BEM2025

في الرياضيات

مع الأستاذ هلال خالد

المُراجعة النهائية وحلولها

- على فايسبوك: الرياضيات مع الأستاذ هلال خالد
- على انستغرام: Prof_khaled_mathpro

زكاة العلم نشره

دعواتكم للوالد بالرحمة والمغفرة

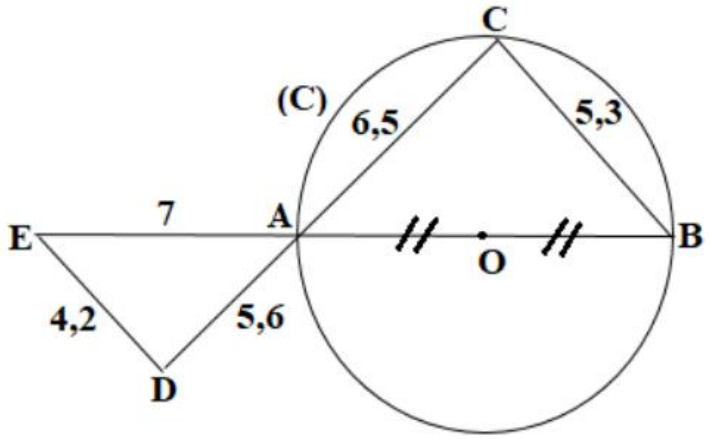
لا يتقدم من يتوقف عن التعلّم

المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

أهم أسئلة المقطع الأول الشائعة في شهادة التعليم المتوسط BEM2025

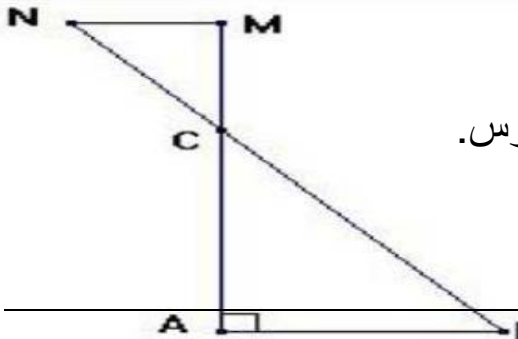
1. **احسُب العدد A** بتمعن حيث $A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{21}$ ثم اكتُبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. هل يمكن اختزال الكسر $\frac{x}{y}$ حيث $845x = 267y$ ؟ برّر جوابك.
3. قطعة خشبية في ورشة نجارة مُحيطها $26,04m$ وعُرضها يقل عن طولها بـ $3,1m$.
يُريد صاحبها تقطيعها إلى قطع مربعة الشكل متساوية المساحة وذات أكبر طول ضلع ممكن.
   1) احسُب طول ضلع كل مربع.
   2) احسُب عدد هذه القطع.
4. حديقة مُستطيلة الشكل مساحتها $9126m^2$ تُريد البلدية إحاطتها بأقل عدد ممكن من أعمدة الإنارة (ذات جودة عالية) بحيث تكون المسافة بين كل عمودين متساوية وأكبر ما يمكن وفي كل ركن عمود واحد. إذا علمت أن عُرضها يساوي ثلثي طولها.
   - احسب عدد هذه الأعمدة.
5. احسُب العدد الطبيعي B حيث $B = 3\sqrt{2} \times \sqrt{32}$.
6. نعتبر العبارتين التالية: $A = (3 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2)$
و $B = \sqrt{2} \times \sqrt{10} - \sqrt{5}(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{36}$.
   1) اكتب A و B على الشكل $a\sqrt{b} + c$ حيث b أصغر عدد موجب ممكن.
   2) احسب العدد الطبيعي $A \times B$.
7. بسط العبارة الآتية على الشكل $a\sqrt{6}$: $A = \sqrt{150} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24}$.
8. اكتُب العبارتين $\mathbf{M}$ و $\mathbf{N}$ على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر عدد موجب ممكن:
$N = \sqrt{5} - \sqrt{2} \times \sqrt{40} + 3\sqrt{45} - \sqrt{20}$ ؛ $M = \sqrt{12} - \sqrt{27}$
9. **احسُب الـ $PGCD(325; 117)$ ثم استنتج تبسيطا للعبارة F على الشكل $a\sqrt{b}$**
حيث $F = \sqrt{325} - 3\sqrt{\frac{702}{6}}$.
10. حل المُعادلات الآتية -إن أمكن ذلك-:
$\frac{7x-1}{3} = \frac{x+4}{3}$ ؛ $x^2 - 40 = -4$ ؛ $\frac{x^2}{3} = -3$ ؛ $\frac{x}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{x}$ $(x \neq 0)$.
11. اكتُب مقام النسب الآتية مقاما ناطقا: $\frac{\sqrt{8}-1}{3\sqrt{2}}$ ؛ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{3} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ؛ $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

12. نعتبر (C) دائرة مركزها O وقطرها $[AB]$، $C \in (C)$ والأطوال غير حقيقية على الشكل.
وحدة الطول الـ cm.



1) أثبت أن المثلث ABC قائم.
2) احسُب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة.
3) برهن أن: $(ED) \perp (AD)$.

13. في الشكل المُقابل ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 5$ ؛ $BC = 13$ ؛ $CM = 2,4$
$N \in (BC)$ حيث $CN = 2,6$ و $M \in (AC)$.



1) أثبت أن $(MN)//(AB)$ ثم بيّن أن: $MN = 1$.
2) اشرح لماذا المثلث CMN قائم دوناستعمال خاصية فيثاغورس.

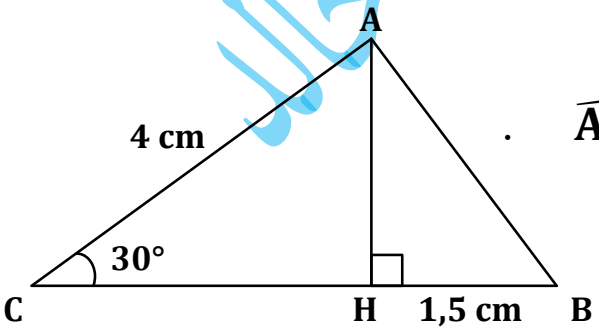
الأطوال غير حقيقية
وحدة الطول السنتيمتر

14. نعتبر $\hat{a}$ زاوية حادة في مثلث قائم **جيب تمامها** يُساوي $\frac{\sqrt{2}}{5}$.
1) احسُب القيمة المضبوطة لجيب الزاوية الحادة $\hat{a}$.
2) احسب القيمة المضبوطة لـ $\tan \hat{a}$.

15. نعتبر EFG مثلث قائم في E حيث $EF = 3,5dm$ و $\hat{F} = 30°$.
- احسُب طول الضلع EG بالتدوير إلى الوحدة من الـ dm.

16. نعتبر RST مثلث قائم في R حيث $SR = 4cm$ و $ST = 6cm$.
- احسب قيس الزاوية $\widehat{STR}$ **بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة**.

17. نعتبر ABC مثلث حيث:
$AC = 4cm$; $BH = 1,5cm$; $\widehat{ACB} = 30°$.



1) بيّن أن $AH = 2cm$.
2) احسب قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.

المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

أهم الأسئلة الشائعة الواردة في شهادة التعليم المتوسط للمقطع الثالث والرابع

1. نعتبر العبارات الجبرية الآتية:

$$E = x(3x-1) - (3x+1)(3x-1) \quad ; \quad F = 2x^2 - 6x + 4(x-3)^2$$

$$G = 5\sqrt{3}x + (x-4)(\sqrt{3}x - 2) - 10 \quad ; \quad H = -x(5x-2) + x^2$$

أ) **انشر** ثم **بسط** هذه العبارات.

ب) **حلّل** هذه العبارات الجبرية.

2. نعتبر العبارات الجبرية الآتية:

$$E = (5x-3)^2 - (7x+2)^2 \quad ; \quad F = 9x^2 - (6x+1)^2$$

$$G = 2x^2 - (3\sqrt{2}x - 1)^2 \quad ; \quad H = (8x-2)^2 - 100x^2$$

$$K = 4 + 6(\sqrt{5}x - 2) - 5x^2 .$$

أ) **انشُر** ثم **بسّط** هذه العبارات.

ب) **حللها** إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3. **حل المُعادلات** الآتية: $\frac{2x-5}{3} = \frac{x+1}{2}$ ؛ $\frac{x^2}{\sqrt{7}-2} = \sqrt{7}+2$

$$(3x-2)(6x+11) = 0 \quad ; \quad -5x(x+2) = 0 \quad ; \quad -\frac{7}{6}(2x-7) = 0$$

$$(2x+11)^2 - (x-6)^2 = 0 \; ; \; 4x^2 - 6x = 0 \; ; \; (x-1) + (7x-3) = 0$$

$$3x^2 = (2\sqrt{3}x - 1)^2 \quad ; \quad (3x-2)^2 = (7x+1)(3x-2)$$

4. هل العدد -1 حل للمُتراجحة $5x - 2 < 2x - 5$؟ علل بالتعويض.

5. **حل المُتراجحات** الآتية ثم مثّل حلولها على مُستقيم عددي:

$$2x(x-1) \leq 2x^2 + 4x - 7 \quad ; \quad 7x + 4 < -3x + 5$$

6. نعتبر العبارة الجبرية E حيث: $E = (x-2)^2 - (3x+5)^2 - 12x - 9$

أ) انشُر ثم بسّط العبارة الجبرية E .

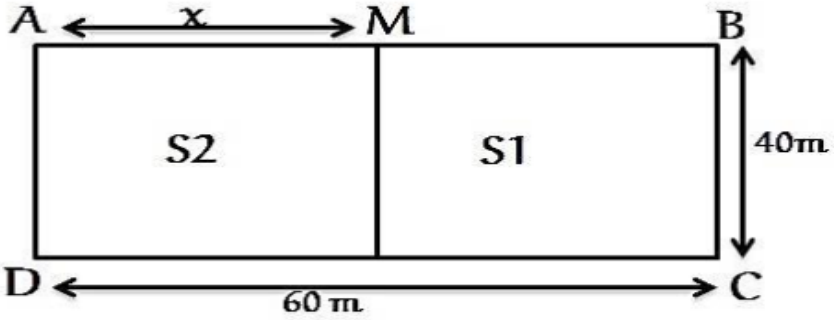
ب) حلّل العبارة الجبرية E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

ج) حل المُعادلة $-2(4x+3)(x+5) = 0$.

د) حل المُتراجحة $E - 40x \geq -8x^2 - 25$ ثم مثّل على مُستقيم حلولها.

لا تحسبنّ العلم ينفع وحده * ما لم يُتوّج ربُّه بخلاق

7. لاحظ الشكل ثم عبر عن **مُحيط** وعن **مساحة كل من** S_1 و S_2 بدلالة x حيث $x > 0$.



الأطوال غير حقيقية على الشكل.

الشكل منقول للأمانة

8. نعتبر المثلث المُتساوي الساقين ABC حيث $AB = AC = 4cm$ و $BC = 5cm$.

1) أنشئ النقط D و E و F بحيث:

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$

2) أثبت أن C منتصف $[AE]$ ثم أثبت أن نوع الرباعي $ABEF$ متوازي أضلاع.

3) برّر المُساواة الشعاعية الآتية: $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{EB}$.

9. نعتبر في معلم مُتعامد ومتجانس للمُستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$ النقط $A(0; 2)$ ؛ $B(3; -1)$ و $C(-3; -1)$:

1) احسُب مُركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج أن: $AB = 3\sqrt{2}$.

2) احسُب القيمة المضبوطة للطول AC.

3) ما نوع المثلث **ABC**؟ برّر جوابك.

4) احسُب إحداثيتي النقطة **D** صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

5) اثبت أن المُستقيمان (AD) و(BC) **مُتعامدان**.

10. نعتبر النقط **E** ، **F** ، **G** من مُستو مُزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{oi}, \overrightarrow{oj})$ حيث $E(-2; 0)$ ؛ $F(1; 1)$ ؛ $G(2; -2)$ ؛ $H(-1; -3)$ ؛ $L(a; 2)$.

1) بيّن أن: $EG = 2\sqrt{5}$.

2) أثبت أن المُثلث **EFG** قائم ومُتساوي الساقين علما أن $EF = \sqrt{10}$.

3) عين إحداثيتي I مركز الدائرة (C) المُحيطة بالمثلث **EFG**.

4) احسُب نصف قطر الدائرة المُحيطة بالمثلث **EFG** ثم أثبت أن $H \in (C)$.

5) احسُب العدد a فاصلة النقطة **L** علما أن **F** منتصف $[EL]$.

6) أنشئ K بحيث $\overrightarrow{FK} = \overrightarrow{GF}$ ثم بيّن ما نوع الرباعي **EKLG**؟ برر جوابك.

من لم يُجاهد نفسه وقت الصبا * ضاعت عليه مراتب الأخيار

المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

أهم الأسئلة الشائعة الواردة في شهادة التعليم المتوسط للمقطع الخامس

1. نعتبر جملة المُعادليتن الآتية: $\begin{cases} 2x+y=-12 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$.
   أ) تحقق من أن الثنائية $(-7;2)$ **ليست** حل للجملة.
   ب) حُل الجملة السابقة.

2. لإقامة حفل نهاية السنة الدراسية اشترى مدير مُتوسطة 6 قارورات مشروبات غازية وقارورة عصير بثمن $205DA$. ثمن قارورة عصير واحدة وثمن قارورة مشروبات غازية واحدة مجتمعتان $55DA$.
   احسب ثمن قارورة العصير وثمن قارورة المشروب الغازي.

3. إذا زاد طول مُستطيل بـ 20% فإن نصف مُحيطه يُصبح $22,4cm$ وإذا نقص عُرضه بـ 20% فإن نصف مُحيطه يصبح $184mm$.
   احسُب بُعدي هذا المُستطيل.

