



المدة : 04 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح اختيار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

1. نعتبر في IZ^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$ حيث : $5x - 4y = 12 \dots (E)$.
- بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $y \equiv 2[5]$ ثم حل المعادلة (E)
2. نضع $d = \text{pgcd}(x; y)$ و $m = \text{ppcm}(x; y)$ حيث $(x; y)$ حلول المعادلة (E) .
- جد القيم الممكنة لـ d ثم عيّن الثنائيات $(x; y)$ والتي تحقق $d = 4$ و $m = 572$.
3. أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 .
ب- أحسب باقي قسمة العدد $(2 \times 2025^{1446} + 2023^{1444})^{2024}$ على 11 .
- ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $0[11] \equiv 2n + 2025^{5x} \times 1444^{4y+20}$ حيث $(x; y)$ حلول المعادلة (E) .
4. أ-بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n $0[11] \equiv (n+1)3^{2n+3} - 8^{2n+3} - 9n \times 2027^{2n+1}$.
ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $0[11] \equiv 8^{2n+3} - 9n \times 2027^{2n+1}$.

التمرين الثاني : (04.5 نقطة)

- الدالة f المعرفة على $[3; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3 + \sqrt{x-3}$ ، (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ أنظر الشكل (الوثيقة المرفقة) .
- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 8$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.
1. أ) مثّل الحدود الأربعة $u_0; u_1; u_2; u_3$ على محور الفواصل مبرزاً خطوط الإنشاء .
ب) خَمّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .
 2. أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 4$.
ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّها متقاربة .
 3. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n = \ln(\ln(u_n - 3))$.
أ- أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -\ln(2)$ يطلب حساب حدها الأول v_0 .
ب- عبّر عن v_n بدلالة n ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e^{\frac{\ln 5}{2^n}} + 3$ وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 4. ليكن المجموعين S_n و T_n المعرفين على IN بـ: $S_n = \ln(u_n - 3) + \ln(u_{n+1} - 3) + \dots + \ln(u_{n+2025} - 3)$ و $T_n = 10^{v_0} + 10^{v_1} + \dots + 10^{v_n}$ ، أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

- يحتوي صندوق غير شفاف على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها كرتين تحملان الرقم 1 وثلاث كريات تحمل الرقم 2 وكرتين تحمل الرقم 3 وكرتين تحمل الرقم 5 وكرية تحمل الرقم 4 .
نسحب من الكيس كرتين في آن واحد .
- 1) نعتبر الأحداث الآتية : A "الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 6" ،
 B "الحصول على كرتين جداء رقميهما مضاعف لـ 2"
 C "الحصول على كرتين رقميهما أوليان فيما بينهما"

أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C) = \frac{37}{45}$.

ب- بين أن: $P(A \cap C) = \frac{4}{45}$ ثم استنتج $P(\overline{A \cup C})$.

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين ، القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما .

أ- برّر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{1; 2; 3; 5\}$.

ب- عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب الأمل الرياضي $E(150X + 1835)$.

(3) نعيد الكيس إلى وضعه الأول ونضيف له كرية تحمل الرقم 0 ثم نسحب منه أربع كرات على التوالي دون الإرجاع.

- أحسب إحتمال الحصول على أربع كرات أرقامها تشكل العدد 2025 "

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. التمثيلان البيانيان (C_h) و (C_g) للدالتين g و h المعرفتين

على IR بـ: $g(x) = 1 + 2e^{-x-1}$ و $h(x) = 2g(x)$ و (Δ)

المستقيم ذو المعادلة $y = x$ كما هو موضح في الشكل المقابل .

1. بقراءة بيانية ، حدّد وضعية كلا من (C_h) و (C_g) بالنسبة إلى

المستقيم (Δ) .

2. أ) استنتج إشارة كلا من $[g(x) - x]$ و $[h(x) - x]$ حسب قيم

العدد الحقيقي x

ب) تحقق أن $1.2 < \alpha < 1.3$ أن $2.1 < \beta < 2.2$

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على IR بـ:

$f(x) = e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1})$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً وأحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $\frac{f(x)}{x} = e^{-x} + 2e^{-1} \left(\frac{e^{-2x} - 1}{-2x} \right)$ ،

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟ فسّر النتيجة هندسياً .

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ .

3. أ) بين أنّه من من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = [g(x) - x]e^{-x}$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. بين أنّه من من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = [x - h(x)]e^{-x}$ ثم عيّن إحداثيات نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

5. أ) أرسم المنحنى (C_f) والمماس (T) (يعطى $f(\beta) = 0.6$ و $f(\alpha) = 0.7$)

ب) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = mx$ حلين أحدهما معدوم والآخر موجب تماماً .

6. أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $\int_0^\alpha xe^{-x} dx$.

ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدّد $A(\alpha)$ بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما

$x = \alpha$ و $x = 0$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1. الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = 5 - 12i$ هما $4 - 3i$ و $-4 + 3i$.
2. الشكل الأسّي للعدد المركب $z = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ هو $z = e^{-\frac{\pi}{12}i}$.
3. قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا موجبا هي $n = 8k$ و k عدد طبيعي .
4. Z عدد مركب حيث $Z = 5\sqrt{3} + 5i$ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + |Z| + |Z|^2 + \dots + |Z|^n$.
- عبارة المجموع S_n بدلالة n هي $S_n = \frac{10^{n+1} - 1}{9}$.

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

1. لتكن المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y الآتية : $182x - 65y = 9^n - 130n - 1$ مع n عدد طبيعي .
1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13 .
2. عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى تقبل المعادلة (E_n) حولا في $IZ \times IZ$.
- II. نضع $n = 3$
1. أ) عيّن الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E_3) حيث $x_0 + y_0 = 10$ ، ثم حل المعادلة (E_3) .
ب) عيّن الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E_3) حيث $|y - 2x| = 2$
2. N عدد طبيعي يكتب $18\gamma 5$ في النظام ذي الأساس 9 ويكتب $2\beta\alpha 5$ في النظام ذي الأساس 8 .
- عيّن قيمة α ، β ، γ ، δ ، ثم أكتب $N + 1$ في النظام العشري علما أنّ $\gamma = \beta + 1$ و $\delta = 2\alpha$.
3. نضع $\text{pgcd}(a; b) = d$ و $\text{ppcm}(a; b) = m$.
أ) حلّ العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية واستنتج الأعداد الطبيعية التي مكعب كل منها يقسم 2025 .
ب) عيّن كل الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق $m^3 - 50d^3 = 2025$

التمرين الثالث : (04.5 نقطة)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على بـ: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$.
1. أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 1$.
ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم برّر تقاربها .
 2. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n = e^{\frac{4}{1-u_n}}$
أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = e^4$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .
ب) أكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \dots + \ln(v_n)$
3. أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .
ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : $\begin{cases} S_n + 7n^2 - 2n - 2026^{2025} \equiv 0[9] \\ 2023 < n < 2026 \end{cases}$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$		$+\infty$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. الشكل المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g

المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -\frac{1}{x^3} - 1 + 6 \ln x$.

1. أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث : $1.2 < \alpha < 1.3$

ب- أدرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$

ثم استنتج إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{2 + 3 \ln x}{x^2}$ ، وليكن (Cf) تمثيلها البياني في

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ أنّه : $f'(x) = \frac{1}{x^3} g\left(\frac{1}{x}\right)$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم استنتج أنّ (Cf) يقبل مستقيم مقارب (Δ) .

4. أدرس وضعية المنحنى (Cf) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5. ليكن المماس (T) معادلته $y = -x + 1 + \frac{3}{2}\sqrt[3]{e}$ عند نقطة ذات الفاصلة x_0 ، أحسب x_0 .

6. أرسم كل من (T) ، (Δ) ، (Cf) ($f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2.28$ ، $\frac{1}{\alpha} \approx 0.78$) .

7. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = -x + e^m$ حلين متمايزين .

