجد : $\begin{cases}1008x+2=343y+303\\0<x<3\\0<y<7\end{cases}$ أي : $\begin{cases}343y=1008x-301\\0<x<3\\0<y<7\end{cases}$.		
	لما $x=1$ نجد : $y=\frac{707}{343}$ (مرفوض) ، لما $x=2$ نجد : $y=5$ (مقبول) .	01 ن	
	النظام العشري للعدد A : $A=1008(2)+2=2018$.		
	ب) العدد A في النظام ذي الأساس 9 : $A=\overline{2682}^{9}$.	0.25	

التمرين الثاني — **04 ن**

1) تحديد طبيعة التحويل T :

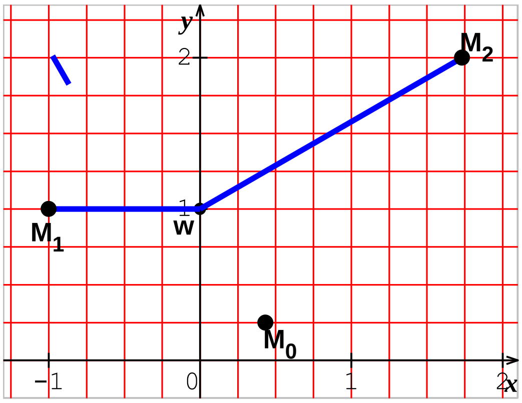
التحويل T هو تشابه مباشر نسبته : $k=2$ و زاويته : $\frac{7\pi}{6}$. $I(0;1)$ (النقطة الصامدة) . **0.75 ن**

2) حساب المسافة ΩM_0 :

*) لدينا : $\Omega M_0=|z_0-z_\Omega|=\left|\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}i\right|$ و منه : $\Omega M_0=\frac{1}{2}$. **0.5 ن**

*) لدينا : $\left(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0}\right)=\arg\left(z_0-z_\Omega\right)$ ، و منه : $\left(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0}\right)\equiv\frac{-\pi}{6}[2\pi]$. **0.5 ن**

3): إنشاء النقط : Ω ، M_0 ، M_1 و M_2 : **0.5 ن**



4) أ) البرهان بالتراجع : **0.5 ن**

من أجلمن أجل $n=0$ لدينا $2^0e^{0i}\left(z_0-i\right)=z_n-i$ (محققة) .

نفرض أن : $z_n-i=2^ne^{i\frac{7n\pi}{6}}\left(z_0-i\right)$. **0.25 ن**

ونبرهن أن : $z_{n+1}-i=2^{n+1}e^{i\frac{7(n+1)\pi}{6}}\left(z_0-i\right)$.

لدينا : $M_{n+1}=T\left(M_n\right)$ ، يعني : $z_{n+1}=-\left(\sqrt{3}+i\right)z_n-1+i\left(1+\sqrt{3}\right)$ ، أيّ أنّ :

$z_{n+1}-i=2^{n+1}e^{i\frac{7(n+1)\pi}{6}}\left(z_0-i\right)$ وهو المطلوب .

ب) حساب ΩM_n بدلالة n : **0.5 ن**

$\Omega M_n=|z_n-i|=2^n|z_0-i|$ ، و منه : $\Omega M_n=2^{n-1}$.

ج) تحديد مجموعة النقط M : $\begin{cases}\mathrm{Im}(z)=1\\ \mathrm{Re}(z)\geq 0\end{cases}$ أي : $\begin{cases}y=1\\ x\geq 0\end{cases}$ ، إذن : مجموعة النقط M

هي نصف المستقيم الذي معادلته $y=1$ مبدؤه Ω في اتجاه الشعاع $\vec{u}$.

<table>
<tr>
<td>5ن</td>
<td>0.5 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.25 ن
0.5 ن
0.5 ن
0.25
0,25
0,5</td>
<td>

5) تعيين مجموعة الأعداد الطبيعية n :

لدينا : $\overrightarrow{\Omega M_n}=k\vec{u}$ أي : $(z_n-i)\in\mathbb{R}^+$ يتحقق : $\arg(z_n-i)=2k\pi$ ، و منه :

$(7n-1)\pi=12k\pi$ ، أي : $7n-12k=1$ ، و منه : $7n\equiv1[12]$ ، أي : $n\equiv7[12]$ ، إذن :

$n=12\alpha+7$ ، مع $\alpha\in\mathbb{N}$.

5) احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 2019 هو : $p(A)=\frac{1}{6}$.

6) قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	4	8	10	12	16
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

حساب الأمل الرياضي $E(X)$: $E(X)=\frac{1}{6}[4+8+12+20+16]$.