4. نعتبر الدوال f ، g و h الآتية التي عباراتها:
   $f(x)=-3$ ؛ $g(x)=\frac{5}{6}x$ ؛ $h(x)=-\frac{4}{7}x+2$.
   1) ما نوع كل دالة؟
   2) احسُب صورة العدد -18 بالدالة g .
   3) احسُب العدد الذي صورته $\frac{3}{2}$ بالدالة h .
   4) أنشئ التمثيل البياني لكل دالة في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

5. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ النقط $A(-2;3)$ ؛ $B(1;6)$ و $C(a;29)$ ؛ وحدة الطول السنتيمتر (cm).
   1) عين العبارة الجبرية للدالة f التي تمثيلها البياني المُستقيم (AB).
   2) أنشئ المُستقيم (d) التمثيل البياني للدالة g التي عبارتها $g(x)=-2x+1$ في نفس المعلم.
   3) عين العدد النسبي a حتى تكون النقطة C تنتمي إلى المُستقيم (d).
   4) احسُب إحداثيتي نقطة تقاطع (d) و(AB).

العلم خير ما تُبذل فيه تعب الجسوم والنفوس.

6. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ **BEM2025**.
النقط $M(-1;-5)$ ؛ $N(0;-4)$ و $C(5;1)$.
الأستاذ هلال خالد

- أثبت أن النقط على استقامة واحدة.

7. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
النقط $D(2;-5)$ ؛ $E(-0,5;3)$ و $F(\frac{3}{2};z)$. وحدة الطول السنتيمتر (cm).

1) عين العبارة الجبرية للدالة h التي تمثيلها البياني المُستقيم (OD).
2) عين العدد z حتى يكون مُعامل توجية المُستقيم (EF) هو العدد -2 .
3) استنتج العبارة الجبرية للدالة f التي تمثيلها البياني المُستقيم (EF).

8. نعتبر **جملة المُعادلتين** الآتية: $\begin{cases} 3x+2y=-1 \\ 4x+y=2 \end{cases}$. حل الجملة **بيانيا**.

9. وزن كيس إسمنت $50kg$ أنقص من وزنه 8%. احسُب وزنه الجديد.

10. في محل بيع ألبسة انخفض سعر معطف بـ $4000DA$ بنسبة 15% من سعره الأصلي.
- احسب سعره بعد الإنخفاض.

11. سعر كبش قبل أسبوعين من عيد الأضحى $75000DA$ وقبل أسبوع ارتفع أصبح $90000DA$. احسُب النسبة المئوية لهذا الارتفاع ومُعامل الإرتفاع.

وضعية إدماجية

وكالة تجارية تعرض على زبائنها عرضين لاقتناء جرائدها:
العرض الأول: ثمن الجريدة الواحدة بـ $6DA$.
العرض الثاني: اشتراك سنوي $500DA$ مع دفع $0,4\%$ من الاشتراك ثمن لكل جريدة مُشتراة.

1. احسُب الثمن المدفوع حسب العرض الأول في حالة شراء 8 جرائد.
2. احسُب عدد الجرائد المُشتراة في حالة دفع $1100DA$ حسب العرض الثاني.
3. ليكن x عدد الجرائد المُشتراة و $f(x)$ الثمن المدفوع حسب العرض الأول و $g(x)$ الثمن المدفوع حسب العرض الثاني وبالإستعانة بسلم رسم $2cm$ على محور الفواصل لكل 50 جريدة و $2cm$ على محور التراتيب لكل $500DA$.

- عين متى يكون كل عرض هو الأفضل.

ذكر الله عز وجل دواء القلوب
يُوزن المرء بعقله ويُقوّم بفعله.

تصحيح المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

تصحيح أهم أسئلة المقطع الأول الشائعة في شهادة التعليم المتوسط BEM2025

1. حساب العدد A بتمعن حيث $A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{21}$ ثم كتابته على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{4}{21} = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{21}{4} = \frac{7}{5} - \frac{63}{20} = \frac{28}{20} - \frac{63}{20}$ وبالاختزال نجد: $A = -\frac{7}{4}$.

2. لا يمكن اختزال الكسر $\frac{x}{y}$ حيث $845x = 267y$ لأن الـ $PGCD(845; 267) = 1$

أي أن العددان 267 و845 غير أوليان فيما بينهما.

3. وضعية القطعة الخشبية.

1) حساب طول ضلع كل مربع:

التحويل: $26,04m = 2604cm$ ؛ $3,1m = 310cm$.

طول ضلع كل بلاطة هي: $62cm$.

2) حساب عدد هذه القطع: $2604 \div 62 = 42$ و $310 \div 62 = 5$

$5 \times 42 = 210$ فعدد هذه القطع هو 210.

- وضعية الحديقة المُستطيلة الشكل. حساب عدد هذه الأعمدة:

إيجاد عرض وطول القطعة: نرمز لطولها بـ x فيكون عرضها $\frac{2}{3}x$.

ونتحصل على المُعادلة: $x \times \frac{2}{3}x = 9126$ أي $\frac{2}{3}x^2 = 9126$ وبضرب الطرفين في مقلوب $\frac{2}{3}$ نجد:

$x^2 = 13689$ وهي معادلة من الشكل $x^2 = b$ وبما أن $b = 13689$

عدد موجب، فللمعادلة حلان هما $x = 117$ (مقبول) أو $x = -117$ (مرفوض).

العرض: $78m$ (لأن: $\frac{2}{3} \times 117 = 78$) والطول $117m$.

4. حساب العدد الطبيعي B حيث: $B = 3\sqrt{2} \times \sqrt{32}$

$B = 3\sqrt{2} \times \sqrt{32} = 3 \times \sqrt{2 \times 32} = 3 \times \sqrt{64} = 3 \times 8 = 24$.

5. العبارتين A و B: كتابة A و B على الشكل $a\sqrt{b} + c$ حيث b أصغر عدد موجب ممكن:

$A = (3 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2) = 3\sqrt{5} + 6 - 5 - 2\sqrt{5} = \sqrt{5} + 1$.

$B = \sqrt{20} - \sqrt{5} + 5 - 6 = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 = \sqrt{5} - 1$.

1) حساب العدد الطبيعي $A \times B$:

$A \times B = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$.

6. تبسيط العبارة الآتية على الشكل $a\sqrt{6}$:

$A = \sqrt{150} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} = 5\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$.

7. كتابة العبارتين M و N على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر عدد موجب ممكن:

$M = \sqrt{12} - \sqrt{27} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -3$.

$N = \sqrt{5} - \sqrt{80} + 3\sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

لا تكُن شاب البدن أشيب الهمّة، فإن همّة الصادق لا تشيب.

8. حساب الـ $PGCD(325;117)$ ثم استنتاج تبسيطا للعبارة F على الشكل $a\sqrt{b}$:
باستعمال خوارزمية إقليدس نجد $PGCD(325;117)=13$ (أنت توضح الخوارزمية).

$$F=\sqrt{325}-3\sqrt{\frac{702}{6}}=\sqrt{325}-3\sqrt{117}=5\sqrt{13}-9\sqrt{13}=-4\sqrt{13}$$.

9. حل المُعادلات الآتية -إن أمكننا ذلك-:

- لدينا $(x\neq 0)$ $\frac{x}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{x}$ معناه $x^2=(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$
  أي $x^2=(\sqrt{3})^2-1^2$ أي $x^2=3-1$ ومنه $x^2=2$
  وبما أن $2>0$ للمعادلة حلان هما $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$.
- لدينا $\frac{7x-1}{3}=\frac{x+4}{3}$ معناه $7x-1=x+4$ أي $6x=5$ ومنه $x=\frac{5}{6}$.
  لدينا $x^2-40=-4$ معناه $x^2=-4+40$ ومنه $x^2=36$
  وبما أن $36>0$ للمعادلة حلان هما 6 و -6 .
- لدينا $\frac{x^2}{3}=\frac{-3}{1}$ معناه $x^2\times 1=3\times(-3)$ ومنه $x^2=-9$
  وبما أن $-9<0$ فإن المُعادلة لا تقبل حلا.