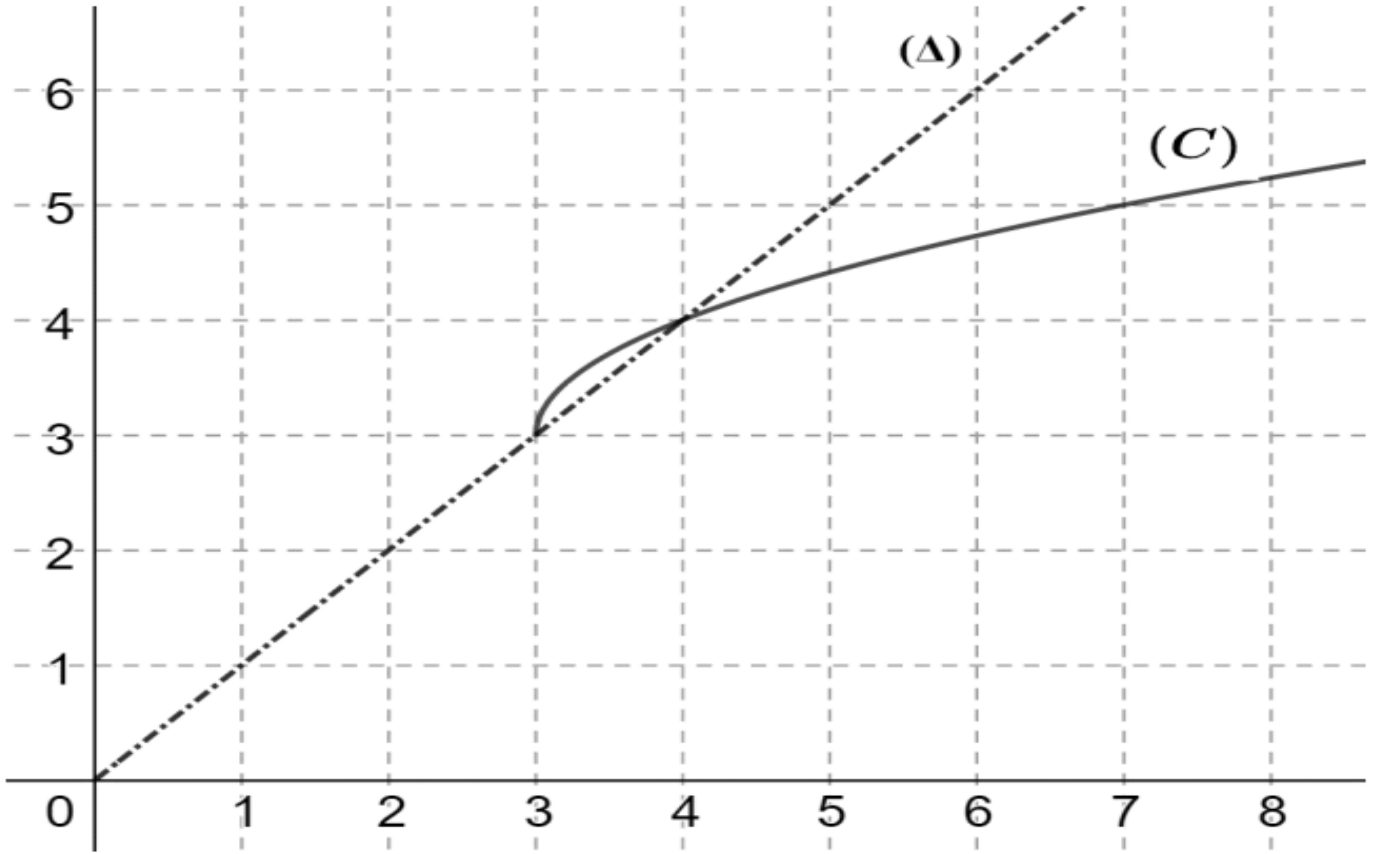
III. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x - 1] dx$.

• بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$ ثم فسر هندسيا قيمة u_0 .

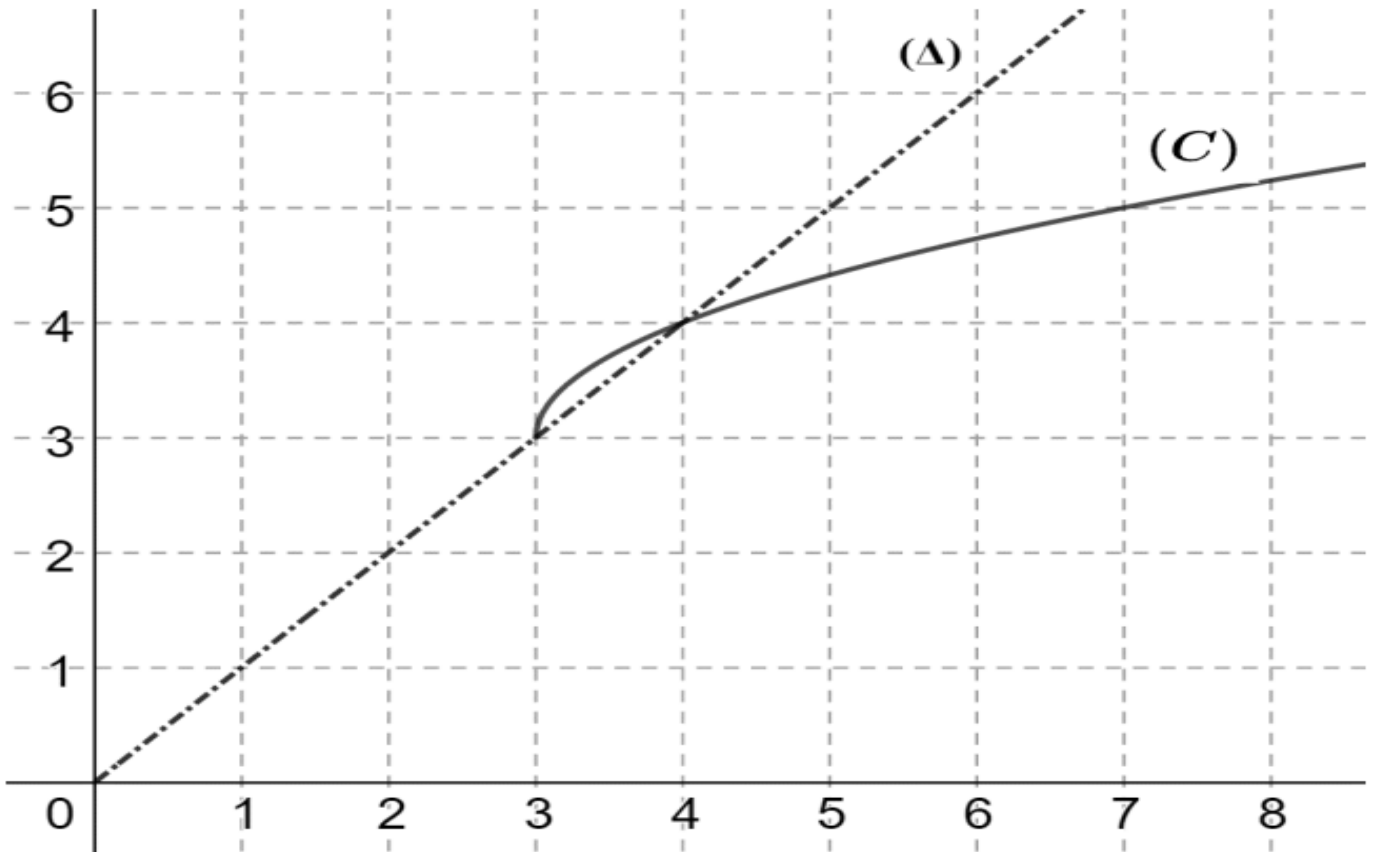
• باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $\int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{3 \ln x}{x^2} dx$ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

• نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. أحسب S_n بدلالة n .

الإسم واللقب :



.....
الإسم واللقب :



المصحح النموذجي لمادة الرياضيات للامتحانات التجريبية لشعبة 3 ثنر

$3^5 \equiv 1 [11]$; $n=5$; $3^4 \equiv 4 [11]$; $n=4$
 بواقى قسمة 3^n على 11 متتالية دورية دورها 5

ن	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$
$3^n \equiv [11]$	1	3	9	5	4

ك عدد طبيعي.

