اختبار في مادة الرياضيات **المدة : 04 سا و 30 د**

على المترشح إختيار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقطة)

1. نعتبر في IZ^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث : $5x-4y=12...(E)$.
- بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $y\equiv 2[5]$ ثم حل المعادلة (E)
2. نضع $p\gcd(x;y)=d$ و $ppcm(x;y)=m$ حيث $(x;y)$ حلول المعادلة (E) .
- جد القيم الممكنة لــ d ثمّ عيّن الثنائيات $(x;y)$ والتي تحقق $d=4$ و $m=572$.
3. أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 .
ب- أحسب باقي قسمة العدد $\left(2\times 2025^{1446}+2023^{1444}\right)^{2024}$ على 11.
ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2025^{5x}\times 1444^{4y+20}+2n\equiv 0[11]$ حيث $(x;y)$ حلول المعادلة (E) .
4. أ-بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n $9n\times 2027^{2n+1}-8^{2n+3}\equiv (n+1)3^{2n+3}[11]$.
ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $9n\times 2027^{2n+1}-8^{2n+3}\equiv 0[11]$.

التمرين الثاني : (04.5 نقطة)

الدالة f المعرفة على $[3;+\infty[$ بــ: $f(x)=3+\sqrt{x-3}$ ، (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ أنظر الشكل (الوثيقة المرفقة) .

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بــ: $u_0=8$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. أ) مثّل الحدود الأربعة $u_0; u_1; u_2; u_3$ على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء
ب) خمّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.
2. أ) برهن بالتراجع أنّه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>4$.
ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّها متقاربة .
3. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN بــ: $v_n=\ln(\ln(u_n-3))$.
أ- أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r=-\ln(2)$ يطلب حساب حدها الأول v_0 .
ب- عبّرعن v_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=e^{\frac{\ln 5}{2^n}}+3$ وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$
4. ليكن المجموعين S_n و T_n المعرفين على IN بــ: $S_n=\ln(u_n-3)+\ln(u_{n+1}-3)+...+\ln(u_{n+2025}-3)$ و $T_n=10^{v_0}+10^{v_1}+...+10^{v_n}$ ، أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي صندوق غير شفاف على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها كرتين تحملان الرقم 1 وثلاث كريات تحمل الرقم 2 وكرتين تحمل الرقم 3 وكرتين تحمل الرقم 5 وكرية تحمل الرقم 4 .
نسحب من الكيس كرتين في آن واحد.

1) نعتبر الأحداث الآتية : A "الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 6 " ،
B " الحصول على كرتين جداء رقميهما مضاعف لـ 2 "
C " الحصول على كرتين رقميهما أوليان فيما بينهما "

أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)=\frac{37}{45}$.

ب- بيّن أن : $P(A\cap C)=\frac{4}{45}$ ثم استنتج $P(\overline{A\cup C})$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين ، القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما .

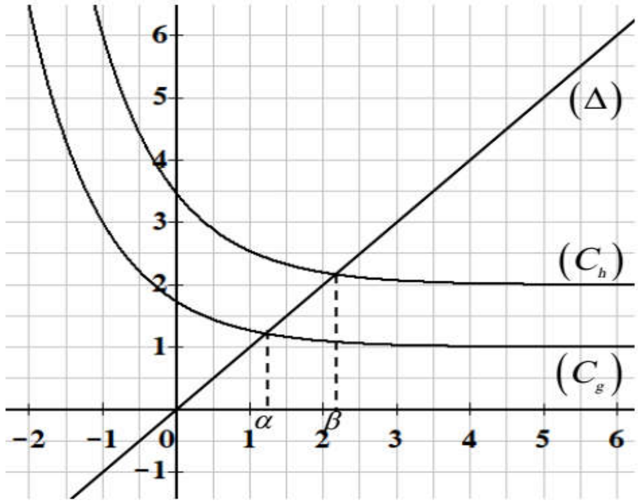
أ- برّرأنّ قيم المتغير العشوائي X هي $\{1;2;3;5\}$.

ب-عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ثمّ أحسب الأمل الرياضياتي $E(150X+1835)$.

3) نعيد الكيس إلى وضعه الأول ونضيف له كرية تحمل الرقم 0 ثم نسحب منه أربع كرات على التوالي دون الإرجاع .

– أحسب إحتمال الحصول على أربع كرات أرقامها تشكل العدد 2025 "

التمرين الرابع : (07 نقاط)



I. التمثيلان البيانيان (Cg) و (Ch) للدالتين g و h المعرفتين على IR بـــ: $g(x)=1+2e^{-x-1}$ و $h(x)=2g(x)$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل المقابل .

1. بقراءة بيانية ، حدّد وضعية كلا من (Cg) و (Ch) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2. أ) استنتج إشارة كلا من $[g(x)-x]$ و $[h(x)-x]$حسب قيم العدد الحقيقي x

ب) تحقق أنّ $1.2<\alpha<1.3$ أنّ $2.1<\beta<2.2$

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على IR بـــ:

$f(x)=e^{-x}\left(x-e^{-x-1}+e^{x-1}\right)$ و (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا وأحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $\frac{f(x)}{x}=e^{-x}+2e^{-1}\left(\frac{e^{-2x}-1}{-2x}\right)$.

ب) أحسب $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟ فسّر النتيجة هندسيا .

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (Cf) عند المبدأ .

3. أ) بيّن أنّه من من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=[g(x)-x]e^{-x}$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4. بيّن أنّه من من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=[x-h(x)]e^{-x}$ ثمّ عيّن إحداثيات نقطة إنعطاف للمنحنى (Cf) .

5. أ) أرسم المنحنى (Cf) والمماس (T) (يعطى $f(\beta)=0.6$ و $f(\alpha)=0.7$)

ب) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=mx$ حلين أحدهما معدوم والأخر موجب تماما .

6. أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $\int_0^{\alpha} xe^{-x}dx$.

ب) استنتج مساحة الحيّز المستوي المحدّد $A(\alpha)$ بالمنحى (Cf) ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ و $x=\alpha$

انتهى الموضوع الأول

الموضـــوع الثــانـي :

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1. الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z=5-12i$ هما $4-3i$ و $-4+3i$.
2. الشكل الأسي للعدد المركب $z=-\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ هو $z=e^{-\frac{\pi}{12}i}$.
3. قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا موجبا هي $n=8k$ و k عدد طبيعي .
4. Z عدد مركب حيث $Z=5\sqrt{3}+5i$ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+|Z|+|Z|^2+...+|Z|^n$
   - عبارة المجموع S_n بدلالة n هي $S_n=\frac{10^{n+1}-1}{9}$.

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

I. لتكن المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y الآتية : $182x-65y=9^n-130n-1$ مع n عدد طبيعي .

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13 .
2. عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى تقبل المعادلة (E_n) حلولا في $IZ\times IZ$.

II. نضع $n=3$.

1. أ) عيّن الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E_3) حيث $x_0+y_0=10$ ، ثمّ حل المعادلة (E_3).
   ب) عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E_3) حيث $|y-2x|=2$
2. N عدد طبيعي يكتب $\overline{1\delta\gamma5}$ في النظام ذي الأساس 9 ويكتب $\overline{2\beta\alpha5}$ في النظام ذي الأساس 8 .
   - عيّن قيمة α ، β ، γ ، δ ثم أكتب $N+1$ في النظام العشري علما أنّ $\gamma=\beta+1$ و $\delta=2\alpha$.
3. نضع $p\gcd(a;b)=d$ و $ppcm(a;b)=m$.
   أ) حلّل العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية واستنتج الأعداد الطبيعية التي مكعب كل منها يقسم 2025 .
   ب) عيّن كل الثنائيات $(a:b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق $m^3-50d^3=2025$

التمرين الثالث : (04.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على بـ: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2-u_n}$.

1. أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<1$.
   ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثمّ برّر تقاربها .
2. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n=e^{\frac{4}{1-u_n}}$
   أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=e^4$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .
   ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثمّ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.
   ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\ln(v_0)+\ln(v_1)+...+\ln(v_n)$
3. أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .
   ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : $\begin{cases} S_n+7n^2-2n-2026^{2025}\equiv 0[9] \\ 2023<n<2026 \end{cases}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$\Vert$ $\qquad\qquad$ $+$
$g(x)$	$\Vert$ $-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

المعرفة على $]0;+\infty[$ بــ: $g(x)=-\dfrac{1}{x^3}-1+6\ln x$.

1. أ- بيّن انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.2<\alpha<1.3$

ب- أدرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج إشارة $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بــ: $f(x)=-x+1+\dfrac{2+3\ln x}{x^2}$ ، وليكن (Cf) تمثيلها البياني في المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
2. أ) بيّن انّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أنّه : $f'(x)=\dfrac{1}{x^3}g\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

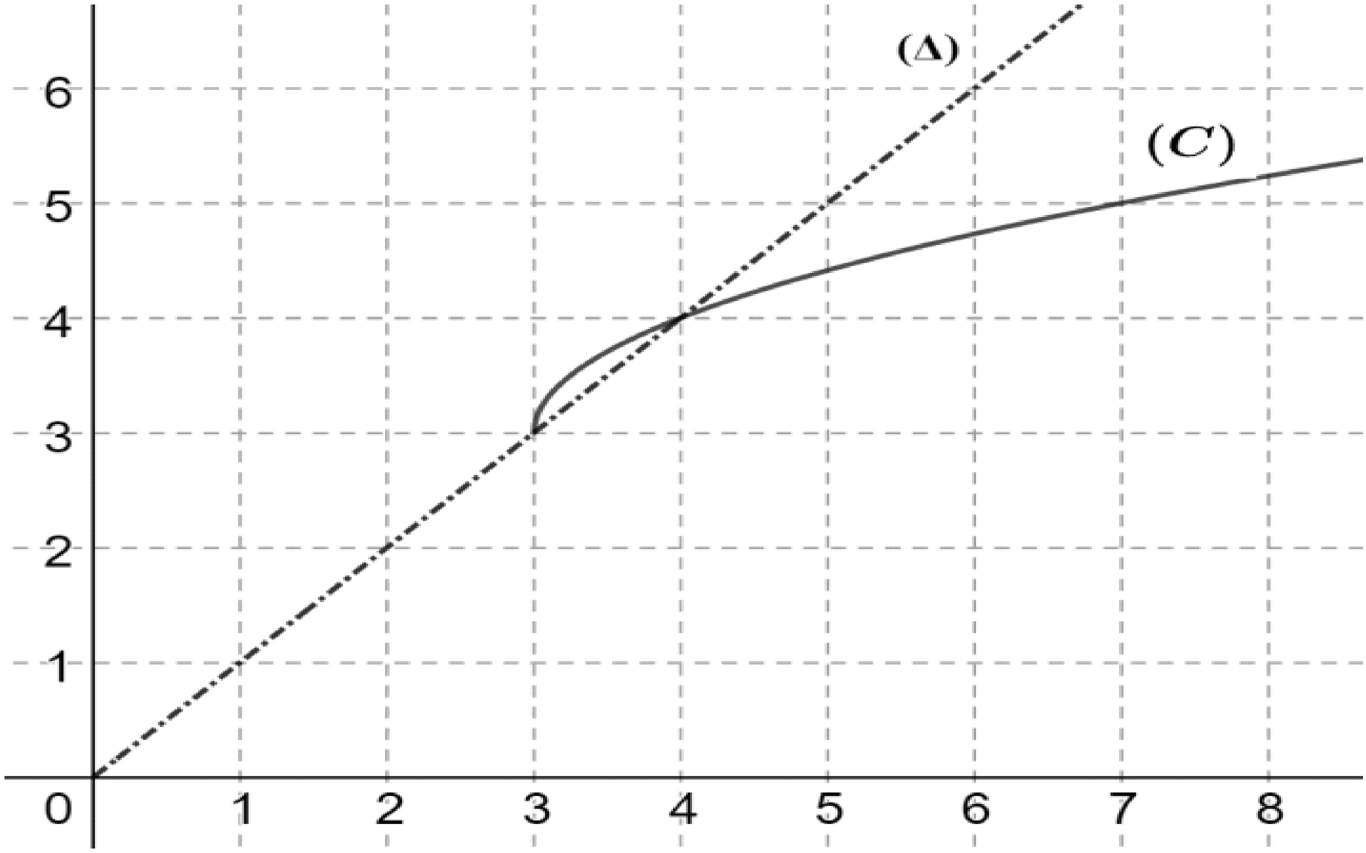
3. أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+x-1\right]$ ثم استنتج أن (Cf) يقبل مستقيم مقارب (Δ) .
4. أدرس وضعية المنحنى (Cf) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
5. ليكن المماس (T) معادلته $y=-x+1+\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{e}$ عند نقطة ذات الفاصلة x_0 ، أحسب x_0 .
6. أرسم كل من (T) ، (Δ) ، (Cf) ($f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=2.28$ ، $\dfrac{1}{\alpha}\approx 0.78$) .
7. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=-x+e^m$ حلين متمايزين .

III. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n=\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}\left[f(x)+x-1\right]dx$.

- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>0$ ثمّ فسّر هندسيا قيمة u_0 .
- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}\dfrac{3\ln x}{x^2}dx$ ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .
- نضع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.أحسب S_n بدلالة n.