10. كتابة مقام النسب الآتية مقاما ناطقا:

$$\frac{\sqrt{8}-1}{3\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{8}-1)\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4-\sqrt{2}}{12}\ ;\ \frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\times(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=3(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$.

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{3}+\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{3}+\frac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{3}+\frac{6\sqrt{6}}{3}=7\sqrt{6}-\sqrt{7}$$.

11.

1) إثبات أن المثلث $\boldsymbol{ABC}$ قائم:
بما أن الضلع $[\boldsymbol{AB}]$ **هو قطر للدائرة** $(\boldsymbol{C})$ و $\boldsymbol{C}\in(\boldsymbol{C})$، **فإن** المثلث $\boldsymbol{ABC}$ قائم في $\boldsymbol{C}$ حيب الخاصية الثانية للدائرة المُحيطة بمثلث قائم.

2) حساب الطول **AB** بالتدوير إلى الوحدة:
لدينا مما سبق المثلث $\boldsymbol{ABC}$ قائم في $\boldsymbol{C}$ فحسب خاصية فيثاغورس:
وبما أن $AB^2=AC^2+BC^2$ وبالتعويض نجد: $AB^2=70{,}34$ ومنه $AB=8cm$.

3) البرهان أن: $(\boldsymbol{ED})\perp(\boldsymbol{AD})$:
لدينا: $AE^2=7^2=49$ و $ED^2+AD^2=4{,}2^2+5{,}6^2=49$ إذن $AE^2=ED^2+AD^2$
فحسب خاصية فيثاغورس العكسية المُستقيمان $(\boldsymbol{AD})$ و$(\boldsymbol{ED})$.

ذكر الله رأس كل خير
يولد النجاح بألف أب ويولد الفشل يتيم الأب!

12. وحدة الطول السنتيمتر(cm).

في الشكل المُقابل ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 5$؛ $BC = 13$؛ $CM = 2,4$ ؛ $CN = 2,6$ ؛ $CA = 10$ حيث $N \in (BC)$ و $M \in (AC)$.

1) إثبات أن $(MN)//(AB)$:

لدينا النقط N ، C ، B والنقط M، C، A في استقامية وبنفس الترتيب

ولدينا أيضا $\frac{CN}{CB} = \frac{2,6}{13} = 0,2$ و $\frac{CM}{CA} = \frac{2}{10} = 0,2$ أي أن $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$.

إذن حسب خاصية طالس العكسية فإن $(MN)//(AB)$.

تبيان أن $MN = 1$:

لدينا النقط N، C، B والنقط M، C، A في استقامية و $(MN)//(AB)$.

فحسب خاصية طالس: $\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$ وبالتعويض نجد: $MN = \frac{2\times5}{10}$

2) اشرح لماذا المثلث CMN قائم (دون استعمال خاصية فيثاغورس):

بما أن $(MN)//(AB)$ و$(AM) \perp (AB)$ **فإن:** $(MN) \perp (AM)$.

13. نعتبر $\hat{a}$ زاوية حادة في مثلث قائم **جيب تمامها** يُساوي $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

1) حساب القيمة المضبوطة لجيب الزاوية الحادة $\hat{a}$:

لدينا لـ $(\sin\hat{a})^2 + (\cos\hat{a})^2 = 1$ وبالتعويض: $(\sin\hat{a})^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = 1$

معناه $(\sin\hat{a})^2 = 1 - \frac{2}{10}$ أي $(\sin\hat{a})^2 = \frac{8}{10}$ ومنه $\sin\hat{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

2) حساب القيمة المضبوطة لـ $\tan\hat{a}$: لدينا لـ $\tan\hat{a} = \frac{\sin\hat{a}}{\cos\hat{a}}$

وبالتعويض: $\tan\hat{a} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{\sqrt{2}}{5}}$ معناه $\tan\hat{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{5}{\sqrt{2}}$ ومنه $\tan\hat{a} = \sqrt{10}$.

14. نعتبر EFG مثلث قائم في E حيث $EF = 3,5dm$ و$\hat{F} = 30°$.

- حساب طول الضلع EG بالتدوير إلى الوحدة من الـ dm:

لدينا في المثلث القائم EFG: $\tan\hat{F} = \frac{EG}{EF}$ وبالتعويض: $\frac{\tan 30°}{1} = \frac{EG}{3,5}$

معناه $EG = \frac{\tan 30°\times3,5}{1}$ ومنه $EG = 2dm$.

وأكرم الناس ما بين الورى رجل تُقضى على يده للناس حاجات
لا تقطعن يد المعروف عن أحد إن كُنت تقدر والأيام تارات

15. نعتبر RST مثلث قائم في R حيث $SR = 4cm$ و $ST = 6cm$. BEM2025 الأستاذ هلال خالد

- حساب قيس الزاوية $\widehat{STR}$ **بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة:**

لدينا في المثلث القائم RST: $\sin\widehat{T} = \frac{RS}{ST}$ وبالتعويض: $\sin\widehat{T} = \frac{4}{6}$

وباستعمال الآلة الحاسبة: $\widehat{STR} = shift\ sin\ \frac{4}{6} = 42°$ (مدورا إلى الوحدة).

16. نعتبر ABC مثلث حيث: $AC = 4cm$; $BH = 1,5cm$; $\widehat{ACB} = 30°$.

1) تبيان أن $AH = 2cm$: لدينا في المثلث القائم ACH: $\sin\widehat{C} = \frac{AH}{AC}$

وبالتعويض: $\frac{\sin 30°}{1} = \frac{AH}{4}$ معناه $AH = \frac{\sin 30° \times 4}{1}$ ومنه $AH = 2cm$.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.

لدينا في المثلث القائم ABH: $\tan\widehat{B} = \frac{AH}{BH}$ وبالتعويض: $\tan\widehat{B} = \frac{2}{1,5}$

وباستعمال الآلة الحاسبة: $\widehat{ABC} = shift\ tan\ \frac{2}{1,5} = 53°$ (مدورا إلى الوحدة).

الرياضيات مع الأستاذ هلال خالد

إذا المرء لم يدنُس من اللؤم عرضُه فكلّ رداء يرتديه جميل
وإن هو لم يحمل على النفس ضيمها فليس إلى حُسن الثناء سبيل

دعواتكم للوالد بالرحمة والمغفرة	زكاة العلم نشره
على فايسبوك: الرياضيات مع الأستاذ هلال خالد	على انستغرام: Prof_khaled_mathpro

تصحيح المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

تصحيح أهم الأسئلة الشائعة الواردة في شهادة التعليم المتوسط للمقطع الثالث والرابع

1.