ب - $2 \times 2025 \equiv 2 [5]$ ومنه $2025 \equiv 1 [11]$

و $2023 \equiv 10 [11]$ و $2023 \equiv -1 [11]$ ومنه $2023 \equiv 1 [11]$ ومنه

$2 \times 2025 + 2023 \equiv 3 [11]$

ومنه $(2 \times 2025 + 2023) \equiv 3 [11]$

$2024 \equiv 5(404) + 4$ و $3 \equiv 4 [11]$

ومنه $(2 \times 2025 + 2023) \equiv 4 [11]$

باقى قسمة $(2 \times 2025 + 2023) \equiv 4 [11]$

ج - $4y + 20 \equiv 3 [11]$ ومنه $4y + 20 \equiv 3 [11]$

$4y + 20 \equiv 20k + 28$ و $3 \equiv 5 [11]$
 $= 5(4k + 5) + 3$

ومنه $2025 \equiv 1 [11]$ و $4k + 20 \equiv 5 [11]$

ومنه $2025 \times 4k + 20 \equiv 5 [11]$

ومنه $2n \equiv -5 [11]$ أي $5 + 2n \equiv 0 [11]$

ومنه $n \equiv 3 [11]$ ومنه $2n \equiv 6 [11]$ ومنه $2 \times 11 = 1$

أي $n = 11p + 3$; $p \in \mathbb{N}$

أ - $2027 \equiv 3 [11]$ ومنه $2027 \equiv 3 [11]$

ومنه $9n \times 2027 \equiv n \times 3 \times 3 [11]$ ومنه

$9n \times 2027 \equiv n \times 3^{2n+3} [11]$

لربما : $8 \equiv -3 [11]$ ومنه $8 \equiv -3 [11]$ ومنه

$9n \times 2027 - 8 \equiv n \times 3^{2n+3} + 3 [11]$

$3n \times 2027 - 8 \equiv (n+1) \times 3^{2n+3} [11]$

ب - $9n \times 2027 - 8 \equiv 0 [11]$

ومنه $3^{2n+3} (n+1) \equiv 0 [11]$ ومنه $3^{2n+3} \times 11 = 0$

$n+1 \equiv 0 [11]$

$n \equiv -1 [11]$

$n \equiv 10 [11]$

$n = 11p' + 10$; $p' \in \mathbb{N}$

الموضوع الأول :

التصريف الأول : (4,50 نقطة)

1 - $5x - 4y = 12 \dots (E)$

- (x,y) حل للمعادلة (E) معنا 0 :

$4y = 5x - 12$ ومنه : $4y \equiv -12 [5]$ و $4 \times 5 = 1$

ومنه : $y \equiv -3 [5]$ و $y \equiv 2 [5]$

يكافئ : $y = 5k + 2$ مع k عدد صحيح بالتعويض في (E) نجد :

$5x - 4 \times (5k + 2) = 12$

$5x = 4 \times 5k + 20$

$5x = 4 \times 5k + 20$ معنا 0 :

$x = 4k + 4$; $k \in \mathbb{Z}$

معنا 0 :

$S = \{ (4k+4, 5k+2) ; k \in \mathbb{Z} \}$

2 - $d = \text{PGCD}(x,y)$; $m = \text{PPCM}(x,y)$

- $d = \text{PGCD}(x,y)$ معنا 0 :

$\begin{cases} d \mid x \\ d \mid y \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} d \mid 5x \\ d \mid 4y \end{cases}$

$d \mid 5x - 4y$ ومنه : $d \mid 12$

$d \in \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$

نبحث التائبية (x,y) حيث : $d = 4$ و $d = 572$

معنا 0 : $x \cdot y = m \times d$

$(4x+4)(5k+2) = 4 \times 572$

$20k^2 + 28k + 8 - 2288 = 0$

$20k^2 + 28k - 2280 = 0$

$5k^2 + 7k - 570 = 0$

$\Delta = 49 - 4(5)(-570) = 11449 > 0$

$k = \frac{-7 \pm \sqrt{11449}}{10} = \frac{100}{10} = 10$ معنا 0 :

أو $k = \frac{-7 - \sqrt{11449}}{10} = \frac{-1194}{10} = -\frac{57}{5} \notin \mathbb{Z}$

$(x,y) = (44, 52)$

3 - أ - دراسة بواقى قسمة 3^n على 11 :

$3^1 \equiv 3 [11]$; $n=1$; $3^0 \equiv 1 [11]$; $n=0$

$3^3 \equiv 5 [11]$; $n=3$; $3^2 \equiv 9 [11]$; $n=2$

$V_n = \ln(\ln(U_n - 3))$: من أجل n من \mathbb{N} :
 $e^{\ln \ln 5 + n \cdot \ln(\frac{1}{2})} = e^{V_n} = \ln(U_n - 3)$: ومنه :
 $= \ln(U_n - 3)$

$e^{\ln[\ln 5 (\frac{1}{2})^n]} = \ln(U_n - 3)$: ومنه :

$\frac{\ln 5}{2^n} = \ln(U_n - 3)$

$U_n - 3 = e^{\frac{\ln 5}{2^n}}$: ومنه :

$U_n = 3 + e^{\frac{\ln 5}{2^n}}$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (3 + e^{\frac{\ln 5}{2^n}}) = 3 + 1 = 4$

$S_n = \ln(U_n - 3) + \ln(U_{n+1} - 3) + \dots + \ln(U_{n+2025} - 3)$

$= e^{V_n} + e^{V_{n+1}} + \dots + e^{V_{n+2025}}$

$= \ln 5 \cdot (\frac{1}{2})^n + \ln 5 \cdot (\frac{1}{2})^{n+1} + \dots + \ln 5 \cdot (\frac{1}{2})^{n+2025}$

$= \ln 5 \cdot (\frac{1}{2})^n \left[\frac{1 - (\frac{1}{2})^{2026}}{1 - \frac{1}{2}} \right]$

$S_n = 2 \ln 5 \cdot (\frac{1}{2})^n \left(1 - (\frac{1}{2})^{2026} \right)$

$T_n = 10^{V_0} + 10^{V_1} + \dots + 10^{V_n}$

$W_n = 10^{V_n} = 10^{\ln(\ln 5) + n \cdot \ln(\frac{1}{2})} = 10^{\ln(\ln 5)} \cdot 10^{\ln(\frac{1}{2}) \cdot n}$

$= 10^{\ln(\ln 5)} \times (10^{\ln(\frac{1}{2})})^n$
 $= 10^{-\ln 2} \times (10^{\ln(\frac{1}{2})})^n$
 $= 10^{-\ln 2} \times (10^{\ln(\frac{1}{2})})^n$
 $= 10^{-\ln 2} \times (10^{\ln(\frac{1}{2})})^n$

$T_n = 10^{\ln(\ln 5)} \cdot \frac{(10^{\ln(\frac{1}{2})})^{n+1} - 1}{10^{\ln(\frac{1}{2})} - 1}$

التصريف الثالث : (4 نقاط)

$P(A) = \frac{C_1^1 \times C_3^1 + C_2^2 + C_2^1 \times C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{45}$

$(2) (4) (5) (1) (3) (3)$

$P(B) = \frac{C_4^2 + C_4^1 \times C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{6 + 24}{45} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$

تساوي - لخصه زمني في 1/2

$P(C) = \frac{C_2^2 + C_2^1 \times C_8^1 + C_3^1 \times C_2^1 + C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^2}$

$+ \frac{C_2^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_2^1 + C_1^1 \times C_2^1}{C_{10}^2}$

$= \frac{1 + 16 + 12 + 6 + 2}{45} = \frac{37}{45}$

التصريف الثاني : (4,5 نقطة)