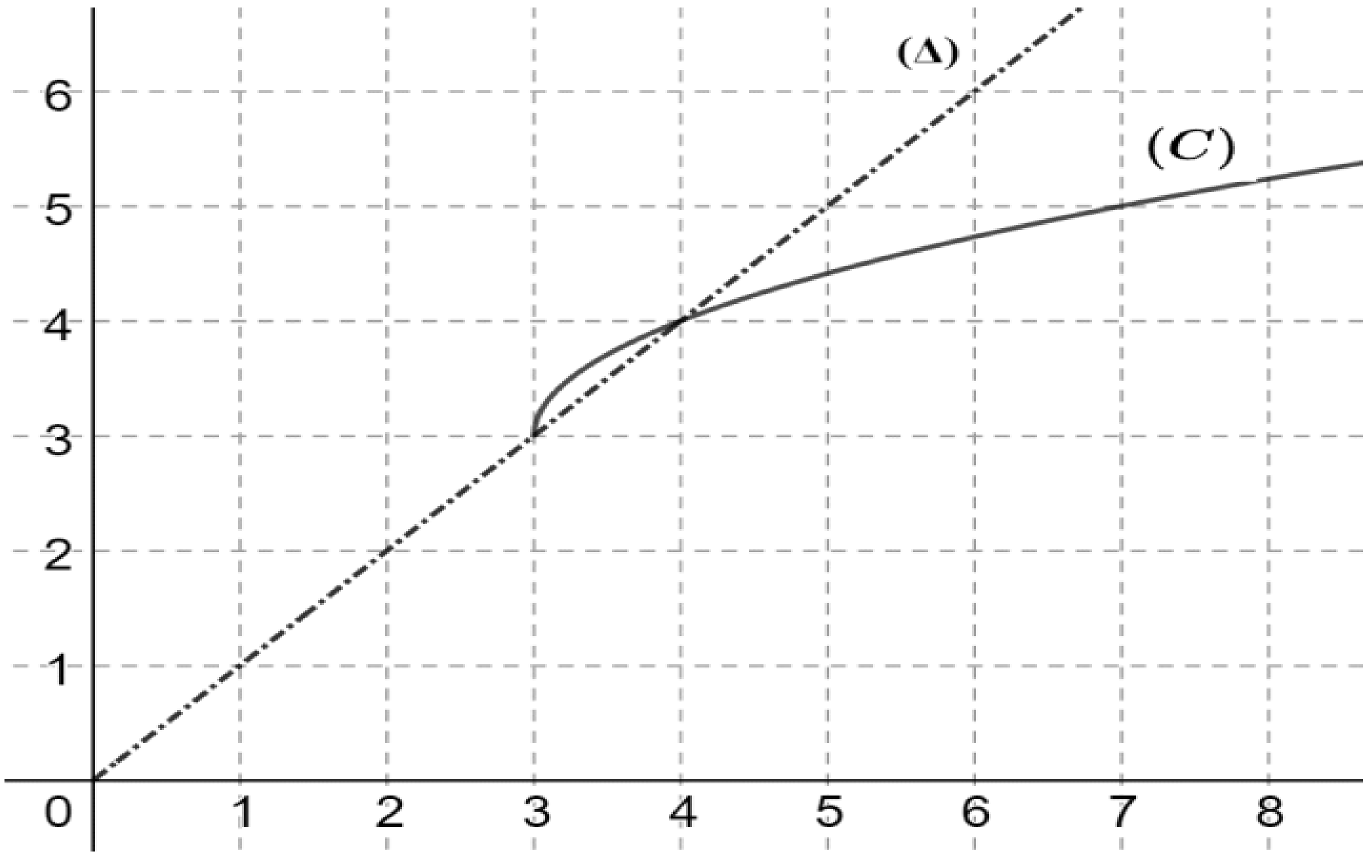
انتهى الموضوع الثاني

الإسم واللقب : ....



....

الإسم واللقب : ....



التصحيح النموذجي لمادة الرياضيات للامتحان التجريبي لشعبة 3 ت ر

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4,50 نقطة)

1- $5x-4y=12 \ldots (E)$

- $(x;y)$ حل للمعادلة (E) معناه:

$4y=5x-12$ ومنه: $\begin{cases}4y\equiv -12[5]\\ 4\wedge 5=1\end{cases}$

ومنه: $y\equiv -3[5]$ ومنه: $y\equiv 2[5]$

بوكافي: $y=5k+2$ مع k عدد صحيح

بالتعويض في (E) نجد:

$5x-4\times 5k-8=12$

$5x=4\times 5k+20$

معناه: $\cancel{5}x=4\times\cancel{5}k+\cancel{5}\times 4$

$x=4k+4 \; ; k\in\mathbb{Z}$

معناه:

$S=\{(4k+4;5k+2);k\in\mathbb{Z}\}$

2- $m=PPCM(x;y)$; $d=PGCD(x;y)$

- $d=PGCD(x;y)$ معناه:

$\begin{cases}d|x\\ d|y\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}d|5x\\ d|4y\end{cases}$ ومنه:

$d|5x-4y$ ومنه: $d|12$ ومنه:

$d\in\{1;2;3;4;6;12\}$

تعيين الثنائيات $(x;y)$ حيث: $d=4$; $d=572$

معناه: $x.y=m\times d$ معناه:

$(4x+4)(5k+2)=4\times 572$

$20k^2+28k+8-2288=0$

$20k^2+28k-2280=0$

$5k^2+7k-570=0$

$\Delta=49-4(5)(-570)=11449>0$

معناه: $k=\frac{-7+107}{10}=\frac{100}{10}=10$

أو $k=\frac{-7-107}{10}=\frac{-114}{10}=-\frac{57}{5}\notin\mathbb{Z}$

$(x;y)=(44;52)$

3- أ- دراسة بواقي قسمة 3^n على 11:

$n=0$; $3^0\equiv 1[11]$; $n=1$; $3^1\equiv 3[11]$

$n=2$; $3^2\equiv 9[11]$; $n=3$; $3^3\equiv 5[11]$

$n=4$; $3^4\equiv 4[11]$; $n=5$; $3^5\equiv 1[11]$

بواقي قسمة 3^n على 11 متتالية دورية دورها 5

قيم n	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$
$3^n\equiv[11]$	1	3	9	5	4

k عدد طبيعي.

ب- $2025\equiv 1[11]$ ومنه $2\times 2025^{1446}\equiv 2[5]$

و $2023\equiv 10[11]$ و $2023\equiv -1[11]$ ومنه $2023^{1444}\equiv 1[11]$

ومنه:

$2\times 2025^{1446}+2023^{1444}\equiv 3[11]$

ومنه: $(2\times 2025^{1446}+2023^{1444})^{2024}\equiv 3^{2024}[11]$

$2024=5(404)+4$ و $3^{2024}\equiv 4[11]$

ومنه: $(2\times 2025^{1446}+2023^{1444})^{2024}\equiv 4[11]$

باقي قسمة $(2\times 2025^{1446}+2023^{1444})^{2024}$ على 11 هو 4

ج- $1444\equiv 3[11]$ ومنه $1444^{4y+20}\equiv 3^{4y+20}[11]$

$4y+20=20k+28=5(4k+5)+3$; $3^{4y+20}\equiv 5[11]$

ومنه: $1444^{4k+20}\equiv 5[11]$ و $2025^{5k}\equiv 1[11]$

ومنه: $2025^{5k}\times 1444^{4k+2}\equiv 5[11]$

ومنه: $5+2n\equiv 0[11]$ أي $2n\equiv -5[11]$

ومنه: $\begin{cases}2n\equiv 6[11]\\ 2\wedge 11=1\end{cases}$ ومنه: $n\equiv 3[11]$

أي $n=11p+3 \; ; p\in\mathbb{N}$

4- أ- $2027\equiv 3[11]$ ومنه: $2027^{2n+1}\equiv 3^{2n+1}[11]$

ومنه: $9n\times 2027^{2n+1}\equiv n\times 3^2.3^{2n+1}[11]$ ومنه:

$9n\times 2027^{2n+1}\equiv n.3^{2n+3}[11]$

لدينا: $8\equiv -3[11]$ ومنه $8^{2n+3}\equiv -3^{2n+3}$

$9n\times 2027^{2n+1}-8^{2n+3}\equiv n.3^{2n+3}+3^{2n+3}[11]$

$9n\times 2027^{2n+1}-8^{2n+3}\equiv (n+1)3^{2n+3}[11]$

ب- $9n\times 2027^{2n+1}-8^{2n+3}\equiv 0[11]$

ومنه: $3^{2n+3}(n+1)\equiv 0[11]$ و $(3^{2n+3}\wedge 11=1)$ ومنه:

$n+1\equiv 0[11]$

$n\equiv -1[11]$

$n\equiv 10[11]$

$n=11p'+10 \; ; p'\in\mathbb{N}$

التمرين الثاني: (04,50 نقطة)

$f(x)=3+\sqrt{x-3}$ ؛ $D=[3;+\infty[$

1-أ) تمثيل الحدود u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 .

ب)- المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة نحو فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) .

2-أ- من أجل كل n من IN: $u_n>4$:$P(n)$

* من أجل n=0: $8>4$ أي $u_0>4$ ومنه $P(0)$ صحيحة.
* نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل n عدد طبيعي ونثبت صحتها من أجل n+1 .

لدينا: $u_n>4$ ومنه: $f(u_n)>f(4)$

(لأن f متزايدة تماما) ومنه: $u_{n+1}>4$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة.