أ) **نشر** ثم **تبسيط** هذه العبارات:

$E = x(3x-1) - (3x+1)(3x-1)$ $= 3x^2 - x - [(3x)^2 - (1)^2]$ $= 3x^2 - x - [9x^2 - 1]$ $= 3x^2 - x - 9x^2 + 1$ $= -6x^2 - x + 1$	$F = 2x^2 - 6x + 4(x-3)^2$ $= 2x^2 - 6x + 4[x^2 - 6x + 9]$ $= 2x^2 - 6x + 4x^2 - 24x + 36$ $= 6x^2 - 30x + 36$
$G = 5\sqrt{3}x + (x-4)(\sqrt{3}x - 2) - 10$ $= 5\sqrt{3}x + \sqrt{3}x^2 - 2x - 4\sqrt{3}x + 8 - 10$ $= \sqrt{3}x^2 - (2 - \sqrt{3})x - 2$	$H = -x(5x-2) + x^2$ $= -5x^2 + 2x + x^2$ $= -4x^2 + 2x$

ب) **تحليل** العبارات الجبرية:

$E = x(3x-1) - (3x+1)(3x-1)$ $= (3x-1)[x - (3x+1)]$ $= (3x-1)(-2x-1)$	$F = 2x^2 - 6x + 4(x-3)^2$ $= 2x(x-3) + 4(x-3)^2$ $= (x-3)(2x + 4(x-3))$ $= (x-3)(6x-12)$
$G = (x-4)(\sqrt{3}x - 2) + 5(\sqrt{3}x - 2)$ $= (\sqrt{3}x - 2)[(x-4) + 5]$ $= (\sqrt{3}x - 2)(x+1)$	$H = -x(5x-2) + x^2$ $= x(-5x + 2 + x)$ $= x(-4x + 2)$

2.

أ) **انشُر** ثم **بسّط** هذه العبارات.

$E = (5x-3)^2 - (7x+2)^2$ $= 25x^2 - 30x + 9 - [49x^2 + 28x + 4]$ $= -24x^2 - 58x + 5$	$F = 9x^2 - (6x+1)^2$ $= 9x^2 - [36x^2 + 12x + 1]$ $= -27x^2 - 12x - 1$
$K = 4 + 6(\sqrt{5}x - 2) - 5x^2$ $= 4 + 6\sqrt{5}x - 12x - 5x^2$ $= -5x^2 - (12 - 6\sqrt{5})x + 4$	$H = (8x-2)^2 - 100x^2$ $= 64x^2 - 32x + 4 + 100x^2$ $= 164x^2 - 32x + 4$

من اعتاد العزف على أوتار الكسل لن يتمكن أبدا من عزف لحن النجاح

$G = 2x^2 - (3\sqrt{2}x - 1)^2 = 2x^2 - [18x^2 - 6\sqrt{2}x + 1] = -16x^2 + 6\sqrt{2}x - 1$.

ب) تحليلها إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى: **BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد**

$E = (5x-3)^2 - (7x+2)^2$ $= [5x-3+7x+2][5x-3-7x-2]$ $= (12x-1)(-2x-5)$	$F = 9x^2 - (6x+1)^2$ $= (3x+6x+1)(3x-6x-1)$ $= (9x+1)(3x-1)$
$K = 4 + 6(\sqrt{5}x - 2) - 5x^2$ $= 6(\sqrt{5}x - 2) - \left((\sqrt{5}x)^2 - 2^2\right)$ $= (\sqrt{5}x - 2)(-\sqrt{5}x + 4)$	$H = (8x-2)^2 - 100x^2$ $= (8x-2)^2 - (10x)^2$ $= (8x-2+10)(8x-2-10)$ $= (8x+8)(8x-12)$

$G = (\sqrt{2}x)^2 - (3\sqrt{2}x - 1)^2 = (4\sqrt{2}x - 1)(-2\sqrt{2}x + 1)$.

3. حل المُعادلات الآتية:

- لدينا $\frac{2x-5}{3} = \frac{x+1}{2}$ معناه $2(2x-5) = 3(x+1)$ أي $4x - 10 = 3x + 3$ ومنه $x = 13$.
- لدينا $\frac{x^2}{\sqrt{7}-2} = \sqrt{7} + 2$ معناه $x^2 = (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$ أي $x^2 = (\sqrt{7})^2 - (2)^2$
  ومنه $x^2 = 3$ وبما أن $3 > 0$ فإن للمعادلة حلان هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$.
- لدينا $(3x-2)(6x+11) = 0$ معناه $6x + 11 = 0$ أو $3x - 2 = 0$
  أي $6x = -11$ أو $3x = 2$ ومنه $x = \frac{-11}{6}$ أو $x = \frac{2}{3}$ فللمعادلة حلان هما $\frac{-11}{6}$ و $\frac{2}{3}$.
- لدينا $-5x(x+2) = 0$ معناه $x + 2 = 0$ أو $-5x = 0$ ومنه $x = -2$ أو $x = 0$
  فللمعادلة حلان هما -2 و 0 .
- لدينا $-\frac{7}{6}(2x-7) = 0$ وبما أن $-\frac{7}{6} \neq 0$ فإن $2x - 7 = 0$ معناه $2x = 7$ ومنه $x = \frac{7}{2}$.
- لدينا $(x-1) + (7x-3) = 0$ وبالتبسيط نجد $8x - 4 = 0$ ومنه $x = \frac{1}{2}$.
- لدينا $(2x+11)^2 - (x-6)^2 = 0$ وبالتحليل نجد $(3x+5)(x+17) = 0$
  معناه $x + 17 = 0$ أو $3x + 5 = 0$ ومنه $x = -17$ أو $x = \frac{-5}{3}$ فللمعالة حلان هما -17 و $\frac{-5}{3}$.
- لدينا $4x^2 - 6x = 0$ وبالتحليل نجد $x(4x-6) = 0$ معناه $x = \frac{3}{2}$ أو $x = 0$
  فللمعادلة حلان هما $\frac{3}{2}$ و 0 .
- لدينا $3x^2 = (2\sqrt{3}x - 1)^2$ وبالتحليل $(3\sqrt{3}x - 1)(-\sqrt{3}x + 1) = 0$
  معناه $-\sqrt{3}x = -1$ أو $3\sqrt{3}x = 1$ ومنه $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ أو $x = \frac{\sqrt{3}}{9}$.
- لدينا $(3x-2)^2 = (7x+1)(3x-2)$ وبالتحليل نجد $(3x-2)(-4x-3) = 0$
  معناه $-4x - 3 = 0$ أو $3x - 2 = 0$ أي $-4x = 3$ أو $3x = 2$
  ومنه $x = \frac{3}{-4}$ أو $x = \frac{2}{3}$. فللمعادلة حلان هما $\frac{3}{-4}$ و $\frac{2}{3}$.

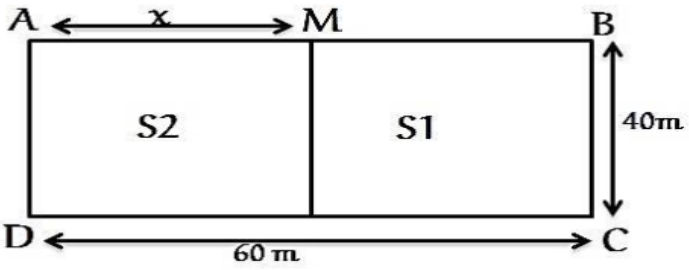
المال هو ميراث الموتى، أما المحبة والأخلاق والتقوى فهي ميراث الأحياء.