$f(x) = 3 + \sqrt{x-3}$: $D = [3; +\infty[$

1- أ) تحصيل العنصر : U_0 : U_1 : U_2 : U_3 : U_4 : U_5 : U_6 : U_7 : U_8 : U_9 : U_{10} : U_{11} : U_{12} : U_{13} : U_{14} : U_{15} : U_{16} : U_{17} : U_{18} : U_{19} : U_{20} : U_{21} : U_{22} : U_{23} : U_{24} : U_{25} : U_{26} : U_{27} : U_{28} : U_{29} : U_{30} : U_{31} : U_{32} : U_{33} : U_{34} : U_{35} : U_{36} : U_{37} : U_{38} : U_{39} : U_{40} : U_{41} : U_{42} : U_{43} : U_{44} : U_{45} : U_{46} : U_{47} : U_{48} : U_{49} : U_{50} : U_{51} : U_{52} : U_{53} : U_{54} : U_{55} : U_{56} : U_{57} : U_{58} : U_{59} : U_{60} : U_{61} : U_{62} : U_{63} : U_{64} : U_{65} : U_{66} : U_{67} : U_{68} : U_{69} : U_{70} : U_{71} : U_{72} : U_{73} : U_{74} : U_{75} : U_{76} : U_{77} : U_{78} : U_{79} : U_{80} : U_{81} : U_{82} : U_{83} : U_{84} : U_{85} : U_{86} : U_{87} : U_{88} : U_{89} : U_{90} : U_{91} : U_{92} : U_{93} : U_{94} : U_{95} : U_{96} : U_{97} : U_{98} : U_{99} : U_{100} : U_{101} : U_{102} : U_{103} : U_{104} : U_{105} : U_{106} : U_{107} : U_{108} : U_{109} : U_{110} : U_{111} : U_{112} : U_{113} : U_{114} : U_{115} : U_{116} : U_{117} : U_{118} : U_{119} : U_{120} : U_{121} : U_{122} : U_{123} : U_{124} : U_{125} : U_{126} : U_{127} : U_{128} : U_{129} : U_{130} : U_{131} : U_{132} : U_{133} : U_{134} : U_{135} : U_{136} : U_{137} : U_{138} : U_{139} : U_{140} : U_{141} : U_{142} : U_{143} : U_{144} : U_{145} : U_{146} : U_{147} : U_{148} : U_{149} : U_{150} : U_{151} : U_{152} : U_{153} : U_{154} : U_{155} : U_{156} : U_{157} : U_{158} : U_{159} : U_{160} : U_{161} : U_{162} : U_{163} : U_{164} : U_{165} : U_{166} : U_{167} : U_{168} : U_{169} : U_{170} : U_{171} : U_{172} : U_{173} : U_{174} : U_{175} : U_{176} : U_{177} : U_{178} : U_{179} : U_{180} : U_{181} : U_{182} : U_{183} : U_{184} : U_{185} : U_{186} : U_{187} : U_{188} : U_{189} : U_{190} : U_{191} : U_{192} : U_{193} : U_{194} : U_{195} : U_{196} : U_{197} : U_{198} : U_{199} : U_{200} : U_{201} : U_{202} : U_{203} : U_{204} : U_{205} : U_{206} : U_{207} : U_{208} : U_{209} : U_{210} : U_{211} : U_{212} : U_{213} : U_{214} : U_{215} : U_{216} : U_{217} : U_{218} : U_{219} : U_{220} : U_{221} : U_{222} : U_{223} : U_{224} : U_{225} : U_{226} : U_{227} : U_{228} : U_{229} : U_{230} : U_{231} : U_{232} : U_{233} : U_{234} : U_{235} : U_{236} : U_{237} : U_{238} : U_{239} : U_{240} : U_{241} : U_{242} : U_{243} : U_{244} : U_{245} : U_{246} : U_{247} : U_{248} : U_{249} : U_{250} : U_{251} : U_{252} : U_{253} : U_{254} : U_{255} : U_{256} : U_{257} : U_{258} : U_{259} : U_{260} : U_{261} : U_{262} : U_{263} : U_{264} : U_{265} : U_{266} : U_{267} : U_{268} : U_{269} : U_{270} : U_{271} : U_{272} : U_{273} : U_{274} : U_{275} : U_{276} : U_{277} : U_{278} : U_{279} : U_{280} : U_{281} : U_{282} : U_{283} : U_{284} : U_{285} : U_{286} : U_{287} : U_{288} : U_{289} : U_{290} : U_{291} : U_{292} : U_{293} : U_{294} : U_{295} : U_{296} : U_{297} : U_{298} : U_{299} : U_{300} : U_{301} : U_{302} : U_{303} : U_{304} : U_{305} : U_{306} : U_{307} : U_{308} : U_{309} : U_{310} : U_{311} : U_{312} : U_{313} : U_{314} : U_{315} : U_{316} : U_{317} : U_{318} : U_{319} : U_{320} : U_{321} : U_{322} : U_{323} : U_{324} : U_{325} : U_{326} : U_{327} : U_{328} : U_{329} : U_{330} : U_{331} : U_{332} : U_{333} : U_{334} : U_{335} : U_{336} : U_{337} : U_{338} : U_{339} : U_{340} : U_{341} : U_{342} : U_{343} : U_{344} : U_{345} : U_{346} : U_{347} : U_{348} : U_{349} : U_{350} : U_{351} : U_{352} : U_{353} : U_{354} : U_{355} : U_{356} : U_{357} : U_{358} : U_{359} : U_{360} : U_{361} : U_{362} : U_{363} : U_{364} : U_{365} : U_{366} : U_{367} : U_{368} : U_{369} : U_{370} : U_{371} : U_{372} : U_{373} : U_{374} : U_{375} : U_{376} : U_{377} : U_{378} : U_{379} : U_{380} : U_{381} : U_{382} : U_{383} : U_{384} : U_{385} : U_{386} : U_{387} : U_{388} : U_{389} : U_{390} : U_{391} : U_{392} : U_{393} : U_{394} : U_{395} : U_{396} : U_{397} : U_{398} : U_{399} : U_{400} : U_{401} : U_{402} : U_{403} : U_{404} : U_{405} : U_{406} : U_{407} : U_{408} : U_{409} : U_{410} : U_{411} : U_{412} : U_{413} : U_{414} : U_{415} : U_{416} : U_{417} : U_{418} : U_{419} : U_{420} : U_{421} : U_{422} : U_{423} : U_{424} : U_{425} : U_{426} : U_{427} : U_{428} : U_{429} : U_{430} : U_{431} : U_{432} : U_{433} : U_{434} : U_{435} : U_{436} : U_{437} : U_{438} : U_{439} : U_{440} : U_{441} : U_{442} : U_{443} : U_{444} : U_{445} : U_{446} : U_{447} : U_{448} : U_{449} : U_{450} : U_{451} : U_{452} : U_{453} : U_{454} : U_{455} : U_{456} : U_{457} : U_{458} : U_{459} : U_{460} : U_{461} : U_{462} : U_{463} : U_{464} : U_{465} : U_{466} : U_{467} : U_{468} : U_{469} : U_{470} : U_{471} : U_{472} : U_{473} : U_{474} : U_{475} : U_{476} : U_{477} : U_{478} : U_{479} : U_{480} : U_{481} : U_{482} : U_{483} : U_{484} : U_{485} : U_{486} : U_{487} : U_{488} : U_{489} : U_{490} : U_{491} : U_{492} : U_{493} : U_{494} : U_{495} : U_{496} : U_{497} : U_{498} : U_{499} : U_{500} : U_{501} : U_{502} : U_{503} : U_{504} : U_{505} : U_{506} : U_{507} : U_{508} : U_{509} : U_{510} : U_{511} : U_{512} : U_{513} : U_{514} : U_{515} : U_{516} : U_{517} : U_{518} : U_{519} : U_{520} : U_{521} : U_{522} : U_{523} : U_{524} : U_{525} : U_{526} : U_{527} : U_{528} : U_{529} : U_{530} : U_{531} : U_{532} : U_{533} : U_{534} : U_{535} : U_{536} : U_{537} : U_{538} : U_{539} : U_{540} : U_{541} : U_{542} : U_{543} : U_{544} : U_{545} : U_{546} : U_{547} : U_{548} : U_{549} : U_{550} : U_{551} : U_{552} : U_{553} : U_{554} : U_{555} : U_{556} : U_{557} : U_{558} : U_{559} : U_{560} : U_{561} : U_{562} : U_{563} : U_{564} : U_{565} : U_{566} : U_{567} : U_{568} : U_{569} : U_{570} : U_{571} : U_{572} : U_{573} : U_{574} : U_{575} : U_{576} : U_{577} : U_{578} : U_{579} : U_{580} : U_{581} : U_{582} : U_{583} : U_{584} : U_{585} : U_{586} : U_{587} : U_{588} : U_{589} : U_{590} : U_{591} : U_{592} : U_{593} : U_{594} : U_{595} : U_{596} : U_{597} : U_{598} : U_{599} : U_{600} : U_{601} : U_{602} : U_{603} : U_{604} : U_{605} : U_{606} : U_{607} : U_{608} : U_{609} : U_{610} : U_{611} : U_{612} : U_{613} : U_{614} : U_{615} : U_{616} : U_{617} : U_{618} : U_{619} : U_{620} : U_{621} : U_{622} : U_{623} : U_{624} : U_{625} : U_{626} : U_{627} : U_{628} : U_{629} : U_{630} : U_{631} : U_{632} : U_{633} : U_{634} : U_{635} : U_{636} : U_{637} : U_{638} : U_{639} : U_{640} : U_{641} : U_{642} : U_{643} : U_{644} : U_{645} : U_{646} : U_{647} : U_{648} : U_{649} : U_{650} : U_{651} : U_{652} : U_{653} : U_{654} : U_{655} : U_{656} : U_{657} : U_{658} : U_{659} : U_{660} : U_{661} : U_{662} : U_{663} : U_{664} : U_{665} : U_{666} : U_{667} : U_{668} : U_{669} : U_{670} : U_{671} : U_{672} : U_{673} : U_{674} : U_{675} : U_{676} : U_{677} : U_{678} : U_{679} : U_{680} : U_{681} : U_{682} : U_{683} : U_{684} : U_{685} : U_{686} : U_{687} : U_{688} : U_{689} : U_{690} : U_{691} : U_{692} : U_{693} : U_{694} : U_{695} : U_{696} : U_{697} : U_{698} : U_{699} : U_{700} : U_{701} : U_{702} : U_{703} : U_{704} : U_{705} : U_{706} : U_{707} : U_{708} : U_{709} : U_{710} : U_{711} : U_{712} : U_{713} : U_{714} : U_{715} : U_{716} : U_{717} : U_{718} : U_{719} : U_{720} : U_{721} : U_{722} : U_{723} : U_{724} : U_{725} : U_{726} : U_{727} : U_{728} : U_{729} : U_{730} : U_{731} : U_{732} : U_{733} : U_{734} : U_{735} : U_{736} : U_{737} : U_{738} : U_{739} : U_{740} : U_{741} : U_{742} : U_{743} : U_{744} : U_{745} : U_{746} : U_{747} : U_{748} : U_{749} : U_{750} : U_{751} : U_{752} : U_{753} : U_{754} : U_{755} : U_{756} : U_{757} : U_{758} : U_{759} : U_{760} : U_{761} : U_{762} : U_{763} : U_{764} : U_{765} : U_{766} : U_{767} : U_{768} : U_{769} : U_{770} : U_{771} : U_{772} : U_{773} : U_{774} : U_{775} : U_{776} : U_{777} : U_{778} : U_{779} : U_{780} : U_{781} : U_{782} : U_{783} : U_{784} : U_{785} : U_{786} : U_{787} : U_{788} : U_{789} : U_{790} : U_{791} : U_{792} : U_{793} : U_{794} : U_{795} : U_{796} : U_{797} : U_{798} : U_{799} : U_{800} : U_{801} : U_{802} : U_{803} : U_{804} : U_{805} : U_{806} : U_{807} : U_{808} : U_{809} : U_{810} : U_{811} : U_{812} : U_{813} : U_{814} : U_{815} : U_{816} : U_{817} : U_{818} : U_{819} : U_{820} : U_{821} : U_{822} : U_{823} : U_{824} : U_{825} : U_{826} : U_{827} : U_{828} : U_{829} : U_{830} : U_{831} : U_{832} : U_{833} : U_{834} : U_{835} : U_{836} : U_{837} : U_{838} : U_{839} : U_{840} : U_{841} : U_{842} : U_{843} : U_{844} : U_{845} : U_{846} : U_{847} : U_{848} : U_{849} : U_{850} : U_{851} : U_{852} : U_{85