من أجل كل n من IN: $u_n>4$.

ملاحظة: يمكن إستعمال الحصر.

ب- من أجل كل n من IN:

$$u_{n+1}-u_n=3+\sqrt{u_n-3}-u_n$$
$$=\frac{(\sqrt{u_n-3}+3-u_n)(\sqrt{u_n-3}-3+u_n)}{\sqrt{u_n-3}-3+u_n}$$
$$=\frac{u_n-3-(3-u_n)^2}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}=\frac{(3-u_n)(-1-3+u_n)}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$$
$$=\frac{(3-u_n)(u_n-4)}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$$

قيم u_n	4 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$u_{n+1}-u_n$	$-$

المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

الإستنتاج: (u_n) متقاربة لأنها محصورة من الأسفل ومتناقصة تماما.

3- $v_n=\ln(\ln(u_n-3))$ ؛ $n\in IN$

أ- من أجل كل n من IN :

$$v_{n+1}=\ln[\ln(u_{n+1}-3)]$$
$$=\ln[\ln(\sqrt{u_n-3})]=\ln[\tfrac12\ln(u_n-3)]$$
$$=\ln(\tfrac12)+\ln(\ln(u_n-3))=-\ln2+v_n$$

أي: المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r=-\ln2$ و

$v_0=\ln(\ln(u_0-3))=\ln(\ln5)$

ب- عبارة v_n بدلالة n:

$v_n=v_0+nr=\ln(\ln5)-n\ln2$ ؛ $n\in IN$

من أجل كل n من IN : $v_n=\ln(\ln(u_n-3))$

ومنه: $e^{v_n}=\ln(u_n-3)$ ومنه: $e^{\ln\ln5+n\ln(\frac12)}=\ln(u_n-3)$

ومنه: $e^{\ln[\ln5(\frac12)^n]}=\ln(u_n-3)$

$$\frac{\ln5}{2^n}=\ln(u_n-3)$$

ومنه: $u_n-3=e^{\frac{\ln5}{2^n}}$

$$u_n=3+e^{\frac{\ln5}{2^n}}$$

$$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(3+e^{\frac{\ln5}{2^n}}\right)=3+1=4$$

-4

$$S_n=\ln(u_n-3)+\ln(u_{n+1}-3)+\dots+\ln(u_{n+2025}-3)$$
$$=e^{v_n}+e^{v_{n+1}}+\dots+e^{v_{n+2025}}$$
$$=\ln5\cdot(\tfrac12)^n+\ln5(\tfrac12)^{n+1}+\dots+\ln5\cdot(\tfrac12)^{n+2025}$$
$$=\ln5\cdot(\tfrac12)^n\left[\frac{1-(\frac12)^{2026}}{1-\frac12}\right]$$
$$S_n=2\ln5\cdot(\tfrac12)^n\left(1-(\tfrac12)^{2026}\right)$$

$$T_n=10^{v_0}+10^{v_1}+\dots+10^{v_n}$$
$$w_n=10^{v_n}=10^{\ln(\ln5)+n\ln(\frac12)}=10^{\ln(\ln5)}\cdot10^{\ln(\frac12)n}$$
$$=10^{\ln(\ln5)}\times\left(10^{\ln(\frac12)}\right)^n$$

(w_n) متتالية هندسية أساسها $10^{-\ln2}$ و حدها الأول $10^{\ln(\ln5)}$

$$T_n=10^{\ln(\ln5)}\cdot\frac{(10^{-\ln2})^{n+1}-1}{10^{-\ln2}-1}$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1-أ-

$$P(A)=\frac{C_1^1\times C_3^1+C_2^2+C_2^1\times C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{45}$$

②④ أو ①⑤ أو ③③

$$P(B)=\frac{C_4^2+C_4^1\times C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{6+24}{45}=\frac{30}{45}=\frac23 .$$

تكافئ - الحصول على رقم زوجي على الأقل.

$$P(C)=\frac{C_2^2+C_2^1\times C_8^1+C_3^1\times C_2^1+C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^2}+\frac{C_2^1\times C_1^1+C_2^1\times C_2^1+C_1^1\times C_2^1}{C_{10}^2}$$
$$=\frac{1+16+12+6+2}{45}=\frac{37}{45}$$

①① ①① ②③ ②⑤ ③④ ③⑤ ④⑤

ب- الحدث "$A\cap C$" الكريتين المسحوبتين تحملان رقمين مجموعهما 6 و أوليا فيما بينهما" ⑤①

$$P(A\cap C) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{4}{45}$$

$$P(\overline{A\cup C}) = 1 - P(A\cup C)$$
$$= 1 - P(A) - P(C) + P(A\cap C)$$
$$= \cancel{1} - \cancel{\frac{8}{45}} - \cancel{\frac{37}{45}} + \frac{4}{45}$$
$$= \frac{4}{45}$$

2- أ- القيم الممكنة للمتغير العشوائي X :

①① ; ①① $\xrightarrow{X} 1$; ②② ; ②④ $\xrightarrow{X} 2$

③③ $\xrightarrow{X} 3$; ⑤⑤ $\xrightarrow{X} 5$

$X = \{1; 2; 3; 5\}$

ب-

$$P(X=1) = P(C) = \frac{37}{45}$$
$$P(X=2) = \frac{C_3^2 + C_3^1\times C_1^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$$
$$P(X=3) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$$
$$P(X=5) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$$

x_i	1	2	3	5
P_i	$\frac{37}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{45}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i = \frac{37+12+3+5}{45} = \frac{19}{15}$$

$$E(150X+1835) = 150E(X) + 1835$$
$$= 150\times\frac{19}{15} + 1835 = 2025$$

3- "D" الحصول على أربع كريات أرقامها تشكل العدد 2025 .

$$P(D) = \frac{A_3^1\times A_1^1\times A_2^1\times A_2^1}{A_{11}^4} = \frac{12}{A_{11}^4} = \frac{1}{660}.$$

التمرين الرابع: (07 نقاط).

I- 1) وضعية (C_h) بالنسبة لـ (Δ) :

قيم x	$-\infty$	β	$+\infty$
الوضع النسبي	(C_h) فوق (Δ)	(C_h) يقطع (Δ)	(C_h) تحت (Δ)

وضعية (C_g) بالنسبة لـ (Δ) :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
الوضع النسبي	(C_g) فوق (Δ)	(C_g) يقطع (Δ)	(C_g) تحت (Δ)

2- أ- اشارة $g(x)-x$:

قيم x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)-x$	+	0	−

اشارة $h(x)-x$:

قيم x	$-\infty$	β	$+\infty$
$h(x)-x$	+	0	−

II- $f(x) = e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1})$ $\quad D = IR$

-1

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1})$$
$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0} - \underbrace{e^{-2x-1}}_{0} + e^{-1}\right) = e^{-1}$$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = e^{-1}$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \overset{+\infty}{e^{-x}}(\underset{-\infty}{x} - \underset{-\infty}{e^{-x-1}} + \overset{0}{e^{x-1}}) = -\infty$$

2- أ- من أجل كل x من IR^* :

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1})}{x}$$
$$= \frac{xe^{-x}}{x} - \frac{e^{-2x-1} + e^{-1}}{x} = e^{-x} - e^{-1}\frac{(e^{-2x}-1)}{x}$$
$$= e^{-x} + 2e^{-1}\left(\frac{e^{-2x}-1}{-2x}\right)$$

ب-

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to0}\left[\overset{1}{e^{-x}} + 2e^{-1}\left(\overset{1}{\frac{e^{-2x}-1}{-2x}}\right)\right]$$
$$= 1 + 2e^{-1}$$

تذكير:

$$\lim_{U\to0}\frac{e^U-1}{U} = 1$$

الإستنتاج : الدالة f تقبل الإشتقاق عند 0 .