4. هل العدد -1 حل للمُتراجحة $5x-2<2x-5$؟ علل بالتعويض. **BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد**
بالتعويض في طرفي المُتراجحة: $2(-1)-5=-7$ و $5(-1)-2=-7$ نجد أن -1 ليس حل للمتراجحة.

5. حل المُتراجحات الآتية:
لدينا $2x(x-1)\leq 2x^2+4x-7$ وبالنشر نجد $2x^2-2x\leq 2x^2+4x-7$
معناه $-6x\leq -7$ ومنه $x\geq \frac{7}{6}$ أي أن حلول المُتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أو تُساوي $\frac{7}{6}$.
لدينا $7x+4<-3x+5$ معناه $10x<1$ ومنه $x<\frac{1}{10}$ أي أن حلول المُتراجحة هي كل قيم x الأصغر تماما من $\frac{1}{10}$.

6. نعتبر العبارة الجبرية E حيث: $E=(x-2)^2-(3x+5)^2-12x-9$
أ) نشر وتبسيط العبارة الجبرية E:
$E=x^2-4x+4-9x^2-30x-25-12x-9=-8x^2-46x-30$.
ب) تحليل العبارة الجبرية E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:
$$E=(x-2)^2-(3x+5)^2-12x-9=(4x+3)(-2x-7)-3(4x+3)$$
$$=(4x+3)(-2x-10)$$
ج) حل المُعادلة $-2(4x+3)(x+5)=0$:
بما أن $-2\neq 0$ فإن $(4x+3)(x+5)=0$ معناه $x+5=0$ أو $4x+3=0$
ومنه $x=-5$ أو $x=-\frac{3}{4}$ فلمعادلة حلان هما -5 و $-\frac{3}{4}$.
د) حل المُتراجحة $E-40x\geq -8x^2-25$:
لدينا $E-40x\geq -8x^2-25$ وبالتعويض $-8x^2-46x-30-40x\geq -8x^2-25$
وبالتبسيط نجد: $-86x\geq 5$ ومنه $x\leq \frac{5}{-86}$.
أي أن حلول المتراجحة هي كل قيم x الأصغر من أو تُساوي $\frac{5}{-86}$.

7. لاحظ الشكل ثم عبر عن ***مُحيط*** وعن ***مساحة كل من*** S_1 و S_2 *بدلالة* x حيث $x>0$.



أ) التعبير عن المُحيط بدلالة x:
$S_1=2(40+60-x)=200-2x$.
$S_2=2(40+x)=80+2x$.

ب) التعبير عن المساحة بدلالة x:
$S_1=40(60-x)=2400-40x$.
$S_2=40(60-x)=2400-40x$.

لا يُرتجى الماء من بئر مُعطّلة أو يُجتنى ثمر من عاقر الشجر

8. نعتبر المثلث المُتساوي الساقين ABC حيث $AB = AC = 4cm$ و $BC = 5cm$.

أ) إنشاء النقط D و E و F بحيث: **BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد**

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$

سهل جدا.

ب) إثبات أن C منتصف $[AE]$ ثم إثبات أن نوع الرباعي $ABEF$ متوازي أضلاع:

- بما أن $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ **(من المُعطيات)** و $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$ **(لأن** $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CB}$ **)**

  فإن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CE}$ أي أن C منتصف $[AE]$.
- بما أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CE}$ **(مما سبق)** و$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$ **(من المعطيات) فإن** $ABEF$ متوازي أضلاع.

ج) برّر المُساواة الشعاعية الآتية:

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{EB}$$.

9. نعتبر في معلم مُتعامد ومتجانس للمُستوي $(O;\vec{i},\vec{j})$ النقط $A(0;2)$ ؛ $B(3;-1)$ و $C(-3;-1)$:

1) حساب مُركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم استنتاج أن: $AB = 3\sqrt{2}$:

لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ وبالتعويض $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3-0 \\ -1-2 \end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

2) حساب القيمة المضبوطة للطول AC:

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}.$$

3) نوع المثلث ABC مع التبرير:

حساب للطول BC:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-3-3)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{36} = 6$$ لدينا

$(AC^2 + AB^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 36$ (لأن $AC^2 + AB^2 = BC^2$ وبما أن

فإن المثلث ABC قائم في A حسب خاصية فيثاغورس العكسية وأيضا بما أن $AC = AB$ (مما سبق) فالمثلث متساوي الساقين في A.

4) حساب إحداثيتي النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$:

لدينا $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ وبالتعويض $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D + 3 \\ y_D + 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ معناه $x_D + 3 = 3$ و$y_D + 1 = -3$

ومنه $x_D = 0$ و$y_D = -4$. إحداثيا D هما $(0;-4)$.

5) اثبت أن المُستقيمان (AD) و(BC) **مُتعامدان:**

بما أن $AC = AB$ و $\widehat{CAB} = 90°$ (حسب السؤال الثالث) وبما أن الرباعي $ABDC$ (لأن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$)

فإن الرباعي $ABDC$ مربع ومنه قُطراه (AD) و(BC) **مُتعامدان.**

الحياة مرآة وليست نافذة تراها كما أنت وليست كما هي.

من لم يُجاهد نفسه وقت الصبا * ضاعت عليه مراتب الأخيار.

10. نعتبر النقط **E** ، **F** ، **G** من مُستو مُزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{oi},\vec{oj})$ حيث $E(-2;0)$ ؛ $F(1;1)$ ؛ $G(2;-2)$ ؛ $H(-1;-3)$ ؛ $L(a;2)$.

BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

1) تبيان أن $EG=2\sqrt{5}$:

$$EG=\sqrt{(x_E-x_G)^2+(y_E-y_G)^2}$$
$$=\sqrt{(-2-2)^2+(0+2)^2}=\sqrt{(-4)^2+(2)^2}=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$$

2) إثبات أن المُثلث **EFG** قائم ومُتساوي الساقين علما أن $EF=\sqrt{10}$:

حساب FG:

$$FG=\sqrt{(x_G-x_F)^2+(y_G-y_F)^2}$$
$$=\sqrt{(2-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{(1)^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$$

فنجد أن $FG=EF$ فالمثلث **EFG** متساوي الساقين.

وبما أن $EF^2+FG^2=EG^2$ (لأن $EF^2+FG^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\left(\sqrt{10}\right)^2=20$ و $EG^2=20$)

فحسب خاصية فيثاغورس العكسية فإن المثلث **EFG** قائم في **F**.

3) تعيين إحداثيتي النقطة I مركز الدائرة (C) المُحيطة بالمثلث **EFG**:

بما أن المثلث **EFG** قائم في **F** فإن مركز الدائرة المُحيطة به هي منتصف قُطره $[EG]$.

لدينا $I(\frac{x_E+x_G}{2};\frac{y_E+y_G}{2})$ وبالتعويض $I(\frac{-2+2}{2};\frac{0+(-2)}{2})$ ومنه $I(0;-1)$.