و متعبية (C_g) بالنسبة لـ (Δ):

∞	ω	α	∞
(C _g) تحت (Δ)	(C _g) فوق (Δ)	(C _g) يقطع (Δ)	
			الوضع الشبي

2- أ- إشارة g(x)-x

∞	ω	α	∞
-	+	0	-
			g(x)-x

1- إشارة h(x)-x

∞	ω	β	∞
-	+	0	-
			h(x)-x

$$f(x) = e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1}) \quad D = \mathbb{R} \quad \text{II-}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1}) = -1$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{e^x} - e^{-x-1} + e^{x-1} \right) = e^{-1}$$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا أفقيًا
بحسب معادلاته $y = e^{-1}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1}) = -\infty$$

2- أ- إشارة f(x) عند ∞

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1})}{x}$$

$$= \frac{x e^{-x}}{x} - \frac{e^{-2x-1}}{x} + \frac{e^{-1}}{x} = e^{-x} - e^{-1} \frac{(e^{-2x}-1)}{x}$$

$$= e^{-x} + 2e^{-1} \left(\frac{e^{-2x}-1}{-2x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[e^{-x} + 2e^{-1} \left(\frac{e^{-2x}-1}{-2x} \right) \right] = 1 + 2e^{-1}$$

$$= 1 + 2e^{-1}$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$$

إشارة: الدالة f تقبل إبطًا مسطحة عند 0.

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماسًا عند النقطة ذات القاطعة 0.

ج- معادلة التماس (T) عند المبدأ 0:

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = (1 + 2e^{-1})x$$

ب- Anc "الكارتنة المستويات" نحصل أن

نقيمت مجموعتها 6 و أوليا فيما بينها

$$P(Anc) = \frac{C_2^1 \times C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{4}{45} \quad (5) (1)$$

$$P(\overline{AUC}) = 1 - P(AUC)$$

$$= 1 - P(A) - P(C) + P(Anc)$$

$$= 1 - \frac{6}{45} - \frac{37}{45} + \frac{4}{45}$$

$$= \frac{4}{45}$$

2- أ- القيم الممكنة للمتغير العشوائي X:

$$(1) (1) \xrightarrow{X} 1; (2) (2) \xrightarrow{X} 2$$

$$(1) (4) \xrightarrow{X} 1; (2) (4) \xrightarrow{X} 2$$

$$(3) (3) \xrightarrow{X} 3; (5) (5) \xrightarrow{X} 5$$

$$X = \{1; 2; 3; 5\}$$

$$P(X=1) = P(C) = \frac{37}{45}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2 + C_3^1 \times C_1^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$$

$$P(X=3) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$$

$$P(X=5) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$$

x _i	1	2	3	5
P _i	$\frac{37}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{45}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^4 x_i P_i = \frac{37+12+3+5}{45} = \frac{19}{15}$$

$$E(150X+1835) = 150E(X) + 1835$$

$$= 150 \times \frac{19}{15} + 1835 = 2025$$

3- D "الحصول على أربع كرات أرقامها متتالية"

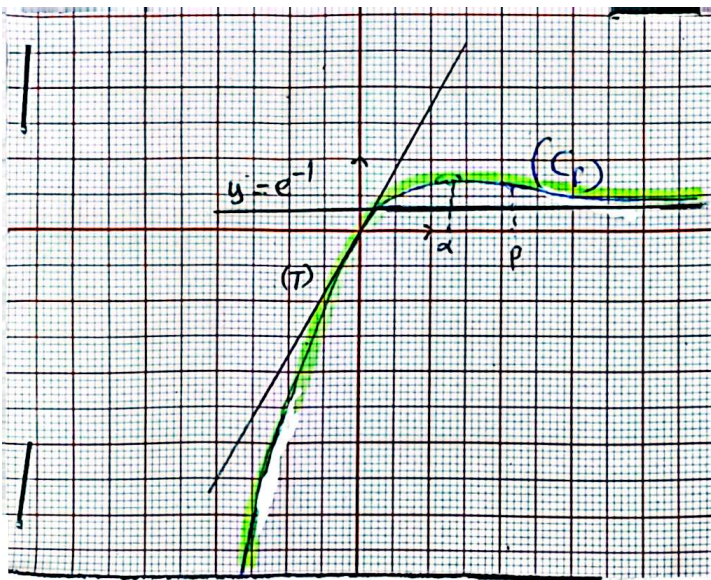
العدد 2025

$$P(D) = \frac{A_3^1 \times A_1^1 \times A_2^1 \times A_2^1}{A_{11}^4} = \frac{12}{660} = \frac{1}{55}$$

التمرين الرابع (07 نقاط)

1- I و متعبية (C_h) بالنسبة لـ (Δ):