و منه : $E(X)=10$.

1) $$P(A)=\frac{C_{32}^1\times C_2^1\times C_2^1}{C_{36}^3}=\frac{128}{7140}$$

$$P(B)=\frac{C_4^3}{C_{36}^3}=\frac{4}{7140}$$

$$P(C)=\frac{C_{32}^1\times C_4^2}{C_{36}^3}=\frac{192}{7140}$$

2) $$P(X=0)=\frac{34^3}{36^3}=\frac{39304}{46656}$$

$$P(X=1)=\frac{34^2\times 2^1\times 3}{36^3}=\frac{6936}{46656}$$

$$P(X=2)=\frac{34^1\times 2^2\times 3}{36^3}=\frac{408}{46656}$$

$$P(X=3)=\frac{2^3}{36^3}=\frac{8}{46656}$$

$$E(x)=0.12$$

</td>
<td>التمرين الثالث</td>
</tr>
</table>

		$P(A)=\frac{C_{36-2n}^{1}\times C_{n}^{1}\times C_{n}^{1}}{C_{36}^{3}}=\frac{n^{2}(36-2n)}{7140}$ (°1 (3	
	0,25	$p(A)$ يكون أعظميا . القيمة الحدية للدالة $x\mapsto x^{2}(36-2x)$ هي 12 ومنه $n=12$	
	0,5	$P(B)=\frac{C_{2n}^{3}}{C_{36}^{3}}=\frac{n(2n-1)(2n-2)}{7140\times 3}$ (°2	
		$P(B)\rangle 0.6\Leftrightarrow n\rangle 15.$ يكون $P(B)\rangle 0.6$ إبتدا من $n=16$	
	0,5	$P(C)=\frac{C_{36-2n}^{1}\times C_{2n}^{2}}{C_{36}^{3}}=\frac{n(2n-1)(36-2n)}{7140}$ (°3 .	

حل التمرين الرابع :

I-1) لدينا $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ....2×0,25

2) $-x = \frac{1}{2} + (x-1)^2 e^{-x}$ $f'(x) = \frac{1}{2} - [2x - (x^2+1)]$.و عليه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ 0,5

جدول التغيرات :...0,25

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

2) لدينا $0 = {}^{-x}$ $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1)$.، و منه المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته $y = \frac{1}{2}x + 2$:.................0,25

ب) لدينا $f(x) - \left(\frac{1}{2}x + 2\right) = -(x^2+1)e^{-x} < 0$ ومنه المنحنى تحت المستقيم المقارب المائل 0,25

3) لدينا الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و على المجال $[-0,5;-0,4]$ و $f(-0,5)\times f(-0,4) < 0$

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α بحيث $-0,5<\alpha<-0,4$ 0,5

4) لدينا $(\ ): y=f'(0)x+f(0)=\frac{3}{2}x+1$ 0,5

ب) لدينا : $f''(x)=[(2x-2)-(x^2-2x+3)]e^{-x}=-(x^2-4x+3)e^{-x}$ 0,5

ومنه $f''(x)$ انعدمت عند 3 و عند 1 و بالتالي المنحنى يقبل نقطتي انعطاف هما $A\left(1;\frac{3}{2}-\frac{2}{e}\right)$ و $B\left(3;\frac{5}{2}-\frac{10}{e^3}\right)$ 0,25