4) حساب نصف قطر الدائرة المُحيطة بالمثلث **EFG** ثم أثبت أن $H\in(C)$:

- لدينا $IE=IG=\frac{EG}{2}$ وبالتعويض $IE=\frac{2\sqrt{5}}{2}$ ومنه $IE=\sqrt{5}$.
- من أجل أن $H\in(C)$ **يجب أن يتحقق** $IH=\sqrt{5}$، ولنحسب هذا الطول:

حساب FG:

$$IH=\sqrt{(x_H-x_I)^2+(y_H-y_I)^2}$$
$$=\sqrt{(-1-0)^2+(-3+1)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$$

5) حساب العدد a فاصلة النقطة **L** علما أن **F** منتصف $[EL]$:

لدينا **F** منتصف $[EL]$ معناه $x_F=\frac{x_E+x_L}{2}$ وبالتعويض $1=\frac{-2+a}{2}$ أي $-2+a=2$ ومنه $a=4$.

6) إنشاء K بحيث $\overrightarrow{FK}=\overrightarrow{GF}$ (سهل جدا).

7) تبيان نوع الرباعي **EKLG** مع التبرير:

لدينا **F** منتصف $[EL]$ ولدينا أيضا منتصف $[KG]$ (لأن $\overrightarrow{FK}=\overrightarrow{GF}$) فالرباعي EKLG متوازي أضلاع

ولدينا $FG=EF$ و $(EF)\perp(FG)$ (حسب السؤال الثاني) فقطرا هذا الرباعي متقايسان ومتعامدان.

إذن الرباعي **EKLG** مُربع.

إن الله يُحبّ العبد التقي(الذي يتقيه عز وجل)، الغني(الذي استغنى بنفسه عن الناس)، الخفي(الذي لا يُظهر نفسه).

المُستحيل حكايات مُزوّرة من صُلب كل مُحال تولد الفُرص

تصحيح المُراجعة الكاملة لـــ BEM2025 مع الأستاذ هلال خالد

تصحيح أهم الأسئلة الشائعة الواردة في شهادة التعليم المتوسط للمقطع الخامس

1. نعتبر جملة المُعادليتن الآتية: $\begin{cases} 2x+y=-12 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$.

أ) التحقق من أن الثنائية $(-7;2)$ **ليست** حل للجملة:

$$\begin{cases} 2(-7)+2=-14+2=-12 \\ 3(-7)-2(2)=-21-4=-25\neq 10 \end{cases}.$$

ب) حل الجملة(نستعمل مثلا طريقة التعويض):

لدينا $\begin{cases} 2x+y=-12 \dots (1) \\ 3x-2y=10 \dots (2) \end{cases}$ ومن (1) نستنتج عبارة y: $y=-12-2x$.

ونُعوضها في (2) : $3x-2(-12-2x)=10$ فنجد: $x=-2$.

وبتعويض قيمة x في عبارة y: $y=-12-2(-2)=-8$.

وبالتحقق نجد أن الثنائية $(-2;-8)$ حل للجملة.

2. لإقامة حفل نهاية السنة الدراسية اشترى مدير مُتوسطة 6 قارورات مشروبات غازية وقارورة عصير بثمن $205DA$. ثمن قارورة عصير واحدة وثمن قارورة مشروبات غازية واحدة مجتمعتان $55DA$.

حساب ثمن قارورة العصير وثمن قارورة المشروب الغازي:

نرمز بـ x لثمن قارورة العصير وبـ y لثمن قارورة المشروب الغازي،

فنتحصل على الجملة: $\begin{cases} x+6y=205 \dots (1) \\ x+y=55 \dots (2) \end{cases}$.

ونستنتج عبارة x من (2): $x=55-y$ وبالتعويض في (1) نجد: $y=30$.

وبتعويض قيمة y في عبارة x: $x=55-30=25$.

وبعد التحقق نقول أن الثنائية $(25;30)$ حل للجملة.

3. إذا زاد طول مُستطيل بـ 20% فإن نصف مُحيطه يُصبح $22,4cm$ وإذا نقص عُرضه بـ 20% فإن نصف مُحيطه يصبح $184mm$.

احسُب بُعدي هذا المُستطيل.

نرمز بـ x لطول المستطيل وبـ y لعرض المُستطيل،

فنتحصل على الجملة $\begin{cases} \left(1+\frac{20}{100}\right)x+y=22,4 \dots (1) \\ x+\left(1-\frac{20}{100}\right)y=18,4 \dots (2) \end{cases}$ أي $\begin{cases} 1,2x+y=22,4 \dots (1) \\ x+0,8y=18,4 \dots (2) \end{cases}$

وبعد الحل بإحدى الطرق الثلاث، نجد أن حل الجملة هو الثنائية $(12;8)$.

أي أن عُرض المُستطيل هو $8cm$ وطوله $12cm$.

من يرتجي الله حتما نال بُغيته ومُرتجي الناس مهما يُعط مردود

4. نعتبر الدوال f ، g و h الآتية التي عباراتها: $f(x)=-3$ ؛ $g(x)=\frac{5}{6}x$ ؛ $h(x)=-\frac{4}{7}x+2$.

1) نوع كل دالة: الدالة f هي دالة ثابتة. الدالة g هي دالة خطية. الدالة h هي دالة تآلفية.

2) حساب صورة العدد -18 بالدالة g: $g(-18)=\frac{5}{6}(-18)=-15$. BEM2025 الأستاذ هلال خالد

3) حساب العدد الذي صورته $\frac{3}{2}$ بالدالة h:

لدينا $-\frac{4}{7}x+2=\frac{3}{2}$ معناه $-\frac{4}{7}x=\frac{-1}{2}$ أي $x=\frac{-1}{2}\times\frac{-7}{4}$ ومنه $x=\frac{7}{8}$.

4) إنشاء التمثيل البياني لكل دالة في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$:

جدولين مُساعدين لإنشاء تمثيلي الدالتين g وh:

x	0	7
$h(x)$	2	-2
$(x;h(x))$	$(0;2)$	$(7;-2)$

x	0	6
$g(x)$	0	5
$(x;g(x))$	$(0;0)$	$(6;5)$

أما بالنسبة للدالة f فتمثيلها البياني يشمل النقطة ذات الترتيبة -3 (عبارتها) وذات الفاصلة 0 (صفر) ويُوازي حامل محور الفواصل. الإنشاء سهل الآن في المعلم.

5. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

النقط $A(-2;3)$ ؛ $B(1;6)$ و $C(a;29)$ ؛ وحدة الطول السنتيمتر (cm).

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة f التي تمثيلها البياني المُستقيم (AB):

المُستقيم (AB) التمثيل البياني للدالة f لا يشمل المبدأ إذن عبارة f من الشكل $ax+b$:

حساب a: لدينا $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ وبالتعويض $a=\frac{f(1)-f(-2)}{1+2}$ فنجد $a=1$.

حساب b: لدينا $b=f(x_2)-a\times x_2$ وبالتعويض $b=6-1\times 1$ فنجد $b=5$.

فالعبارة الجبرية للدالة f هي $f(x)=x+5$.

2) إنشاء المُستقيم (d) التمثيل البياني للدالة g التي عبارتها $g(x)=-2x+1$ في نفس المعلم:

جدول مُساعد لإنشاء (d): (الإنشاء سهل).

x	0	1
$g(x)$	1	-1
$(x;g(x))$	$(0;1)$	$(1;-1)$

3) تعين العدد النسبي a حتى تكون النقطة C تنتمي إلى المُستقيم (d):

لدينا $-2a+1=29$ معناه $-2a=28$ ومنه $a=-14$.