∞	ω	β	∞
(C _h) تحت (Δ)	(C _h) فوق (Δ)	(C _h) يقطع (Δ)	
			الوضع الشبي



$$\int_0^a x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^a + \int_0^a e^{-x} dx \quad \text{I-6}$$

$$u(x) = x; \quad u'(x) = 1$$

$$v(x) = e^{-x}; \quad v'(x) = -e^{-x}$$

$$= -a e^{-a} + [-e^{-x}]_0^a$$

$$\int_0^a x e^{-x} dx = -a e^{-a} - e^{-a} + 1$$

$$A(a) = \int_0^a f(x) dx \quad \text{ب-}$$

$$= \int_0^a (x e^{-x} - e^{-2x-1} + e^{-1}) dx$$

$$= \int_0^a x e^{-x} dx - \int_0^a e^{-2x-1} dx + \int_0^a e^{-1} dx$$

$$= -a e^{-a} - e^{-a} + 1 + \frac{1}{2} [e^{-2x-1}]_0^a + [x e^{-1}]_0^a$$

$$= -a e^{-a} - e^{-a} + 1 + \frac{1}{2} e^{-2a-1} - \frac{1}{2} e^{-1} + a e^{-1}$$

$$A(a) = \left[-a - 1 + \frac{e^{-a-1}}{2} + (a - \frac{1}{2}) e^{-1} \right] \mu a$$

نتيجه تصحيح الكومبيوتر

الاجابة (7)

3- ا- من أجل $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = -e^{-x}(x - e^{-x-1} + e^{x-1}) +$$

$$(1 + e^{-x-1} + e^{x-1}) e^{-x}$$

$$= [-x + e^{-x-1} + (x-1 + e^{-x-1} + e^{x-1})] e^{-x}$$

$$= [1 + 2e^{-x-1} - x] e^{-x}$$

$$= [g(x) - x] e^{-x}$$

ب- ا- من أجل $x \in \mathbb{R}$ ، $f'(x) = 0$ ، $g(x) = e^{-x}$

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$

الدالة f متزايدة تماماً على $]a; +\infty[$

و متناقصه تماماً على $]-\infty; a[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(a)$	e^{-1}

4- من أجل $x \in \mathbb{R}$:

$$f''(x) = (-2e^{-x-1} - 1)e^{-x} - e^{-x}(1 + 2e^{-x-1})$$

$$= (-2e^{-x-1} - 1 - 2e^{-x-1} + x) e^{-x}$$

$$= (-2 - 4e^{-x-1} + x) e^{-x}$$

$$= (x - (2 + 4e^{-x-1})) e^{-x} = (x - h(x)) e^{-x}$$

x	$-\infty$	β	$+\infty$
$f''(x)$		$-$	$+$

(C_f) يقطع نقطة انعطاف واحدة

$M(\beta; f(\beta))$

5- ا- من أجل $x \in \mathbb{R}$:

ب- حلول المعادلة $f(x) = m$

تعد حينئذٍ حلين أحدهما معدوم والآخر

مرجوب تماماً

$$0 < m < 1 + 2e^{-1}$$

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

$$-I \quad -182x - 65y = 9^n - 130n - 1$$

1- دراسة بواقى قسمة العدد 9^n على 13 :
 $n=0$: $9^0=1$ [13] ; $n=1$: $9^1=9$ [13]
 $n=2$: $9^2=81$ [13] ; $n=3$: $9^3=729$ [13]

بواقى قسمة 9^n على 13 متتالية دورية دورها 3

$n \bmod 3$	$3K$	$3K+1$	$3K+2$
$9^n \equiv [13]$	1	9	4

K عدد طبيعي

2- نحسب : $P_{65}(182) = 13$
 $-182 = 65(2) + 52$
 $65 = 52(1) + 13$
 $52 = 13(4) + 0$
 المعادلة (E_n) تقبل حلولاً في $12x/12$
 لـ 13 : يقسم $9^n - 130n - 1$ معنا 0 :
 $9^n - 130n - 1 \equiv 0 [13]$
 $9^n \equiv 1 [13]$ و $130n \equiv 0 [13]$
 إذن : $n = 3K$; $K \in \mathbb{Z}$

- II
 1- أ- لدينا : $n=3$
 $-182x - 65y = 338$
 نكافئ :
 $14x - 5y = 26$
 حل المعادلة (E_3) معنا 0 :
 $\begin{cases} 14x_0 - 5y_0 = 26 \\ x_0 + y_0 = 10 \end{cases}$
 معنا 0 :
 $x_0 = 10 - y_0$
 $-14(10 - y_0) - 5y_0 = 26$
 $-140 + 14y_0 - 5y_0 = 26$
 $-19y_0 = -114$
 $y_0 = 6$ و $x_0 = 10 - 6 = 4$
 $(x_0, y_0) = (4, 6)$

أي : حل المعادلة (E_3)

لدينا : (E_3) : $-14x - 5y = 26$
 (E_3') : $-14(4) - 5(6) = 26$
 نطرح (E_3') من (E_3) نجد :
 $-14(x-4) - 5(y-6) = 0$
 $-14(x-4) = 5(y-6) \dots (*)$
 معنا 0 : 5 يقسم $14(x-4)$
 $5 \mid 14 \Rightarrow 1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

1- اإجابة خطأ :

التعليق : لدينا : $Z = 5 - 12i$
 وليكن $w = a + ib$ الجذر التربيعي لـ Z حيث :

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 5 \dots (1) \\ 2ab = -12 \dots (2) \\ a^2 + b^2 = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \dots (3) \end{cases}$$

نجمع (1) مع (3) نجد : $2a^2 = 18$ أي $a^2 = 9$
 معنا 0 : $a = 3$ أو $a = -3$
 بالتعويض في (2) نجد : $b = 2$ أو $b = -2$
 إذن : $w = 3 - 2i$ أو $w = -3 + 2i$
 2- اإجابة خطأ :

التعليق : $Z = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

لدينا : $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ و $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$
 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
 $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$; $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
 إذن : $Z = \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

3- اإجابة صحيحة : $Z = e^{i\frac{7\pi}{12}}$

التعليق : نفع : $Z = (-1 + i)/\sqrt{2}$
 0 عمدة لـ Z حيث : $r = |Z| = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$
 $\theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ و $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$ عدد حقيقي موجب معنا 0 :

$\arg\left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^n = 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$n \arg(Z) = 2k\pi$

$n \times \frac{3\pi}{4} = 2k\pi$

$3n = 8k$

θ/n و $\theta/3n$ حسب غوص

لذلك : $n = 8K$; $K \in \mathbb{N}$

4- اإجابة صحيحة :

التعليق : $|Z| = \sqrt{75 + 25} = 10$

$S_n = 1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^n$

$= 1 \cdot \frac{10^{n+1} - 1}{10 - 1} = \frac{10^{n+1} - 1}{9}$

$$\text{PGCD}(a, b) = d \text{ و } \text{PPCM}(a, b) = m \quad - 9$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 3 \\ 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$2025 = 3^4 \times 5^2$$

الأعداد التي مكعب كل منها

يقسم 2025 هي 3 و 1 .

$$b = db' \text{ و } a = da' : \text{ مع } \text{PGCD}(a, b) = d$$

$$m = d(a', b') : \text{ مع } m \times d = a \times b$$

$$d^3(a'b')^3 = 50d^3 = 2025$$

$$d^3[(a'b')^3 - 50] = 2025$$

يعني: d^3 يقسم 2025 و $d \in \{1, 3\}$
لما $d=1$ نجد: $(a'b')^3 = 2075$ مستحيل .

$$27[(a'b')^3 - 50] = 2025 : d=3$$

$$(a'b')^3 - 50 = 75$$

$$(a'b')^3 = 125$$

$$a'b' = 5$$

$$(a', b') \in \{(1, 5), (5, 1)\}$$

$$(a, b) \in \{(3, 15), (15, 3)\}$$

التصريف الثالث: (4, 50 نقطة)

$$U_{n+1} = \frac{1}{2-U_n} : U_0 = -3$$

1- أ- من أجل كل n من N ص

$$P(n): U_n < 1$$

$$U_0 < 1 \text{ و } n=0 : -3 < 1 \text{ أي } U_0 < 1$$

و منه: $P(0)$ صحيحة .

نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة
أحد n عدد طبيعي وثبت مدتها مائل $n+1$

$$\text{لدينا: } U_n < 1 \text{ و منه } -1 < U_n - 1$$

$$2 - U_n > 1 \text{ و منه } \frac{1}{2 - U_n} < 1 \text{ أي } U_{n+1} < 1$$

$$U_{n+1} < 1 \text{ و منه } P(n+1) \text{ صحيحة .}$$

من أجل كل n من N : $U_n < 1$

ب- من أجل كل n من N :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1 - 2U_n + U_n^2}{2 - U_n} = \frac{(U_n - 1)^2}{2 - U_n} > 0$$

اذن: المتتالية (U_n) متزايدة تماماً .