التفسير الهندسي :

(C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 ميله $1+2e^{-1}$.

ج- معادلة المماس (T) عند المبدأ O :

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = (1+2e^{-1})x$$

Scanné avec CamScanner

3 - أ - من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$f'(x) = -e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1}) + (1 + e^{-x-1} + e^{x-1}) e^{-x}$

$= [-x + e^{-x-1} - e^{x-1} + 1 + e^{-x-1} + e^{x-1}] e^{-x}$

$= [1 + 2e^{-x-1} - x] e^{-x}$

$= [g(x) - x] e^{-x}$

ب - إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)-e^{-x}$

x	$-\infty$ α $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$

الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$ α $+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $f(\alpha)$ ↘ e^{-1}

4 - من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$f''(x) = (-2e^{-x-1} - 1) e^{-x} - e^{-x}(1 + 2e^{-x-1} - x)$

$= (-2e^{-x-1} - 1 - 1 - 2e^{-x-1} + x) e^{-x}$

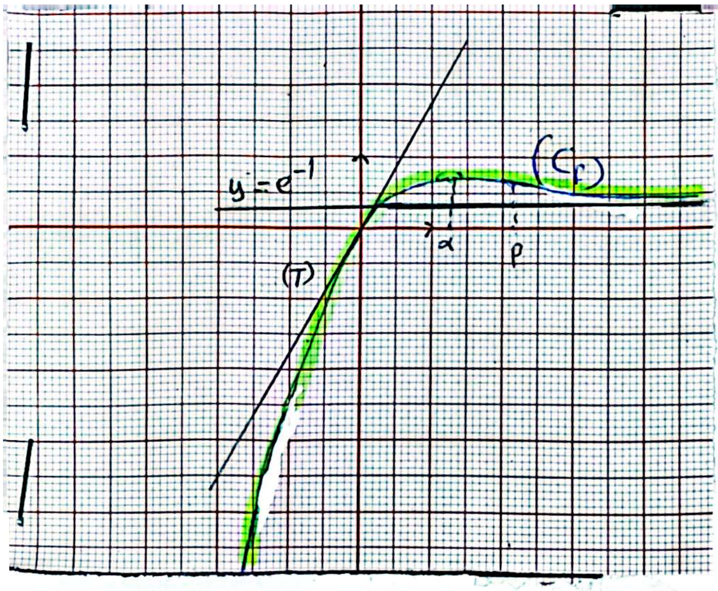
$= (-2 - 4e^{-x-1} + x) e^{-x}$

$= (x - (2 + 4e^{-x-1})) e^{-x} = (x - h(x)) e^{-x}$

x	$-\infty$ β $+\infty$
$f''(x)$	$-$ 0 $+$

(C_f) يقبل نقطة انعطاف إحداثياها $M(\beta; f(\beta))$.

5 - أ - الإنشاء : (C_f) ; (T) ;



ب - حلول المعادلة $f(x)=mx$ لما تقبل حلين حلين أحدهما معدوم والآخر موجب تماما لما $0 < m < 1+2e^{-1}$.

6 - أ

$$\int_0^{\alpha} x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^{\alpha} + \int_0^{\alpha} e^{-x} dx$$

$u(x) = x$; $u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{-x}$; $v(x) = -e^{-x}$

$$= -\alpha e^{-\alpha} + [-e^{-x}]_0^{\alpha}$$

$$\int_0^{\alpha} x e^{-x} dx = -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1$$

ب -

$$A(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x) dx$$

$$= \int_0^{\alpha} (x e^{-x} - e^{-2x-1} + e^{-1}) dx$$

$$= \int_0^{\alpha} x e^{-x} dx - \int_0^{\alpha} e^{-2x-1} dx + \int_0^{\alpha} e^{-1} dx$$

$$= -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1 + \frac{1}{2}[e^{-2x-1}]_0^{\alpha} + [x e^{-1}]_0^{\alpha}$$

$$= -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + \frac{1}{2} e^{-2\alpha-1} - \frac{1}{2} e^{-1} + \alpha e^{-1}$$

$$A(\alpha) = \left[\left(-\alpha - 1 + \frac{e^{-\alpha-1}}{2}\right) e^{-\alpha} + \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) e^{-1}\right] ua$$

انتهى تصحيح الموضوع الأول

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

1- الإجابة : خطأ .

التعليل : لدينا : $Z = 5-12i$

وليكن $w=a+ib$ الجذر التربيعي لـ Z حيث :

$$\begin{cases} a^2-b^2=5 \quad \cdots(1) \\ 2ab=-12 \quad \cdots(2) \\ a^2+b^2=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13 \quad \cdots(3) \end{cases}$$

نجمع (1) مع (3) نجد : $2a^2=18$ أي $a^2=9$

معناه : $a=3$ أو $a=-3$

بالتعويض في (2) نجد : $b=-2$ أو $b=2$

إذن : $w=3-2i$ أو $w=-3+2i$

2- الإجابة : خطأ .

التعليل : $Z=-\sin(\frac{\pi}{12})+i\cos(\frac{\pi}{12})$

لدينا : $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin x$ و $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos x$

$\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12})=-\sin(\frac{\pi}{12})$; $\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12})=\cos(\frac{\pi}{12})$

$\cos(\frac{7\pi}{12})=-\sin(\frac{\pi}{12})$; $\sin(\frac{7\pi}{12})=\cos(\frac{\pi}{12})$

إذن : $Z=\cos(\frac{7\pi}{12})+i\sin(\frac{7\pi}{12})$

$Z=e^{\frac{7\pi}{12}i}$

3- الإجابة : صحيحة .

التعليل : نضع : $Z=(-1+i)\frac{1}{\sqrt{2}}$

θ عمدة لـ Z حيث : و $r=|Z|=\sqrt{\frac{1+1}{2}}=$

$\theta=\frac{3\pi}{4}+2k\pi ; k\in\mathbb{Z}$; $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $\cos\theta=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$ عدد حقيقي موجب معناه :

$\arg\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n=2k\pi ; k\in\mathbb{Z}$

$n\arg(Z)=2k\pi$

$n\times\frac{3\pi}{4}=2k\pi$

$3n=8k$

$8|3n$ و $8\wedge3=1$ حسب غوص $8/n$

إذن : $n=8k ; k\in\mathbb{N}$

4- الإجابة : صحيحة .

التعليل : $|Z|=\sqrt{75+25}=10$

$S_n=1+10+10^2+\dots+10^n$

$=1.\frac{10^{n+1}-1}{10-1}=\frac{10^{n+1}-1}{9}$

التمرين الثاني : (04,5 نقطة)

I- $182x-65y=9^n-130n-1$

1- دراسة بواقي قسمة العدد 9^n على 13 :

$n=0$; $9^0\equiv1[13]$; $n=1$; $9^1\equiv9[13]$

$n=2$; $9^2\equiv3[13]$; $n=3$; $9^3\equiv1[13]$

بواقي قسمة 9^n على 13 متتالية دورية دورها 3

قيم n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
$9^n\equiv[13]$	1	9	4

K عدد طبيعي

2- نحسب : $PGCD(182;65)=13$

$182=65(2)+52$

$65=52(1)+13$

$52=13(4)+0$

المعادلة (E_n) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

لما : 13 يقسم $9^n-130n-1$ معناه :

$9^n-130n-1\equiv0[13]$

$130n\equiv0[13]$ و $9^n\equiv1[13]$

إذن : $n=3k ; k\in\mathbb{Z}$

II- $n=3$.