ج) $f(3)=\frac{5}{2}-\frac{10}{e^3}$ ، $f(0)=1$ 0,25

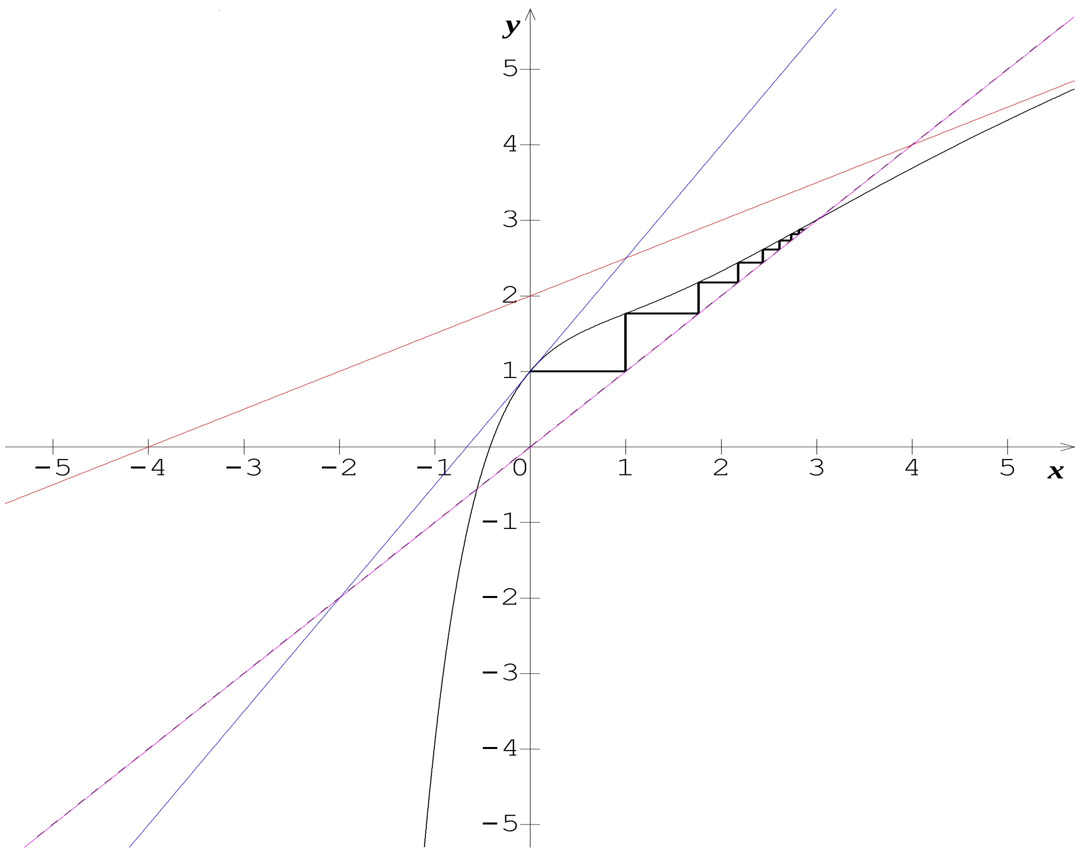
5) لدينا: $(\Delta): y=\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}(x-1)+\frac{5}{2}$ و $(T): y=\frac{3}{2}x+1=\frac{3}{2}(x-1)+\frac{5}{2}$ و منه $(\Delta),(T)\in(E)$ 0,5

ب) لدينا $y=m(x-1)+\frac{5}{2}$ تكافئ $-y+m(x-1)+\frac{5}{2}=0$ يعني $x=1$ و $y=\frac{5}{2}$ 0,25

ج) من أجل $m\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد موجب و من أجل $m\in\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$ فإن المعادلة لاتقبل حلول 0,25

و من أجل $m=\frac{3}{2}$ فإن المعادلة تقبل حل مضاعف معدوم .و من أجل $m\in\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين .في الاشارة 0,25

الرسم : 1,25



II-1) $I_0=\int_0^1 e^{-x}dx=[-e^{-x}]_0^1=1-e^{-1}$ و $I_1=\int_0^1 xe^{-x}dx=[-xe^{-x}]_0^1+\int_0^1 e^{-x}dx=1-2e^{-1}$ 0,5

2) $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x}\,dx=[-x^{n+1}e^{-x}]_0^1+\int_0^1(n+1)x^ne^{-x}\,dx=-e^{-1}+(n+1)I_n$ 0,5

ب) $I_2=-e^{-1}+2I_1=2-5e^{-1}$ 0,25

ج) $\mathcal{A} = \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{2}\mathrm{x} + 2\right) - \mathrm{f(x)}\right] dx = \int_0^1 x^2 e^{-x}\, dx + \int_0^1 e^{-x}\, dx = I_2 + I_0 = 3 - 6e^{-1} ua$ 0,5

3) المتتالية (u_n) متزايدة و متقاربة 0,25

ب) مرحلة 1 : من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 0$ ومنه $0 \le u_0 \le \beta$ محققة 0,25

مرحلة 2 : نفرض أن $0 \le u_n \le \beta$: و نبرهن أن $0 \le u_{n+1} \le \beta$.

لدينا $0 \le u_n \le \beta$ و الدالة f متزايدة تماما إذن $0 \le f(0) \le f(u_n) \le f(\beta)$: و عليه $0 \le u_{n+1} \le \beta$................0,5

مرحلة 1 : من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ ومنه $u_0 \le u_1$ محققة 0,25

مرحلة 2 : نفرض أن $u_n \le u_{n+1}$: و نبرهن أن $u_{n+1} \le u_{n+2}$

لدينا ${}_n \le u_{n+1}$ و الدالة f متزايدة تماما إذن $f(u_n) \le f(u_{n+1})$: و عليه $u_{n+1} \le u_{n+2}$ 0,5

مما يعني أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

ج) بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و محدودة فهي متقاربة 0,25