حساب مير هنت عن طريق:

$$5 \text{ بقسم } x-4 \text{ معنا: } 0$$

$$x-4 = 5p \text{ و } p \in \mathbb{Z}$$

$$x = 5p+4 \text{ و } p \in \mathbb{Z}$$

بالتعويض في (*) نجد:

$$-14 \times 5p = 5(y-6)$$

$$y-6 = -14p$$

$$y = -14p+6 \text{ و } p \in \mathbb{Z}$$

$$S = \{(5p+4, -14p+6); p \in \mathbb{Z}\}$$

$$|y-2x| = 2 \text{ لدينا:}$$

$$|-14p+6-10p-8| = 2$$

$$|-24p-2| = 2$$

$$-24p-2 = -2 \text{ أو } -24p-2 = 2$$

$$-24p = 0 \text{ أو } -24p = 4$$

$$p = 0 \text{ أو } p = 1$$

$$(x, y) \in \{(4, 6), (9, 20)\}$$

$$N = \frac{1875}{3210}^9 \quad 0 \leq \alpha \leq 9$$

$$= 9^3 + 8 \times 9^2 + 9\gamma + 5 \quad 0 \leq \beta \leq 7$$

$$= 729 + 81\delta + 9\gamma + 5 \quad 0 \leq \delta \leq 8$$

$$= 734 + 81(2\alpha) + 9(\beta+1) \quad 0 \leq \gamma \leq 8$$

$$= 162\alpha + 9\beta + 9 + 734$$

$$N = 162\alpha + 9\beta + 743$$

$$N = \frac{2\beta\alpha 5}{3210}^8$$

$$= 2 \times 8^3 + \beta \cdot 8^2 + 8\alpha + 5$$

$$= 1024 + 64\beta + 8\alpha + 5$$

$$N = 8\alpha + 64\beta + 1029$$

$$162\alpha - 8\alpha + 9\beta - 64\beta = 1029 - 743$$

$$154\alpha - 55\beta = 286$$

$$14\alpha - 5\beta = 26$$

$$\alpha = x = 5k+4 \text{ و } \beta = y = 14p+6$$

بالتعويض نجد: $p=0$

$$\alpha = 4 \text{ و } \beta = 6$$

$$\delta = 8 \text{ و } \gamma = 7$$

$$N = 162(4) + 9(6) + 743 = 1445$$

$$N+1 = 1446$$

اذن:

n	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$
$4n \equiv [1]$	1	4	5	9	3

k عدد طبيعي .

$$S_n + 7n^2 - 2n - 2026 \equiv 0 [9] \quad - \text{ب}$$

$$9n^2 + 3n + 1 - 2n \not\equiv 0 [9]$$

$$2026 \equiv 1 [9] \text{ و منه } 2026 \equiv 1 [9]$$

$$(9n^2 \equiv 0 [9]) \quad n \equiv 0 [9] \text{ و منه}$$

$$n = 9p : p \in \mathbb{N} \text{ ، إذن}$$

$$\text{لدينا : } 2023 < n < 2026$$

$$2023 < 9p < 2026$$

$$p = 225 \text{ ، إذن } \frac{2023}{9} < p < \frac{2026}{9}$$

$$n = 9 \times 225 = 2025$$

التمرين الرابع : (07 نقا ط)

$$g(x) = -\frac{1}{x^3} - 1 + 6 \ln x \quad - \text{I}$$

$$D =]0; +\infty[$$

1- أ- الدالة g متزايدة متناقصا ومستمرة

$$\text{على } [1, 2; 1, 3] \text{ و } g(1, 2) \times g(1, 3) < 0$$

$$(g(1, 2) \simeq -0,48 \quad g(1, 3) \simeq 0,12)$$

فإن : المعادلة $g(x) = 0$ تملك حل وحيد

2- من المجال $]1, 2; 1, 3[$ أي $g(x) = 0$

ب- لـ سارية $g(x)$ على $]0; +\infty[$:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$		- 0 +	

لـ سارية $g(x)$ على $]0; +\infty[$:

$$g\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \text{ معناه : } \frac{1}{x} = \alpha \text{ أي } x = \frac{1}{\alpha}$$

$$g\left(\frac{1}{x}\right) > 0 \text{ معناه : } \frac{1}{x} > \alpha \text{ أي } 0 < x < \frac{1}{\alpha}$$

$$g\left(\frac{1}{x}\right) < 0 \text{ معناه : } \frac{1}{x} < \alpha \text{ أي } x > \frac{1}{\alpha}$$

x	0	$\frac{1}{\alpha}$	$+\infty$
$g\left(\frac{1}{x}\right)$		+ 0 -	

$$f(x) = -x + 1 + \frac{2 + 3 \ln x}{x^2} :]0; +\infty[\quad - \text{II}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[-x + 1 + \frac{2 + 3 \ln x}{x^2} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-x + 1 + \frac{2 + 3 \ln x}{x^2} \right] = -\infty$$

المسألة (u_n) متتالية لأن لها متزايدة
كما ما ومصدرة من الأعلى .

$$v_n = e^{\frac{4}{1-u_n}} ; n \in \mathbb{N} \quad - 3$$

أ- من إحدى n من \mathbb{N} :

$$v_{n+1} = e^{\frac{4}{1-u_{n+1}}}$$

$$= e^{\frac{4}{1-\frac{1}{2-u_n}}} = e^{\frac{4}{\frac{2-u_n-1}{2-u_n}}}$$

$$= e^{\frac{4(2-u_n)}{1-u_n}} = e^{\frac{4(1+1-u_n)}{1-u_n}}$$

$$= e^{\frac{4}{1-u_n} + 4} = e^4 \cdot v_n$$

ب- إذن : متتالية هندسية أساسها

$$v_0 = e^{\frac{4}{1-u_0}} = e^{\frac{4}{1}} = e^4 \quad q = e^4$$

ب- كتابة v_n بدلالة n :

من إحدى n من \mathbb{N} :

$$v_n = v_0 \times q^n = e^4 \times (e^4)^n = e^{4n+4}$$

كتابة u_n بدلالة n :

$$\text{لدينا : } \ln v_n = \frac{4}{1-u_n}$$

$$1-u_n = \frac{4}{4n+4} \text{ ، إذن } \frac{1-u_n}{4} = \frac{1}{\ln v_n}$$

$$u_n = 1 - \frac{4}{4n+4}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[1 - \frac{4}{4n+4} \right] = 1$$

- ج

$$S_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \dots + \ln(v_n)$$

$$w_n = \ln(v_n) = 4n+4$$

(w_n) متتالية حسابية أساسها

$$r=4 \text{ و } w_0=1$$

$$S_n = \frac{(n+1)(1+4n+1)}{2} = (n+1)(1+2n)$$

$$S_n = 2n^2 + 3n + 1$$

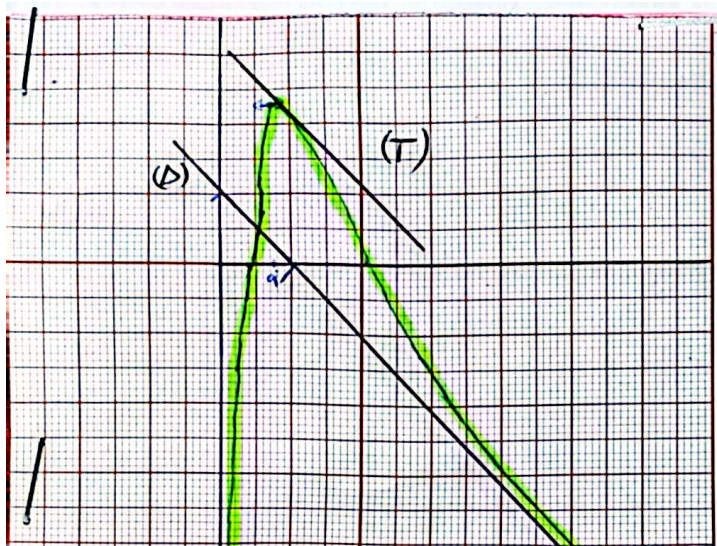
3- أ- دراسة بواجي قصة 4^n على \mathbb{N} :

$$4^0 = 1 [1] ; n=0 ; 4^1 = 4 [1] ; n=1 ; 4^2 = 5 [1] ; n=2$$

$$4^3 = 9 [1] ; n=3 ; 4^4 = 3 [1] ; n=4$$

$$4^5 = 1 [1] ; n=5 \text{ بواجي قصة } 4^n \text{ على } \mathbb{N}$$

متتالية دورية دورها 5 .