1- أ- لدينا : $182x-65y=338$

تكافئ : $14x-5y=26$

$(x_0;y_0)$ حل للمعادلة (E_3) معناه :

$$\begin{cases} 14x_0-5y_0=26 \\ x_0+y_0=10 \end{cases}$$

معناه : $x_0=10-y_0$ و

$14(10-y_0)-5y_0=26$

$140-14y_0-5y_0=26$

$-19y_0=-114$

$\boxed{y_0=6}$ و $x_0=10-6=4$; $\boxed{x_0=4}$

أي : $(x_0;y_0)=(4;6)$

حل المعادلة (E_3) :

لدينا : $14x-5y=26 \cdots(E_3)$; $14(4)-5(6)=26 \cdots(E_3')$

نطرح (E_3') من (E_3) نجد :

$14(x-4)-5(y-6)=0$

$14(x-4)=5(y-6) \cdots(*)$

معناه : 5 يقسم $14(x-4)$

و $5\wedge14=1$

حسب مبرهنة غوص نجد:

5 يقسم $x-4$ معناه:

$x-4=5p\ ;\ p\in\mathbb{Z}$

$x=5p+4\ ;\ p\in\mathbb{Z}$

بالتعويض في (*) نجد:

$-14\times\cancel{5}p=\cancel{5}(y-6)$

$y-6=-14p$

$y=14p+6\ ;\ p\in\mathbb{Z}$

إذن: $S=\{(5p+4\,;\,14p+6)\,;\,p\in\mathbb{Z}\}$

ب- لدينا: $|y-2x|=2$

$|14p+6-10p-8|=2$

$|4p-2|=2$

معناه: $4p-2=2$ أو $4p-2=-2$

معناه: $4p=4$ أو $4p=0$

" $p=1$ أو $p=0$

إذن: $(x;y)\in\{(4;6);(9;20)\}$

-2

$N=\overline{\underset{3}{1}\,\underset{2}{\delta}\,\underset{1}{\gamma}\,\underset{0}{5}}^{\,9}$; $0\leq\alpha\leq7$; $0\leq\beta\leq7$

$=9^3+\delta\times9^2+9\gamma+5$; $0\leq\delta\leq8$

$=729+81\delta+9\gamma+5$; $0\leq\gamma\leq8$

$=734+81(2\alpha)+9(\beta+1)$

$=162\alpha+9\beta+9+734$

$N=162\alpha+9\beta+743$

$N=\overline{\underset{3}{2}\,\underset{2}{\beta}\,\underset{1}{\alpha}\,\underset{0}{5}}^{\,8}$

$=2\times8^3+\beta\cdot8^2+8\alpha+5$

$=1024+64\beta+8\alpha+5$

$N=8\alpha+64\beta+1029$

$162\alpha-8\alpha+9\beta-64\beta=1029-743$

$154\alpha-55\beta=286$

تكافئ: $14\alpha-5\beta=26$

يعني: $\alpha=x=5k+4\ ;\ \beta=y=14p+6$

بالحصر نجد: $p=0$ نجد:

$\alpha=4$; $\beta=6$

$\delta=8$; $\gamma=7$

$N=162(4)+9(6)+743=1445$

إذن: $N+1=1446$

-3 $PGCD(a;b)=d$ ، $PPCM(a;b)=m$

أ-

2025	3
675	3
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$2025=3^4\times5^2$

الأعداد التي مكعب كل منها يقسم 2025 هي 1 و 3 .

ب- $PGCD(a;b)=d$ معناه: $a=da'$ و $b=db'$ مع $a'\wedge b'=1$

و $m\times d=a\times b$ معناه: $m=d(a'.b')$

إذن: $d^3(a'.b')^3-50d^3=2025$

$d^3\left[(a'.b')^3-50\right]=2025$

يعني: d^3 يقسم 2025 إذن $d\in\{1;3\}$

لما $d=1$ نجد: $(a'.b')^3=2075$ مستحيلة.

لما $d=3$: $27\left[(a'.b')^3-50\right]=2025$

إذن: $(a'.b')^3-50=75$

$(a'.b')^3=125$

$a'.b'=5$

إذن: $(a';b')\in\{(1;5);(5;1)\}$

إذن: $(a;b)\in\{(3;15);(15;1)\}$

التمرين الثالث: (4,50 نقطة)

$u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}$; $u_0=-3$

1- أ- من أجل كل n من $\mathbb{N}$:

$P(n):\ u_n<1$

* من أجل $n=0$: $u_0<1$ أي $-3<1$

ومنه $P(0)$ صحيحة.

* نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل n عدد طبيعي ونثبت صحتها من أجل $n+1$

لدينا: $u_n<1$ ومنه $-u_n>-1$ ومنه

$2-u_n>1$ ومنه $\dfrac{1}{2-u_n}<1$ أي

$u_{n+1}<1$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة.

من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n<1$.

ب- من أجل كل n من $\mathbb{N}$:

$u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-2u_n+u_n^2}{2-u_n}=\dfrac{(u_n-1)^2}{2-u_n}>0$

إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

المتتالية (u_n) متقاربة لأنها متزايدة تماما و محدودة من الأعلى.

3- $v_n = e^{\frac{4}{1-u_n}}$; $n\in\mathbb{N}$

أ- من أجل كل n من IN:

$$v_{n+1} = e^{\frac{4}{1-u_{n+1}}}$$

$$= e^{\frac{4}{1-\frac{1}{2-u_n}}} = e^{\frac{4}{\frac{2-u_n-1}{2-u_n}}}$$

$$= e^{\frac{4(2-u_n)}{1-u_n}} = e^{\frac{4(1+1-u_n)}{1-u_n}}$$

$$= e^{\frac{4}{1-u_n}+4} = e^{4}\cdot v_n$$

إذن: (v_n) متتالية هندسية أساسها

$v_0 = e^{\frac{4}{1-u_0}} = e^{\frac{4}{4}} = e^1$. $q=e^4$

ب- كتابة v_n بدلالة n:

من أجل كل n من IN:

$$v_n = v_0\times q^n = e^1\times(e^4)^n = e^{4n+1}$$

كتابة u_n بدلالة n:

لدينا: $\ln v_n = \frac{4}{1-u_n}$ معناه:

$1-u_n = \frac{4}{4n+1}$ إذن: $\frac{1-u_n}{4} = \frac{1}{\ln v_n}$

إذن: $u_n = 1-\frac{4}{4n+1}$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left[1-\frac{4}{4n+1}\right] = 1$$

ج-

$$S_n = \ln(v_0)+\ln(v_1)+\dots+\ln(v_n)$$

$$w_n = \ln(v_n) = 4n+1$$

(w_n) متتالية حسابية أساسها $r=4$

و $w_0=1$.

$$S_n = \frac{(n+1)(1+4n+1)}{2} = (n+1)(1+2n)$$

$$S_n = 2n^2+3n+1$$

3- أ- دراسة بواقي قسمة 4^n على 11:

$n=0$; $4^0\equiv1[11]$; $n=1$; $4^1\equiv4[11]$; $n=2$; $4^2\equiv5[11]$

$n=3$; $4^3\equiv9[11]$; $n=4$; $4^4\equiv3[11]$

$n=5$; $4^5\equiv1[11]$ بواقي قسمة 4^n على 11

متتالية دورية دورها 5 .

n يساوي	5k	5k+1	5k+2	5k+3	5k+4
$4^n\equiv[11]$	1	4	5	9	3

k عدد طبيعي.