4) حساب إحداثيتي نقطة تقاطع (d) و(AB)(نُسمي هذه النقطة E):

حساب x_E: لدينا $g(x_E)=f(x_E)$ **وبالتعويض** $-2x_E+1=x_E+5$ معناه $-3x_E=4$

ومنه $x_E=\frac{4}{-3}$ إذن فاصلة E هي $\frac{4}{-3}$.

حساب y_E: لدينا $y_E=g\left(\frac{4}{-3}\right)=-2\left(\frac{4}{-3}\right)+1$ أي $y_E=3$ **ومنه** $y_E=3$.

إحداثيا E هما $\left(\frac{4}{-3};3\right)$.

6. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
النقط $M(-1;-5)$ ؛ $N(0;-4)$ و $C(5;1)$.

إثبات أن النقط على استقامة واحدة:

طريقة أولى(صالحة دوما):

نعتبر f دالة تمثيلها البياني يشمل النقطتين M و N:

حساب a: لدينا $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ وبالتعويض $a=\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}$ أي $a=\frac{-4-(-5)}{0+1}$ فنجد $a=1$.

حساب b: لدينا $b=f(x_2)-a\times x_2$ وبالتعويض $b=-4-1\times 0$ فنجد $b=-4$.

فالعبارة الجبرية للدالة f هي $f(x)=x-4$.

حساب $f(5)$: لدينا $f(5)=5-4$ ومنه $f(5)=1$ أي أن $C\in(MN)$ فالنقط في استقامية.

طريقة ثانية (في حالة يظهر أن أحد النقط الثلاث هي منتصف لقطعة كرفيها النقطتين الأخرتين):

وهذا غير مُحقق في هذه الحالة ولكن في السلسلة الأفضل للدوال أوردت في التمرين العشرون هذه الحالة وهي منشورة في الصفحة.

7. نعتبر في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
النقط $D(2;-5)$ ؛ $E(-0,5;3)$ و $F(\frac{3}{2};z)$. وحدة الطول السنتيمتر (cm).

1) تعيين العبارة الجبرية للدالة h التي تمثيلها البياني المُستقيم (OD):

حساب a: لدينا $a=\frac{-5}{2}$ ومنه $a=-2,5$. فالعبارة الجبرية للدالة f هي $h(x)=-2,5x$.

2) تعيين العدد z حتى يكون مُعامل توجية المُستقيم (EF) هو العدد -2:

لدينا $-2=\frac{z-3}{2}$ معناه $z-3=-4$ ومنه $z=-1$.

3) استنتج العبارة الجبرية للدالة f التي تمثيلها البياني المُستقيم (EF).

لدينا $f(x)=-1x+b$ وبالتعويض $3=0,5+b$ ومنه $b=2,5$.

العبارة الجبرية للدالة f هي $f(x)=-x+2,5$.

8. نعتبر **جملة المُعادلتين** الآتية: $\begin{cases}3x+2y=-1\\4x+y=2\end{cases}$.

حل الجملة **بيانيا**:

- أولا نكتُب كل y في كل معادلة بدلالة x فيكون لدينا: $y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ و $y=-4x+2$.
- نُسمي دالتين f و g عبارتيهما: $f(x)=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ و $g(x)=-4x+2$.
- جدولين مساعدين لإنشاء تمثيلي f و g:

x	0	1
$f(x)$	0,5	-2
$(x;f(x))$	$(0;0,5)$	$(1;-2)$

x	0	1
$g(x)$	2	-2
$(x;g(x))$	$(0;2)$	$(1;-2)$

- ثم نُنشئ التمثيلين في المعلم ونقرأ إحداثيتا نقطة التقاطع التي هي حل الجملة البياني.

اصبر مع السّعي.. فالنجاح يُحبّ من لا يتوقف عند أول تعب.

9. وزن كيس إسمنت $50kg$ أنقص من وزنه 8%.

- حساب وزنه الجديد: $50 \times \left(1 - \frac{8}{100}\right) = 46$. الوزن الجديد هو $46kg$.

10. في محل بيع ألبسة انخفض سعر معطف بـ $4000DA$ بنسبة 15% من سعره الأصلي.

حساب سعره بعد الإنخفاض:

أولا حساب سعره الأصلي: لدينا $\frac{15}{100}x = 4000$ ومنه $x = 26666,66667DA$

ثانيا سعره بعد التخفيض: $22666,66667DA = 4000 - 26666,66667$.

11. سعر كبش قبل أسبوعين من عيد الأضحى $75000DA$ وقبل أسبوع ارتفع أصبح $90000DA$.

- حساب النسبة المئوية لهذا الارتفاع ومُعامل الإرتفاع:

لدينا $y = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$ وبالتعويض $90000 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)75000$

معناه $750p = 15000$ ومنه $p = 20$. أي أن النسبة المئوية لهذا الإرتفاع هي 20%.

- مُعامل الإرتفاع: $y = 0,8x$ أي أن $a = 0,8$ وهو المطلوب.

حل وضعية إدماجية

وكالة تجارية تعرض على زبائنها عرضين لاقتناء جرائدها:

العرض الأول: ثمن الجريدة الواحدة بـ $6DA$.

العرض الثاني: اشتراك سنوي $500DA$ مع دفع $0,4\%$ من الاشتراك ثمن لكل جريدة مُشتراة.

1. حساب الثمن المدفوع حسب العرض الأول في حالة شراء 8 جرائد: $6 \times 8 = 48DA$.

2. حساب عدد الجرائد المُشتراة في حالة دفع $1100DA$ حسب العرض الثاني: $\frac{1100-500}{\frac{0,4}{100}\times 500} = 300$.

3. ليكن x عدد الجرائد المُشتراة و$f(x)$ الثمن المدفوع حسب العرض الأول و$g(x)$ الثمن المدفوع حسب العرض الثاني وبالإستعانة بسلم رسم $2cm$ على محور الفواصل لكل 50 جريدة و$2cm$ على محور التراتيب لكل $500DA$.

تعيين متى يكون كل عرض هو الأفضل:

- التعبير بدلالة x عن الدالتين f وg: $f(x) = 6x$ و $g(x) = 2x + 500$.
- جدولين مُساعدين لإنشاء f وg:

x	0	250
$f(x)$	0	1500
$(x; f(x))$	$(0; 0)$	$(250; 1500)$

x	0	250
$g(x)$	500	1000
$(x; g(x))$	$(0; 500)$	$(250; 1000)$

- إنشاء التمثيلين سهل جدا في المعلم. استعمال سلم الرسم والجدولين المساعدين.
- فنجد أنه لما $x < 125$ فإن العرض الأول أفضل لأنه الأقل تكلفة (التمثيل البياني للدالة f يقع تحت التمثيل البياني للدالة g)، ولما $x = 125$ فإن العرض الأول والثاني كلاهما أفضل لأن كلاهما متساويان في تكلفة (التمثيل البياني للدالة f يقطع التمثيل البياني للدالة g). ولما $x > 125$ فإن العرض الثاني أفضل لأنه الأقل تكلفة (التمثيل البياني للدالة g يقع تحت التمثيل البياني للدالة f).

توقف عن انتظار اللحظة المُناسبة، وابدأ الآن فهي اللحظة المُناسبة.