التعويض: (Cf) يقبل صيغة مفار ب عمودي

معادلة $x=0$

$f(0) = -2$ من أجل كل x من 0 إلى $+\infty$

$$f'(x) = -1 + \frac{\frac{3}{x} \cdot x^2 - 2x(2+3\ln x)}{x^4}$$

$$= -1 + \frac{3x - 2x(2+3\ln x)}{x \cdot x^3}$$

$$= \frac{-x^3 + 3 - 4 - 6\ln x}{x^3}$$

$$= \frac{1}{x^3} \cdot (-x^3 - 1 - 6\ln x)$$

$$= \frac{1}{x^3} \left(-\frac{1}{(\frac{1}{x})^3} - 1 + 6\ln(\frac{1}{x}) \right) = \frac{1}{x^3} g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب - إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$ نفسها إشارة $f(x)$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		+	-
$g\left(\frac{1}{x}\right)$		+	-

وصفاً جهة ما ما هي $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ حيث ول التغير

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		+	-
$f(x)$			

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2} + \frac{3\ln x}{x^2} = 0 - 3$$

(Cf) يقبل صيغة مفار ب ما لك (د)

معادلة $y = -x + 1$

4 - وصيغة (Cf) بالنسبة ل (د)

$$f(x) - y = 0 \Rightarrow 2 + 3\ln x = 0$$

$$\ln x = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = e^{-\frac{2}{3}}$$

x	0	$e^{-\frac{2}{3}}$	
$f(x) - y$		-	+
الوضع		(د)	(د)
الشي		(د)	(د)

5 - (د) و (T) معاً $f'(x) = -1$ معاً 0

$$-x^3 - 1 - 6\ln x = -1 \Rightarrow \frac{1}{x^3} (-x^3 - 1 - 6\ln x) = -1$$

$$\ln x = -\frac{1}{6} \Rightarrow x = e^{-\frac{1}{6}}$$

6 - إشارة (Cf) ; (د) ; (T)

7 - المعادلة $f(x) = -x + e^m$ قبل حلها متعزيت

$$0 < m < \ln\left(1 + \frac{3}{2}e^{\frac{1}{2}}\right) \text{ أي } 1 < e^m < 1 + \frac{3}{2}e^{\frac{1}{2}}$$

$$U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x - 1] dx \quad \text{--- III}$$

من أجل كل n من 0 إلى $+\infty$ من أجل كل x من 0 إلى $+\infty$

$$0 < \frac{2+3\ln x}{x^2} = f(x) + x - 1$$

$$U_n > 0 \quad \text{دونه} \quad \int_{e^n}^{e^{n+1}} (f(x) + x - 1) dx > 0 \quad \text{أي}$$

* U_0 هي مساحة الجنازات متوحد واحد بالمتوحد

(Cf) و (د) و (T) معاً $x=1$ و $x=e^{\frac{1}{2}}$

$$\int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{3}{x^2} \ln x dx = \left[-\frac{3}{x} \ln x \right]_{e^n}^{e^{n+1}} + 3 \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{1}{x^2} dx$$

$$U'(x) = \frac{3}{x^2}, U(x) = -\frac{3}{x}, v(x) = \ln x, v'(x) = \frac{1}{x}$$

$$= -\frac{3}{e^{n+1}} + \frac{3n}{e^n} + 3 \left[-\frac{1}{x} \right]_{e^n}^{e^{n+1}}$$

$$= -\frac{3(n+1)}{e^{n+1}} + \frac{3n}{e^n} - \frac{3}{e^{n+1}} + \frac{3}{e^n}$$

$$\int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{3\ln x}{x^2} dx = -\frac{3n+6}{e^{n+1}} + \frac{3n+3}{e^n}$$

$$U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \left(\frac{2}{x^2} + \frac{3\ln x}{x^2} \right) dx = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x^2} dx + \frac{3n+3}{e^n} - \frac{3n+6}{e^{n+1}}$$

$$= -\frac{2}{e^{n+1}} + \frac{2}{e^n} + \frac{3n+3}{e^n} - \frac{3n+6}{e^{n+1}} = -\frac{3n+8}{e^{n+1}} + \frac{3n+5}{e^n}$$

* سيجعل حدقة سال

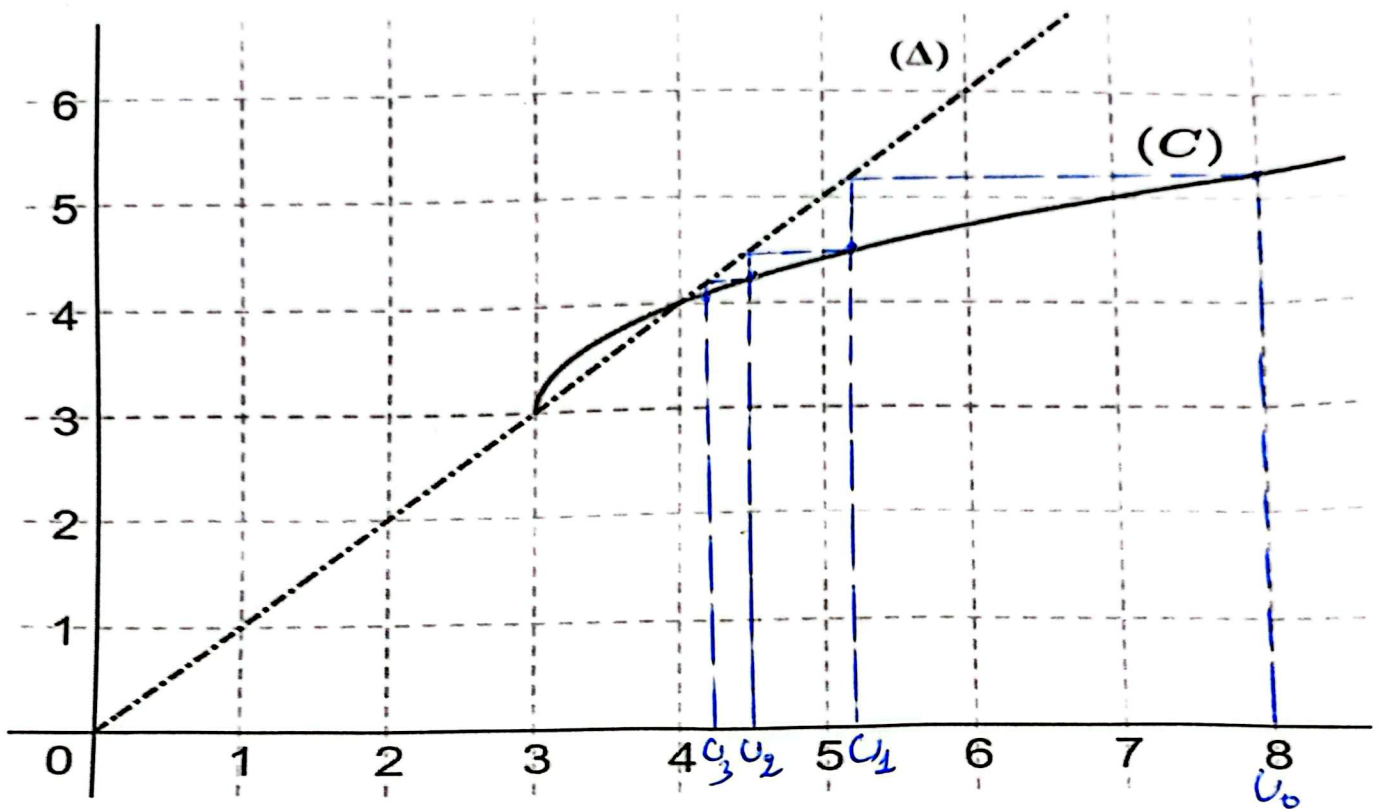
$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n = \int_1^{e^{n+1}} \frac{2}{x^2} dx + \int_1^{e^{n+1}} \frac{3\ln x}{x^2} dx$$

$$= -\frac{2}{e^{n+1}} + \frac{2}{e^1} + \frac{3n+3}{e^{n+1}} - \frac{3}{e^{n+1}} + \frac{3}{e^1}$$

$$= -\frac{3n+8}{e^{n+1}} + \frac{5}{e} = -(3n+8)e^{-n-1} + 5e^{-1}$$

انتهى تصحيح الكونغرس الثاني

الإسم واللقب :



الإسم واللقب :