ب- $S_n+7n^2-2n-2026^{2025}\equiv0[9]$

$9n^2+3n+1-2n-1\equiv0[9]$

و $2026\equiv1[9]$ ومنه: $2026^{2025}\equiv1[9]$

ومنه، $n\equiv0[9]$ $(9n^2\equiv0[9])$

إذن: $n=9p;\ p\in\mathbb{N}$

لدينا: $2023<n<2026$ إذن:

$2023<9p<2026$

أي $\frac{2023}{9}<p<\frac{2026}{9}$ $p=225$

$n=9\times225=2025$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- $g(x) = -\frac{1}{x^3}-1+6\ln x$

$D=]0;+\infty[$.

1- أ- الدالة g متزايدة تماما ومستمرة على $[1,2;1,3]$ و $g(1,2)\times g(1,3)<0$

$(\ g(1,2)\simeq-0,48\quad g(1,3)\simeq0,11\ )$

فإن: المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α من المجال $]1,2;1,3[$ أي $g(\alpha)=0$.

ب- إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

إشارة $g(\frac{1}{x})$ على $]0;+\infty[$:

$g(\frac{1}{x})=0$ معناه: $\frac{1}{x}=\alpha$ أي $x=\frac{1}{\alpha}$

$g(\frac{1}{x})>0$ معناه: $\frac{1}{x}>\alpha$ أي $0<x<\frac{1}{\alpha}$

$g(\frac{1}{x})<0$ معناه، $0<\frac{1}{x}<\alpha$ أي $x>\frac{1}{\alpha}$

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$g(\frac{1}{x})$	‖	$+$	0	$-$	

II- $f(x) = -x+1+\frac{2+3\ln x}{x^2}$; $]0;+\infty[$

1- $\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0}\left[-x+1+\frac{1}{x^2}(2+3\ln x)\right] = -\infty$

$\lim f(x) = \lim\left[-x+1+\frac{2}{x^2}+3\cdot\frac{\ln x}{x^2}\right] = -\infty$

التفسير: (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$

2- أ- من أجل كل x من $]0,+\infty[$

$$f'(x) = -1 + \frac{\frac{3}{x}\cdot x^2 - 2x(2+3\ln x)}{x^4}$$

$$= -1 + \frac{3x - 2x(2+3\ln x)}{x\cdot x^3}$$

$$= \frac{-x^3 + 3 - 4 - 6\ln x}{x^3}$$

$$= \frac{1}{x^3}\cdot\left(-x^3 - 1 - 6\ln x\right)$$

$$= \frac{1}{x^3}\left(-\frac{1}{(\frac{1}{x})^3} - 1 + 6\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right) = \frac{1}{x^3}g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب- إشارة $f'(x)$ تعطيها إشارة $g(\frac{1}{x})$

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

الدالة f متزايدة تماما على $]0;\frac{1}{\alpha}]$

ومتناقصة تماما على $[\frac{1}{\alpha};+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(\frac{1}{\alpha})$	↘	$-\infty$

3- $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-1] = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{x^2} + \frac{3\ln x}{x^2} = 0$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=-x+1$.

4- وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ):

$f(x)-y=0$ معناه: $2+3\ln x=0$ $(x^2>0)$

معناه: $\ln x = -\frac{2}{3}$ أي: $x=e^{-\frac{2}{3}}$

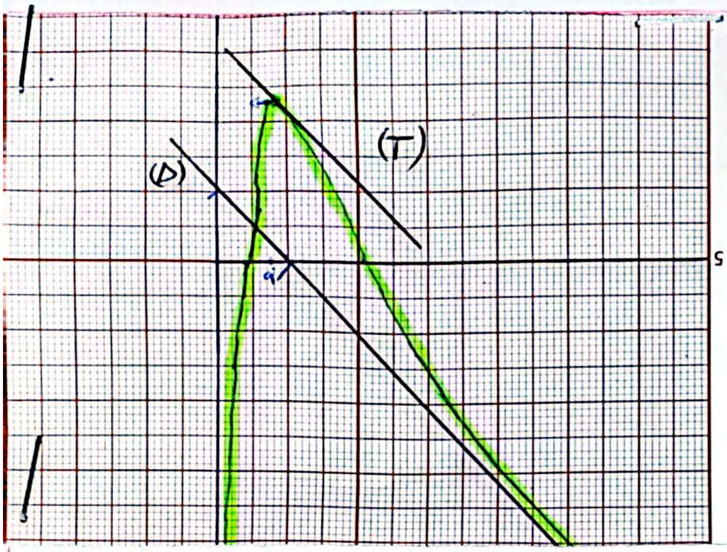
قيم x	0		$e^{-\frac{2}{3}}$	
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$
الوضع النسبي.	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

5- $(\Delta)//(T)$ معناه: $f'(x)=-1$ معناه:

$\frac{1}{x^3}(-x^3-1-6\ln x)=-1$ معناه: $-x^3-1-6\ln x=-x^3$

$\ln x = -\frac{1}{6}$ معناه: $x=e^{-\frac{1}{6}}$

6- إنشاء (C_f) ; (Δ) ; (T):



7- المعادلة $f(x)=-x+e^m$ تقبل حلين متمايزين

لما $1<e^m<1+\frac{3}{2}e^{\frac{1}{3}}$ أي $0<m<\ln(1+\frac{3}{2}e^{\frac{1}{3}})$

III- $U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x)+x-1]\,dx$

• من أجل كل n من $\mathbb{N}$: من أجل كل x من $]e^{-\frac{2}{3}};+\infty[$

$$0 < \frac{2+3\ln x}{x^2} = f(x)+x-1$$

ومنه $\int_{e^n}^{e^{n+1}}(f(x)+x-1)\,dx>0$ أي $U_n>0$

* U_0 هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين معادلتهما $x=1$ و $x=e^1$

* $\int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{3}{x^2}\ln x\,dx = \left[-\frac{3}{x}\ln x\right]_{e^n}^{e^{n+1}} + 3\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{1}{x^2}\,dx$

$U'(x)=\frac{3}{x^2}$; $U(x)=-\frac{3}{x}$ و $V(x)=\ln x$; $V'(x)=\frac{1}{x}$

$$= -\frac{3}{e^{n+1}}(n+1) + \frac{3n}{e^n} + 3\left[-\frac{1}{x}\right]_{e^n}^{e^{n+1}}$$

$$= -\frac{3(n+1)}{e^{n+1}} + \frac{3n}{e^n} - \frac{3}{e^{n+1}} + \frac{3}{e^n}$$

$$\int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{3\ln x}{x^2}\,dx = \frac{-3n-6}{e^{n+1}} + \frac{3n+3}{e^n}$$

عبارة U_n بدلالة n:

$$U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}}\left(\frac{2}{x^2}+\frac{3\ln x}{x^2}\right)dx = \int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x^2}\,dx + \frac{3n+3}{e^n} - \frac{3n+6}{e^{n+1}}$$

$$= -\frac{2}{e^{n+1}} + \frac{2}{e^n} + \frac{3n+3}{e^n} - \frac{3n+6}{e^{n+1}} = -\frac{3n+8}{e^{n+1}} + \frac{3n+5}{e^n}$$

* نستعمل علاقة شال:

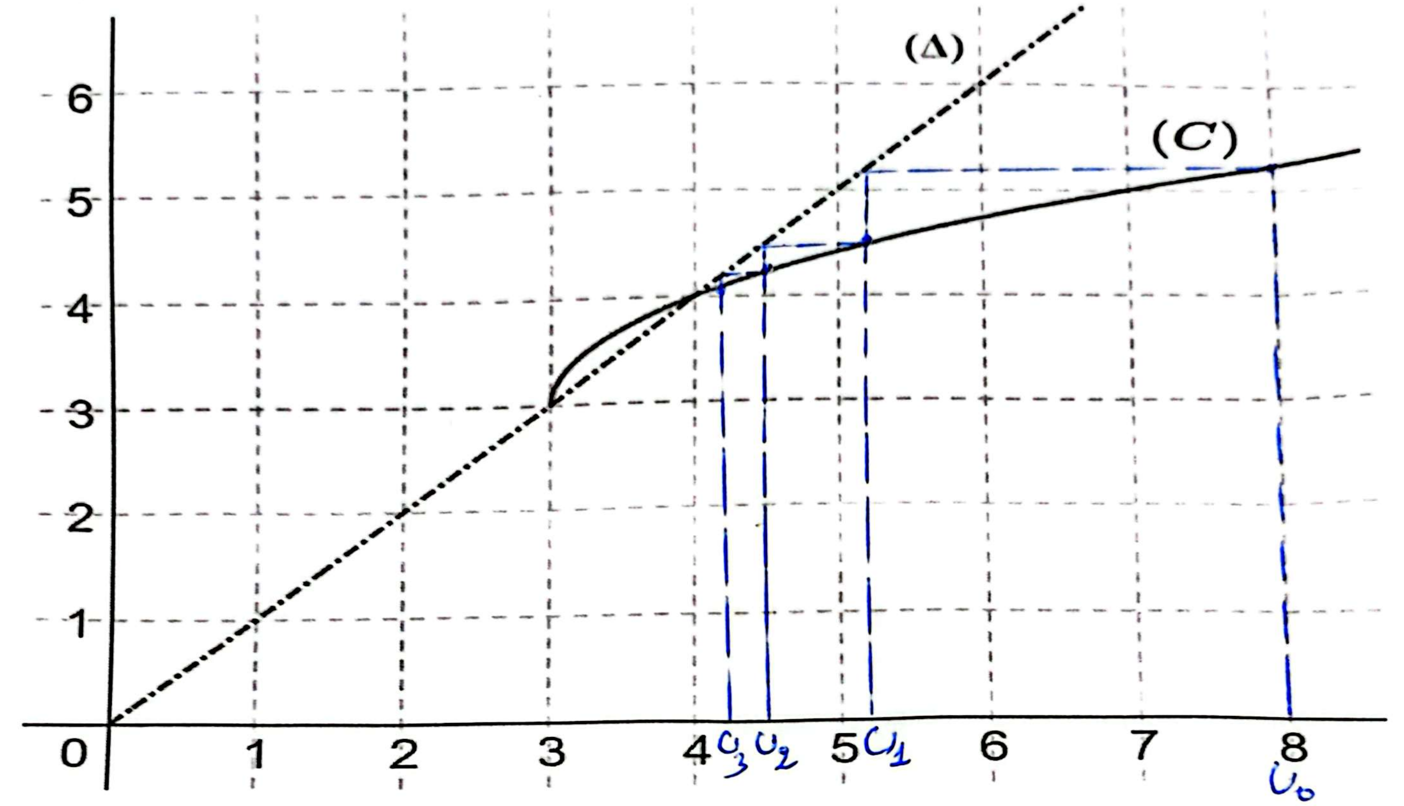
$$S_n = U_0+U_1+\dots+U_n = \int_1^{e^{n+1}}\frac{2}{x^2}\,dx + \int_1^{e^{n+1}}\frac{3\ln x}{dx}\,dx$$

$$= -\frac{2}{e^{n+1}} + \frac{2}{e^1} - \frac{3n+3}{e^{n+1}} - \frac{3}{e^{n+1}} + \frac{3}{e}$$

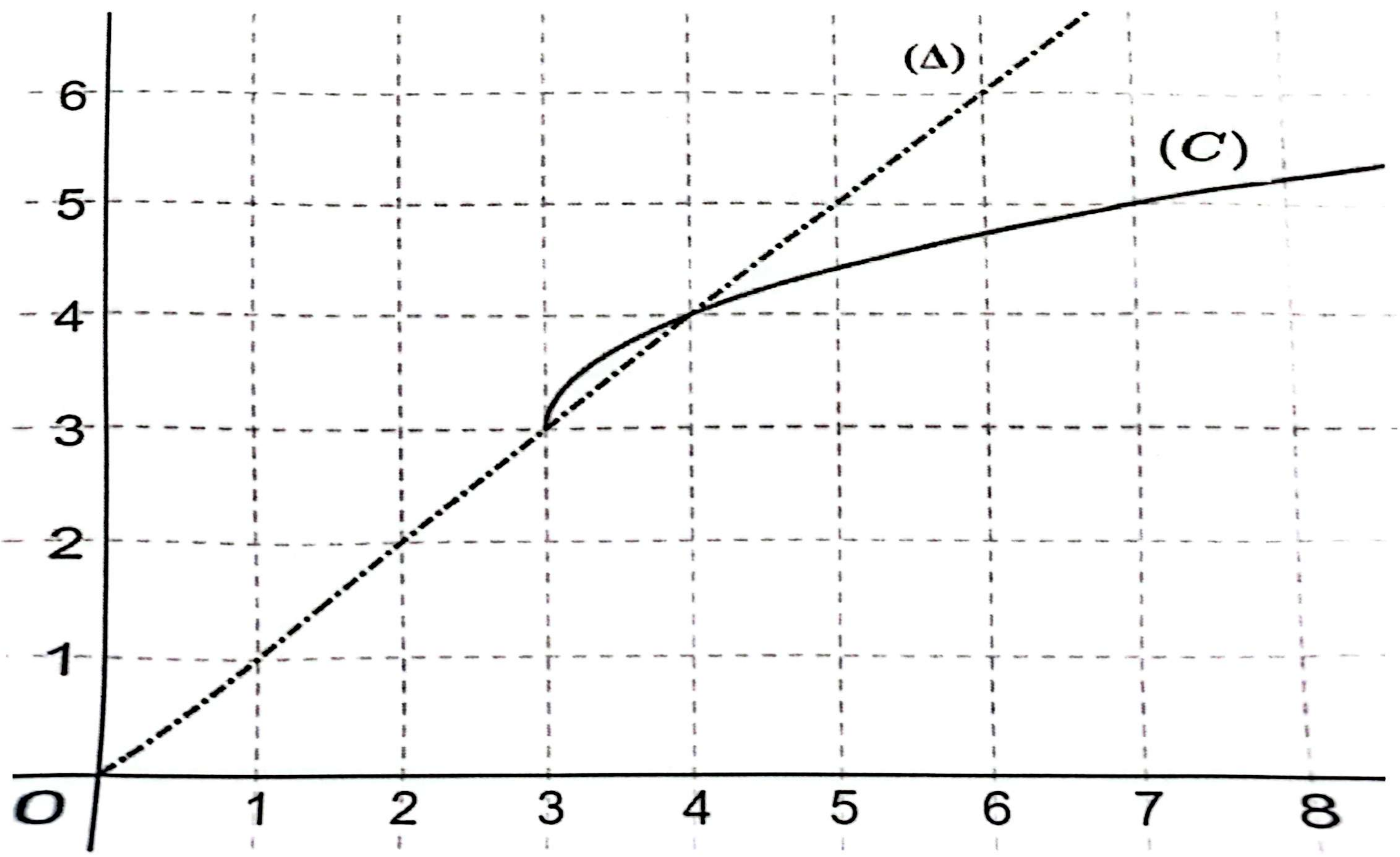
$$= -\frac{3n+8}{e^{n+1}} + \frac{5}{e} = -(3n+8)e^{-n-1} + 5e^{-1}$$

انتهى تصحيح الموضوع الثاني ☺

الإسم واللقب : ....



الإسم واللقب : ....



Scanné avec CamScanner